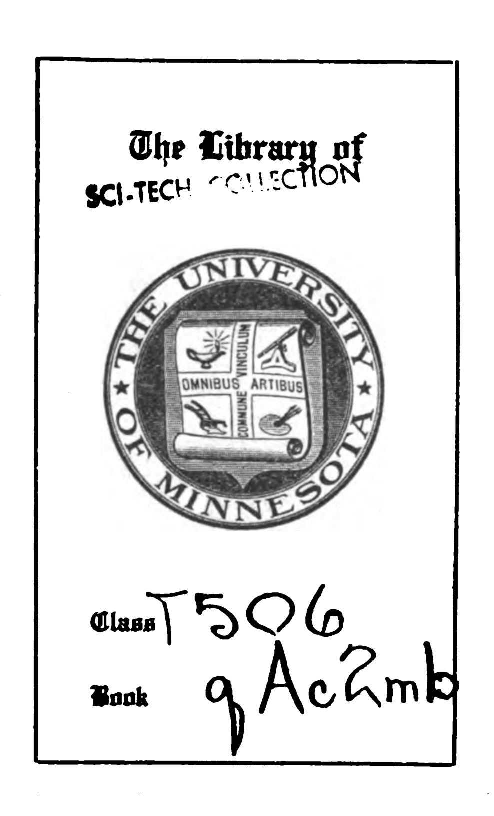





The Library of
SCI-TECH COLLECTION
THE UNIVERSITY OF MINNESOTA
OMNIBUS ARTIBUS
COMMUNE VINCULUM
Class T506
Book 9 Ac2mb

# MÉMOIRES COURONNÉS

ET

# MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

## L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

MÉMOIRES COURONNÉS

ET

# MÉMOIRES DES SAVANTS ÉTRANGERS

PUBLIÉS PAR

## L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

---

TOME XLII.

---



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

1879

# RECHERCHES MICROSCOPIQUES

SUR

# L'ANATOMIE DU LIMAÇON DES MAMMIFÈRES,

PAR

LE DOCTEUR J.-P. NUEL,

PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN.

(Présenté à la classe des sciences dans la séance du 3 mars 1877.)







## RECHERCHES MICROSCOPIQUES

SUR

# L'ANATOMIE DU LIMAÇON DES MAMMIFÈRES.

---

## MÉTHODES D'INVESTIGATION.

---

Dans des recherches microscopiques sur le limaçon, le choix de la méthode de préparation employée influence puissamment les résultats qu'on obtiendra. Le *nec plus ultrà* de la perfection dans une préparation microscopique, surtout quand il s'agit d'éléments d'une certaine finesse, consiste à examiner ces éléments à l'état frais, vivant, pour ainsi dire, dans du sérum iodé. Si pour le limaçon il n'est guère possible de l'employer comme mode dominant, à cause de la rareté du matériel d'observation, il est cependant indispensable de s'en servir comme moyen de contrôle, comme pierre de touche pour n'importe quel autre mode de préparation. Aucun détail observé à l'aide d'un autre mode ne saurait être accepté sans certaines réserves, aussi longtemps qu'on ne l'aura pas observé sur une préparation fraîche. Je me suis appliqué longuement à l'examen des préparations fraîches, et je puis assurer que je n'ai eu de repos qu'après avoir vu de cette manière chaque détail d'une importance sérieuse. Je citerai avant tout la membrane basilaire et les cellules acoustiques externes, dont je donne une description en désaccord avec les idées dominantes. Quant au parcours des fibres nerveuses, j'ai réussi à les voir à l'état frais entre les cellules acoustiques externes.

Le moyen conservateur ou durcissant par excellence pour les éléments si délicats de l'organe de Corti nous est fourni par l'acide osmique, ou plutôt hyperosmique, que j'ai employé dans des concentrations de 1 à 2 %. Des



solutions plus fortes agissent trop énergiquement, et rendent les éléments trop cassants. Employé dans la concentration voulue, l'acide osmique prend les éléments les plus délicats sur le vivant, et les fixe en quelque sorte dans leur apparence vivante. Du reste, les propriétés de cet agent si précieux sont trop connues pour que j'y insiste.

Cependant, à en juger d'après la netteté avec laquelle il conserve les éléments de la rétine, par exemple, il me semble que l'acide osmique, quoique d'une valeur incalculable dans les recherches sur le limaçon, n'y rende pas cependant les mêmes services que dans les recherches sur la rétine. Sans parler du peu de fixité des préparations à l'acide osmique (les fibres nerveuses pâlissent et disparaissent après peu de mois), défaut commun à toutes les préparations à l'acide osmique, il me semble que notre agent n'empêche pas un commencement de désorganisation dans les cellules acoustiques. Ceci tient peut-être à la difficulté avec laquelle l'acide osmique pénètre dans un limaçon ouvert seulement en un endroit assez petit. Cependant, jusqu'ici, c'est le meilleur de nos agents durcissants; car les autres, ou bien agissent trop lentement, et, par conséquent, n'empêchent pas la production d'altérations profondes dans l'apparence des cellules acoustiques, par exemple, ou bien déforment trop les éléments histologiques. Or, les cellules acoustiques s'altèrent tellement vite, que vingt minutes déjà après la mort de l'animal, elles ont complétement changé d'aspect. Il s'agit donc d'opérer le plus vite possible. Quand le limaçon est isolé, je fais à sa coque osseuse une entaille longitudinale, qui en ouvre la lumière. De cette manière, l'agent durcissant pénètre plus vite à l'intérieur, circonstance qui n'est pas à dédaigner. On laisse le limaçon dans la solution pendant quatre à six heures.

Veut-on ensuite faire des préparations microscopiques du contenu du limaçon, on fait, à l'aide d'un couteau fort, des coupes perpendiculaires à l'axe de la columelle. De cette manière on détache un disque qui renferme, outre des parcelles osseuses, les organes mous contenus dans le limaçon. Ce disque est placé dans une solution d'acétate de potasse (qui empêche la dessiccation) sur un porte-objet. A l'aide de deux aiguilles, et sous le microscope simple, on nettoie la préparation, on la débarrasse de tout ce qui gêne. Quand on a, par exemple, l'organe de Corti sur la membrane basi-

laire, on peut le tourner et le retourner sur ses deux faces, on peut essayer d'enlever la membrane de Corti et le tissu conjonctif qui adhère à la face tympanique de la membrane basilaire, on peut même tâcher d'isoler telle ou telle partie de l'organe de Corti, et enfin, à l'aide d'un rasoir, on peut en faire des coupes dirigées en différents sens (en coupant sur le verre porte-objet).

Pour pouvoir isoler avec plus de facilité les différentes parties de l'organe de Corti, il sera utile de faire macérer le limaçon durci pendant une huitaine de jours dans une solution faible de bichromate de potasse (1 %) mêlée ou non d'un peu de glycérine.

J'ai modifié avantageusement la préparation à l'acide osmique, en combinant l'action de cet agent avec celle du chlorure d'or. A celui qui veut étudier les fibres nerveuses pâles dans le canal limacien, je ne pourrais trop recommander cette modification, dont voici la description. Le limaçon étant ouvert longitudinalement, on le plonge pendant quelques minutes dans une solution de chlorure d'or à $\frac{1}{2}$ %, puis seulement dans l'acide osmique. L'action du chlorure d'or colore en rouge violet les fibres nerveuses pâles, et les rend beaucoup plus apparentes.

Je renferme la préparation sous le verre couvrant dans une solution saturée d'acétate de potasse. Ce milieu, moins réfringent que la glycérine, permet de mieux voir les détails les plus délicats.

Cette méthode de préparation, on le conçoit, ne saurait servir pour obtenir des vues d'ensemble du canal limacien, des rampes, et de la situation de l'organe de Corti dans le canal limacien. Pour faire des coupes à travers tout le limaçon, ordinairement on durcit les organes mous du limaçon, dans une solution d'acide chromique à 1 — 2 %, puis on ôte les sels calcaires dans une faible solution d'acide chlorhydrique. Libre ensuite à combiner cette méthode avec l'un ou l'autre moyen de tinction (à l'aide du carmin, par exemple).

Un moyen expéditif pour obtenir des coupes du limaçon consiste à le plonger pendant une huitaine de jours dans de l'acide pyroligneux. L'acide acétique ôte les sels calcaires, et les matières empyreumatiques durcissent les parties molles.

Je n'ai pas employé la tinction par le nitrate d'argent, quoique ce moyen paraisse avoir donné à certains auteurs des résultats excellents.



Un mot encore touchant la manière d'exécuter les dessins. Je me range ici complétement à l'avis de Boettcher, qui dit :

« Dans la confection des dessins, on ne procédera pas de la même » manière dans tous les cas. Là où il s'agit d'une observation isolée, destinée » à résoudre une question pendante, il faudra copier la préparation servile- » ment et dans tous ses détails. Mais si l'observateur a vu des centaines de » fois et de la même manière, un seul point, et s'il a en main des centaines » de preuves qui démontrent que ce point se présente normalement sous » telle face et non pas sous une autre, alors il ne sera pas seulement permis, » mais on sera obligé de le représenter tel qu'il est réellement, et non pas » tel qu'il se présente par hasard, fortement endommagé, dans une prépa- » ration destinée à élucider une tout autre question. »

Si l'on s'en tenait à copier servilement les préparations microscopiques, on n'arriverait jamais à présenter au lecteur une vue d'ensemble démonstrative de tout l'organe de Corti, comme celle de notre planche IV.

D'ailleurs on procède ainsi depuis longtemps pour les autres parties de l'anatomie microscopique.

Que servirait, par exemple, de figurer dans les planches III et IV des membranes basilaires fortement endommagées, puisque nous en connaissons l'apparence réelle. Il suffit de connaître l'apparence des piliers de Corti frais, pour ne pas s'amuser à en dessiner des formes boiteuses dans une vue d'ensemble comme la Table IV. Quant à la Table III, je ferai remarquer qu'on obtient facilement des séries comprenant cinquante et cent piliers très-bien conservés, et ayant conservé leurs rapports aussi bien que le représente la Table III. Quant aux dessins des cellules acoustiques, je dois déclarer que j'ai copié servilement la nature. Il en est de même pour les figures qui représentent le parcours des fibres nerveuses.

J'ai jugé opportun de reléguer à la fin de notre travail, dans les *Remarques*, certaines questions en litige, certaines remarques critiques. Les allures de notre exposé en seront moins embarrassées, et le lecteur ne s'en plaindra guère.

---

Quoique mes recherches personnelles n'aient porté que sur l'appareil compliqué qui existe à la terminaison périphérique du nerf limacien, je crois ne pas faire chose inutile pour l'un ou l'autre lecteur, en rappelant la disposition générale du limaçon.

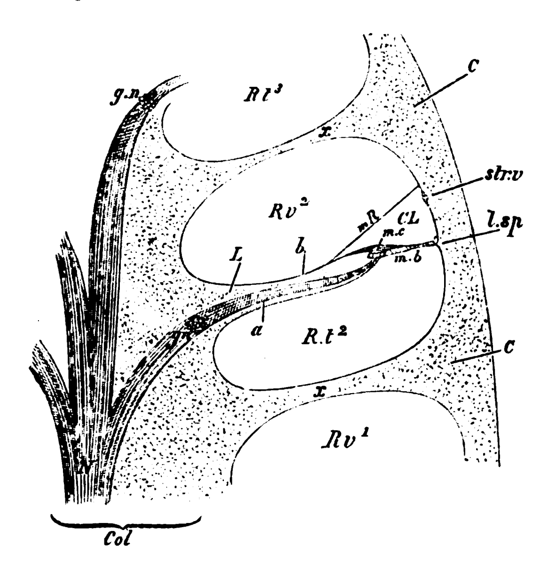



Fig. A. — Coupe schématique à travers une moitié du limaçon, destinée à donner une première orientation sur la situation de l'organe de Corti dans le limaçon. Col. La columelle, qui loge, dans son axe, la branche limacienne (N) du nerf acoustique. A droite et à gauche, le nerf limacien émet des branches nerveuses qui se rendent dans la lame spirale. C. Capsule osseuse du limaçon. X. Lamelles de tissu osseux qui s'insinuent entre les différents tours de spire de la lumière du limaçon. Rv¹. Rampe vestibulaire du premier tour de spire. Rt². Rampe tympanique du second tour de spire. Rv². Rampe vestibulaire du second tour de spire. Rt³. Rampe tympanique du troisième tour de spire. L. Lame spirale, composée de deux feuillets, un vestibulaire (*a*), l'autre tympanique (*b*). Entre les deux feuillets sont logées les fibres nerveuses à moelle, qui en *g. n.*, traversent le ganglion spiral. Aussi loin que les deux feuillets sont ponctués, ils sont ossifiés. Au delà de cette limite, la lame spirale est membraneuse. *m*R. Membrane de Reissner, qui avec la zone externe de la lame spirale membraneuse, et la capsule osseuse, délimite le canal limacien (C. L). *m. c.* Membrane de Corti. *l. sp.* Ligament spiral *str. v.* Strie vasculaire.

Le limaçon dans son ensemble imite assez bien une coupole, dont la paroi serait constituée par la coque ou capsule osseuse (fig. A, C) du limaçon. La columelle (*col*) du limaçon élevée dans l'axe de la coupole, depuis la base

jusqu'au sommet, émet latéralement la lame spirale (L) qui va s'insérer au périoste interne de la capsule osseuse.

Jusque dans une certaine étendue à partir de la columelle, la lame spirale s'ossifie (lame spirale osseuse): au delà, jusqu'à son insertion au périoste, elle reste membraneuse (lame spirale membraneuse). Dans notre figure A, on voit que la lame spirale délimite, avec le périoste de la capsule osseuse, la rampe tympanique ($Rt_2$). A la face opposée, et à son origine contre la columelle, elle forme aussi paroi à la rampe vestibulaire ($Rv_2$); plus en dehors, elle en est séparée par le canal limacien (CL) et la membrane de Reissner (*m.* R). Celle-ci s'insère à angle aigu sur la lame spirale, un peu au delà de sa limite osseuse, se dirige obliquement en dehors, et s'insère sur le périoste. Les choses pourraient aussi être exprimées de la manière suivante : la membrane de Reissner retranche de la rampe vestibulaire un espace triangulaire sur sa section transversale : le canal limacien.

Dans sa zone interne, osseuse, et dans le commencement de sa zone membraneuse, la lame spirale se compose de deux feuillets séparés par une fente. Le tronc du nerf limacien, logé dans l'axe de la columelle, émet latéralement des fibres nerveuses, qui se logent en couche continue dans la fente circonscrite par les deux feuillets de la lame spirale, de manière à figurer une membrane. Arrivées à une certaine limite, toutes les fibres nerveuses traversent l'un des feuillets de la lame spirale, pénètrent dans la lumière du canal limacien, où elles vont gagner leur appareil terminal. Nous aurons donc à rechercher dans le canal limacien la terminaison périphérique du nerf limacien.

La délimitation du canal limacien est la suivante (voir fig. A) : De ses trois côtés, l'un est formé par le périoste interne de la capsule osseuse, un autre (vestibulaire) par la membrane de Reissner, le troisième (tympanique) par la lame spirale membraneuse. Celle-ci, cependant, ne se confond pas avec ce troisième côté, car à la base du limaçon la partie osseuse de la lame spirale s'étend au delà de l'insertion de la membrane de Reissner; vers le sommet du limaçon, l'ossification n'arrive pas même à cette limite, et cesse en dedans de cette insertion.

La membrane de Reissner se compose de deux couches de cellules. Sur

sa face vestibulaire [1], il y a une couche simple d'endothélium, continue avec l'endothélium qui tapisse la rampe vestibulaire. Sur sa face tympanique, il y a une couche unique d'épithélium pavimenteux, qui se continue avec le revêtement épithélial des deux autres parois du canal limacien.

Le côté du canal limacien formé par le périoste n'offre de bien saillant que la strie vasculaire (*str.* voir fig. A) et l'insertion de la lame spirale au périoste. Ce dernier offre en cet endroit un renflement, de forme triangulaire sur une section transversale, qui se continue à travers toute la longueur du canal limacien, et a reçu, dans son ensemble, le nom de ligament spiral (*l. sp.*). La strie vasculaire est située plus haut sur ce côté, vers l'insertion de la membrane de Reissner sur le périoste. On y voit toujours plusieurs vaisseaux sanguins, qui paraissent avoir joué un grand rôle dans le développement embryologique.

Le côté tympanique du canal limacien est le plus important. A sa face vestibulaire, ce côté supporte un organe spécial, dans lequel nous aurons à rechercher la terminaison périphérique du nerf limacien.

A son extrémité interne, là où elle touche la membrane de Reissner, cette dernière paroi possède encore les deux feuillets, la continuation du périoste de la lame spirale osseuse. Le feuillet tympanique reste un tissu fibrillaire, comme il l'a été jusqu'ici, s'étend en dehors en diminuant d'épaisseur, jusqu'au point où il se confond avec le feuillet vestibulaire. Ce dernier s'épaissit considérablement dès son entrée dans le canal limacien, et forme un bourrelet proéminent (*h. s.* fig. A. Voir encore fig. 1, Tabl. I, *h. s.*, et plus encore Tabl. IV, *h. s.*) dont la surface présente des sillons profonds, séparés par des côtes saillantes dirigées de dedans en dehors. Pour cette raison, toute la partie de la lame spirale située au niveau des côtes saillantes a reçu le nom de *habenula sulcata*. — L'épaisseur de la *habenula*

[1] Les désignations « vestibulaire » et « tympanique, » employées pour déterminer la situation, les rapports d'un organe contenu dans le canal limacien, le sont en vue des rampes de ces noms, et non pas en vue du tympan ou du vestibule. Ainsi le côté vestibulaire du canal limacien est celui tourné du côté de la rampe vestibulaire, et non pas celui tourné du côté du vestibule. On voit même que ce côté vestibulaire est tourné du coté du tympan, et non pas du côté du vestibulum, le limaçon étant dans ses rapports normaux.

*sulcata* tombe brusquement à la limite externe, les saillies de sa surface proéminant librement dans la lumière du canal limacien, et constituant ainsi ce qu'on appelle « les dents de la première rangée. » — Le tissu constituant de cet épaissement du périoste est une modification particulière de la substance conjonctive : une substance homogène, assez résistante, renfermant des cellules fusiformes et étoilées. C'est un intermédiaire entre le tissu conjonctif et le cartilage. Les saillies signalées précédemment sont formées par la même substance, mais les cellules épithéliales de la surface, amassées au fond des sillons, lui donnent un cachet particulier. — La *habenula sulcata* est recouverte par l'origine de la membrane de Corti, dont nous parlerons plus loin.

La limite externe de la *habenula sulcata* est formée par une ligne rentrante qui, en bas, se continue avec la face vestibulaire de la lame spirale. Il y a donc en cet endroit une anfractuosité, un sillon qui s'étend à travers toute la longueur du canal limacien : c'est le *sulcus spiralis.* (Voir fig. A, *s. sp.,* voir encore fig. 1, Tabl. I, et Tabl. IV, *s. sp.*)

A ce *sulcus spiralis,* on distingue deux lèvres : une vestibulaire (*lv* fig. 1, Tab. I), constituée par les dents de la première rangée; l'autre tympanique (*lt*), formée par la lame spirale membraneuse, réduite dans son épaisseur. A cette hauteur cependant la lame spirale est encore formée par deux feuillets, séparés par les fibres nerveuses. Vers le sommet du limaçon, le *sulcus spiralis* s'aplatit, parce que les dents de la première rangée n'y sont plus aussi proéminentes qu'à la base du limaçon.

La lèvre tympanique du *sulcus spiralis* est constituée, dans sa partie non nerveuse, par des fibres très-serrées du tissu conjonctif, et dont la direction dominante est radiaire [1]. La face supérieure vestibulaire de cette lèvre présente une série de saillies ou côtes radiaires (Tab. I, fig. 4, *h. p.,* et Tab. IV, *h. p.*) séparées par des sillons peu profonds. Au fond de chacun de

[1] Pour préciser une direction quelconque dans le canal limacien, il sera recommandable d'opposer la direction spirale (dans le sens de la longueur du canal limacien) à la direction radiaire. Opposer « transversal » à « radiaire » conduit à la confusion, comme cela ressort des écrits de Deiters et de Koelliker : l'un appelle « transversal » ce que l'autre appelle « radiaire » et *vice versâ.*



ces sillons, et à son extrémité externe, il y a un trou en forme de boutonnière (mêmes figures), qui fait communiquer la lumière du canal limacien avec la fente dans la lame spirale qui loge les fibres nerveuses. Ces trous sont dirigés obliquement de bas en haut et de dedans en dehors. Ils livrent passage aux fibres nerveuses, qui pénètrent par cette voie dans le canal limacien. La presence de ces trous a valu le nom de *habenula perforata* à cette partie de la lame spirale qui, du fond du *sulcus spiralis*, s'étend jusqu'à leur niveau.

L'idée me vint de rechercher s'il n'y a pas une relation entre les trous de la *habenula perforata*, et les dents de la *habenula sulcata*. Or, j'ai trouvé que le nombre des trous est juste le même que celui des dents, ou plutôt des fentes entre ces dents. Les trous en effet correspondent, non aux dents, mais aux intervalles entre les dents. Les trous semblent donc être une exagération du processus qui plus en arrière produit les sillons entre les côtes saillantes de la *habenula perforata*, et plus en arrière encore aux fentes entre les dents de la *habenula sulcata*. L'embryologie probablement nous fournira un jour la raison de cette coïncidence. Un fait bien connu parle déjà aujourd'hui en faveur de cette manière de voir. En effet, vers le sommet du limaçon, avons-nous dit, les dents de la *habenula sulcata* sont moins proéminentes. Or, à cette hauteur, les côtes saillantes de la *habenula perforata* ne se remarquent plus guère, il n'y a plus de trous isolés, mais bien une fente continue qui livre passage aux fibres nerveuses dans le canal limacien.

Les parois du *sulcus spiralis* et la *habenula sulcata* sont tapissées par un épithélium à grandes cellules, sans grande importance, et dont la forme varie beaucoup dans la série (fig. 1, Tab. I, et Tab. IV).

Avançons d'un pas sur la lame spirale. Jusqu'ici, la présence des fibres nerveuses la divisait en deux feuillets. Quand ces dernières ont gagné l'intérieur du canal limacien, la séparation en deux feuillets n'a plus de raison d'être. Aussi, à partir des trous de la *habenula perforata*, les deux feuillets se confondent en une lamelle unique, qui va s'insérer sur le ligament spiral (fig. 1, Tab. I, où *l. sp.* est le ligament spiral). Entre les deux limites signalées, la lame spirale prend le nom de MEMBRANE BASILAIRE.

La membrane basilaire est d'une importance capitale, tant à raison de sa structure surprenante (indice d'une fonction particulière), qu'en vue des organes qu'elle supporte à sa face tympanique, organes qui dans leur ensemble constituent l'*organe de Corti*. Dans l'organe de Corti, signalons dès à présent l'arc de Corti (Tab. I, *p. i.* et *p. e.*), formation qui en réalité rappelle la forme d'un arc, ou d'un pont, composé de deux piliers, l'un interne (*p. i.*) et l'autre externe (*p. e.*). La corde qui soustend cet arc est une partie de la membrane basilaire.

Les Tables III et IV, et Table I, fig. 4 tâchent de donner une idée de la membrane basilaire (vue de face de la *m.* basilaire). L'apparence striée nous y frappe avant tout. La signification de la striation n'est plus le moins du monde douteuse aujourd'hui. La membrane basilaire en effet se compose d'un très-grand nombre de fibres d'épaisseur égale, qui toutes ont leur origine interne (du côté de la columelle) un peu en dehors des trous de la *habenula perforata* (fig. 4, Tab. I), et qui de là vont radiairement, et en ligne droite, s'insérer sur le ligament spiral. Elles divergent légèrement vers cette dernière insertion, car, partant du centre d'un cercle, elles tendent à en gagner la circonférence. On se tromperait fort en admettant que le dessin des fibres est schématisé : les lignes droites, quoique tirées à la règle, n'atteignent cependant pas la régularité étonnante de la nature.

L'ensemble de ces fibres est la chose essentielle dans la constitution de la membrane. Entre deux fibres voisines, il existe un espace, comblé par une lamelle homogène et transparente, d'une minceur extrême, qui relie entre elles deux fibres voisines.

La striation est plus apparente dans la partie de la membrane basilaire qui est comprise entre l'insertion externe de l'arc de Corti (à la membrane basilaire) et le ligament spiral. Elle y est connue depuis longtemps, et a valu à cette partie de la membrane basilaire le nom de *zone pectinée*. Dans la zone pectinée, la lamelle unissante entre les fibres est moins épaisse que les fibres elles-mêmes, et ces dernières sont plus épaisses que sous l'arc de Corti, de sorte qu'il est tout à fait correct de dire qu'en cet endroit la membrane basilaire se compose de fibres reliées entre elles par une mince lamelle homogène. Cette lamelle, dans une préparation bien réussie, est tellement

transparente qu'on ne la remarque pas dans le système des fibres. A l'endroit où l'on a déchiré les fibres (Tab. III et IV) elle ne se dessine que sous forme d'une ombre peu marquée, d'une ligne sans épaisseur appréciable, étendue d'une fibre à l'autre.

Sous l'arc de Corti, cette lamelle unissante est un peu plus développée, et *peut-être* ici l'on pourrait dire que la membrane basilaire se compose d'une lamelle homogène, contenant les fibres dans sa masse. Ici on voit la lamelle unissante s'annoncer par un double contour comme le montre la Table III, en *b*.

Après la mort, la lamelle homogène devient granuleuse et se trouble au point de masquer tout à fait les fibres. Ceci est la cause pour laquelle on n'a pas vu les fibres sous l'organe de Corti. Ici, en effet, la lamelle, en raison de sa plus grande épaisseur, se trouble plus fortement que dans la zone pectinée, et ce trouble masque plus ou moins les fibres.

Les propriétés physiques des fibres sont très-remarquables et importantes à considérer. — Certains faits prouvent que les fibres sont très-élastiques. Ainsi, malgré les insultes de la préparation, elles conservent toujours la direction droite. Avec des instruments, on peut bien les tirer de côté, les incurver; mais elles ne se plient pas à la manière d'une corde peu élastique, elles forment des courbes très-régulières, et dès qu'on les lâche, elles reprennent leur direction primitive. Si l'inflexion latérale est exagérée, elles se brisent toutes suivant une ligne droite, comme le montre la figure 4, Table I. On ne saurait mieux les comparer qu'avec les fils de verre minces qu'on étire sur une lampe.

La lamelle unissante, de son côté, n'est guère douée d'élasticité, et ne constitue qu'un lien bien peu résistant entre les fibres. Elle se déchire sous la moindre traction. Ceci, combiné avec la résistance des fibres, explique pourquoi il est facile d'isoler des fibres comme le montre la figure 4, Table I.

Pendant la vie, la tension de la membrane basiliaire dans le sens de sa longueur doit être très-minime, autrement il se produirait infailliblement une déchirure dans la lamelle unissante. — On observe de plus que deux fibres voisines se rapprochent, puis s'écartent l'une de l'autre avec la plus

grande facilité : la lamelle n'offre donc guère de résistance à un changement de forme.

L'épaisseur des fibres reste en dessous de la limite où nos instruments peuvent servir à une mensuration exacte. Leur substance est très-réfringente, et les effets optiques qui en résultent leur feront trouver ordinairement un volume supérieur aux dimensions réelles. En raison de ces effets optiques, la coupe transversale d'une fibre se présente sous forme d'un cercle très-agrandi. Des fibres étendues en longueur ne peuvent guère être mesurées; elles ne sont que des lignes plus ou moins épaisses, suivant qu'elles sont au foyer du microscope ou non. Sous l'arc de Corti, cependant, cette épaisseur est moindre que dans la zone pectinée.

D'après ce que nous avons dit plus haut, l'épaisseur de la membrane basilaire, telle que nous l'entendons, est donnée par celle des fibres elles-mêmes, au moins dans la zone pectinée, où la lamelle unissante est plus mince que les fibres. J'insiste sur ce point, car les mensurations faites jusqu'ici ne méritent guère de confiance, étant faites sur des membranes basilaires très-altérées. Je parle ici de l'épaisseur de la membrane basilaire fraîche, et de celle durcie dans de l'acide osmique. J'ai pu, en effet, me convaincre un grand nombre de fois que ce moyen durcissant n'altère ni l'aspect, ni l'épaisseur de la membrane basilaire. Je sais bien qu'en ceci je me mets en désaccord avec tous les auteurs qui ont écrit sur la matière. Je sais bien aussi que sur des coupes transversales de membranes basilaires durcies par d'autres moyens, on croit souvent arriver à des résultats différents. Mais quand je parle de l'épaisseur de la membrane basilaire, j'entends la membrane fraîche ou durcie dans l'acide osmique. Il n'est pas rare de rencontrer des lanières de zone pectinée, composées de douze à vingt fibres, se présenter de profil; dans ces occurrences heureuses, je n'ai jamais vu l'épaisseur de la membrane basilaire autrement que sous forme d'une ligne très-fine. — Tout ceci doit être compris avec la restriction de ce que nous avons dit plus haut sur la plus grande épaisseur de la lamelle unissante sous l'arc de Corti (voir encore la *Remarque* nº 1).

Les fibres se distinguent donc par une élasticité éminente. Cependant, les réactions chimiques les différencient nettement du tissu élastique. Les alca-

lis, en effet, les dissolvent très-rapidement, ainsi que toute la membrane basilaire. — Dans du sérum iodé, j'ai conservé pourtant des membranes basilaires pendant quinze jours; et quoique l'apparence striée eût perdu en netteté, elle était cependant bien apparente encore.

Comment se comporte notre système de fibres aux deux extrémités : au ligament spiral et près des trous de la *habenula perforata?* Les Tables III et IV montrent l'insertion sur le ligament spiral (*l. sp.*). Ce dernier est un feutrage épais de fibres fines, ondulées et entrelacées, dont les contours ne sont pas aussi lisses que ceux des fibres de la membrane basilaire. Elles ne réfractent pas la lumière aussi fortement que ces dernières. La transition entre les deux espèces de fibres se fait sur une limite bien nette, marquée sous forme d'une ligne spirale, étendue depuis la base du limaçon jusqu'à son sommet. Les fibres de la membrane basilaire y prennent le caractère de celles du ligament spiral et se perdent entre ces dernières.

La limite interne est en dedans de l'insertion interne de l'arc de Corti sur la membrane basilaire, et en dehors des trous de la *habenula perforata.* Le tissu de la *habenula perforata* se compose lui aussi de fibres, qui suivent une direction radiaire (fig. 4, Tab. I, et Tab. IV), mais elles sont ondulées et légèrement entrelacées. Les fibres de la membrane basilaire viennent se perdre dans leur masse, et en prennent tout à fait l'aspect. Mais ici, la limite n'est pas aussi bien marquée qu'au ligament spiral; la transition se fait sur une certaine étendue, et non pas sur une ligne nette.

A la face tympanique de la membrane basilaire, il y a encore à signaler deux particularités.

Sous l'arc de Corti, un peu plus près de son insertion interne, on remarque avec une grande constance un vaisseau sanguin (veineux ou artériel?) qui parcourt toute la longueur du canal limacien (Tab. III, *v. sp.*, et Tab. IV, *v. sp.*). Par endroits il se bifurque, et alors on trouve souvent un second vaisseau analogue, en dedans du pied interne de l'arc de Corti. A ce vaisseau viennent aboutir de distance en distance des rameaux vasculaires identiques, situés à la face tympanique de la lame spirale, et qui y arrivent dans la direction de la columelle. En dehors de ce vaisseau, la membrane basilaire et ses annexes n'ont pas de voies sanguines, au moins chez l'adulte (voir la *Remarque* nº 5).

De plus, toute la face tympanique de la membrane basilaire est tapissée par une couche de cellules conjonctives, séparées et reliées par une masse de fibres conjonctives, le tout attaché à la membrane basilaire par un peu de substance amorphe. Ce tissu conjonctif, dont une parcelle est rendue dans le Table III, *t. c.* est un reste des cellules embryonnaires qui existaient en grande quantité sur ce côté du canal limacien.

Passons aux formations que supporte la membrane basilaire à sa face vestibulaire, tournée du côté du canal limacien. Toutes sont des transformations des cellules épithéliales qui tapissaient l'intérieur de la vésicule acoustique de l'embryon. — Les fibres de la membrane basilaire, au contraire, semblent dériver du tissu conjonctif.

La figure 1, Table I, donne une coupe idéale à travers la membrane basilaire et les organes en question. A gauche, il y a le *sulcus spiralis* avec ses deux lèvres et l'épithélium de sa paroi. Les parties essentielles, dont l'ensemble est désigné sous le nom d'*organe de Corti,* sont dessinées d'après nature (préparation de limaçon du chat). Les parties accessoires sont pointillées; elles changent beaucoup d'une espèce à l'autre.

La partie la plus célèbre est L'ARC DE CORTI.

L'arc de Corti est constitué par deux formations cylindroïdes, qui s'implantent en bas sur la membrane basilaire, et qui se touchent en haut à angle obtus, c'est-à-dire *le pilier de Corti interne* (*p. i.*) et *le pilier de Corti externe* (*p. e.*)[1]. Les deux piliers, en effet, rappellent sensiblement les deux piliers d'un pont.

Les arcs de Corti se juxtaposent très-régulièrement dans toute la longueur du canal limacien (Tab. III et IV), se touchent latéralement, au moins

[1] La nomenclature ici est très-fluctuante. Les deux piliers réunis forment sensiblement un arc, et il convient de donner ce nom à l'ensemble des deux piliers. Les piliers (interne et externe) en particulier sont fréquemment désignés sous les noms d'*arcs de Corti* (interne et externe), ou de *fibres de Corti* (interne et externe). Suivant en cela Loewenberg, je donnerai le nom de *pilier* à chacune des deux parties constituantes de l'arc. Le nom de *fibres* sera le mieux évité tout à fait. Il y a dans le canal limacien tant de formations auxquelles il le faut réserver, alors que les piliers ne le méritent guère, vu le rapport qui existe entre leur longueur et leur épaisseur.



par leur partie supérieure. De cette juxtapposition il résulte que l'espace triangulaire, délimité par l'arc de Corti (dans la coupe à travers l'organe de Corti de la figure 1, Table I) se continue en spirale à travers tout le canal limacien, et mérite pleinement dans cette étendue le nom de *tunnel de Corti*.

Les piliers de Corti sont des formations plus ou moins cylindriques, et offrent, dans une vue de profil, une courbure élégante, en forme de S, plus prononcée pour le pilier externe que pour l'interne (fig. 1, Tab. I). Leurs bases élargies, *pieds des piliers*, reposent sur la membrane basilaire; leurs sommets, renflés également, têtes des *piliers* ou *coins articulaires* (interne et externe), se touchent latéralement et ferment le sommet du tunnel. *Le corps du pilier* sera la partie comprise entre la tête et le pied.

La substance des piliers est assez solide et réfracte fortement la lumière. A l'état frais, on la croirait tout à fait homogène. Cependant un pilier macéré se résout facilement en un très-grand nombre de fibrilles. On en voit souvent dont l'une ou l'autre extrémité, à la suite de quelque insulte dans la préparation, se résout en un pinceau de fibrilles très-ténues. Les piliers, bien conservés d'ailleurs, montrent ordinairement des indices d'une structure fibrillaire. Les indications relativement à l'élasticité des piliers ne doivent être reçues qu'avec beaucoup de circonspection. (La tension continuelle de l'arc pendant la vie, admise par quelques-uns, est purement hypothétique.) Boettcher cite un fait qui semblerait prouver qu'ils s'altèrent facilement. D'après cet auteur, un jour de séjour dans du sérum iodé suffirait pour détruire le pilier. J'ai répété l'expérience, mais après une et même deux semaines, les piliers n'avaient guère changé d'aspect.

Le corps du pilier est sensiblement cylindrique, surtout celui du pilier externe; celui du pilier interne est un peu aplati de dedans en dehors. Il y a un espace assez large entre deux piliers externes, tandis que deux internes ne laissent entre eux qu'une fente très-étroite.

Le pied des piliers est élargi, de forme triangulaire dans une vue de profil. La face par laquelle il repose sur la membrane basilaire est à peu près quadrangulaire (Tab. III).

Ses rapports plus intimes du pied avec la membrane basilaire méritent toute notre attention. Le pied s'élargit considérablement, et la circonférence

amincie de cet élargissement, en dedans pour le pilier interne, en dehors pour l'externe, se résout en un certain nombre de filets radiaires, en forme d'éventail. Déjà plus haut, la surface du pied offre dans le sens de sa longueur les côtes saillantes qui se continuent en bas dans nos filets radiaires. Chacun de ces prolongements radiés se superpose à une fibre de la membrane basilaire et la renforce. La figure 4, Table I, montre un pilier externe à demi détaché de la membrane basilaire; il n'y adhère plus que par quelques filets. Cette manière d'être est surtout très-manifeste pour les piliers externes, un peu moins pour les internes.

Il ne faudrait pas croire cependant que l'épanouissement du pied ne soit rien autre chose que l'isolement des fibres qui composent le pilier. Ces dernières sont très-nombreuses, au moins cinquante, peut-être cent pour un pilier, et les filets radiaires du pied ne dépassent pas le nombre de douze.

A leur insertion sur la membrane basilaire, les piliers se touchent de bien près, sans cependant se confondre dans leur substance. Il paraît toutefois qu'il existe un très-petit espace entre deux pieds externes. Les pieds des piliers internes se touchent très-certainement, sans se confondre cependant.

J'ai tâché d'établir combien de fibres de la membrane basilaire correspondent à un pilier externe. Ce nombre varie d'une espèce à l'autre, de même que le calibre des fibres. Plus les fibres sont nombreuses, et plus elles sont ténues. Chez le cochon d'Inde, le lapin et la brebis, j'en ai compté sept à huit; chez le chat et le chien, onze à douze. — Mais chaque fibre de la membrane basilaire reçoit-elle un renforcement du pied du pilier? Tel est le cas pour l'immense majorité, sinon pour toutes. Quelquefois cependant il m'a semblé en voir une traverser le petit espace entre deux piliers externes sans recevoir ce renforcement.

Waldeyer évalue à quatre mille cinq cents le nombre des piliers externes. Il en résulte que si nous admettons que chez l'homme, à un pilier externe correspondent douze fibres de la membrane basilaire (peut-être même y en a-t-il davantage), la membrane basilaire humaine serait composée de cinquante-quatre mille fibres.

L'union établie entre les pieds et la membrane basilaire est assez intime; on peut cependant les séparer, et alors on voit que les fibres de la mem-

brane basilaire continuent leur route de dehors en dedans vers la *habenula perforata*, sans autre changement qu'une diminution sensible dans leur calibre (fig. 4, Tab. I).

Boettcher prétend que la striation de la zone pectinée résulte de l'épanouissement des piliers externes. Quand on regarde la membrane basilaire du côté de la rampe tympanique, on peut voir ses fibres passer sur les pieds des piliers. Si alors on abaisse un peu le tube du microscope, on voit ce que représente la figure 6, Table I, c'est-à-dire que les fibres de la zone pectinée semblent sortir des piliers. Ce que nous avons dit au sujet des côtes saillantes à la surface des pieds des piliers expliquera la méprise.

Le plus souvent, l'endroit de la membrane basilaire où étaient insérés des piliers externes ne se fait guère remarquer, et l'on serait fort embarrassé pour déterminer exactement l'endroit de cette insertion. Les fibres y diminuent insensiblement de calibre. D'autrefois, l'insertion des piliers externes snr la membrane basilaire se remarque plus nettement, comme j'ai tâché de le rendre dans les figures 5 et 7, Table I. Les fibres de la membrane basilaire y semblent diminuer brusquement de calibre, sur une ligne festonnée, de sorte qu'on reconnaît encore l'insertion de chacun des piliers externes. L'aspect festonné de cette ligne est dû à ce que les fibres qui passent sous les côtés des pieds des piliers externes avancent plus loin en dedans avec leur fort calibre que les fibres qui passent sous les milieux des pieds des piliers externes.

Il ressort de ce fait que les prolongements radiés des piliers externes semblent avoir une longueur considérable, et diminuent insensiblement de volume. Ordinairement ces prolongements se détachent dans toute leur longueur des fibres de la membrane basilaire. D'autres fois, et c'est le cas des figures 5 et 7, Table I, quand on arrache le pilier externe de la membrane basilaire, les prolongements radiés se cassent à leur origine, et restent en rapport avec les fibres de la membrane basilaire. Dans ce cas, ces dernières fibres semblent diminuer brusquement de volume, contre l'endroit où le pied du pilier externe a été inséré.

Les coins articulaires ou les têtes des piliers nous présentent des formes assez compliquées. Cette partie du pilier externe est renflée, et offre en

dedans une face hémisphérique, une espèce de tête articulaire, reçue dans une cavité correspondante du coin articulaire interne. En dehors, sa face est un peu excavée (voir Tab. IV) et sa face supérieure se prolonge en une espèce de bâtonnet, qui se dirige en dehors et un peu en haut, et dont l'extrémité externe, ou la tête du bâtonnet, est élargie à la manière d'une rame de pêcheur. Cet élargissement est percé par une lacune centrale. Il forme le premier article de ce que nous apprendrons bientôt à connaître sous le nom de *membrane réticulaire*.

La tête du pilier interne, renflée aussi, est creusée à sa face externe par une excavation, qui loge, à la manière d'une cavité articulaire, la tête du pilier externe, au moins en partie. La face supérieure de cette tête tombe légèrement en pente du sommet de l'arc de Corti de haut en bas et de dehors en dedans. En dehors et en dedans elle se prolonge en deux appendices proéminents. En dedans, c'est une saillie en forme de pointe, une trabécule qui, se réunissant à une saillie analogue d'un pilier voisin, complète, avec le corps du coin articulaire, un anneau complet, anneau qui reçoit et encadre l'extrémité supérieure d'une « cellule acoustique interne. » Du côté externe, le coin articulaire interne émet une espèce de plaque, élargie au point qu'elle touche les deux plaques analogues des deux piliers voisins, avec lesquelles elle se soude du reste. Réunies ainsi ensemble à travers le canal limacien, les plaques constituent une bande allongée, qui recouvre tout à fait les coins articulaires externes et leurs bâtonnets jusque près de l'extrémité élargie de ce dernier. Les bâtonnets sont même unis très-intimement aux plaques, plus que les deux têtes des piliers ne le sont dans leur cavité articulaire (voir la *Remarque* n° 2).

Les articulations établies de cette manière entre les piliers internes et externes sont en partie plus ou moins lâches, en partie plus solides et immobiles. Latéralement, les piliers s'articulent encore par leurs têtes avec les voisins. Cette union aussi est assez intime; mais il serait audacieux de ce prononcer définitivement sur ces points.

Dans la lumière du tunnel de Corti, il nous faut encore signaler la présence de deux gros noyaux nucléolés, l'un contre le pied du pilier interne, l'autre contre le pied du pilier externe, dans l'angle que ces pieds délimitent

avec la membrane basilaire (fig. 1, Tab. I). Ils sont entourés d'un amas de substance granuleuse qui s'étend dans une certaine hauteur le long des piliers, et émet une traînée sur la membrane basilaire, traînée qui va donc à la rencontre d'une traînée identique qui vient de l'autre côté du tunnel. Dans le jeune âge, cette masse granuleuse est plus développée; les traînées sur la membrane basilaire s'étendent assez loin pour qu'elles se rencontrent avec celle du côté opposé. Comme elles sont bien délimitées par des lignes droites, il y a là sur la membrane basilaire, dans une vue de face, un dessin très-régulier (fig. 5, Tab. I). Plus tard la masse granuleuse s'atrophie, mais il en reste toujours chez l'animal adulte des traces sensibles dans une vue de face, comme le montre la figure 7, Table I.

Les noyaux, avec la masse granuleuse qui les entoure, sont les restes des cellules embryonnaires qui ont formé les piliers. Les études embryologiques ont révélé ce fait que primitivement, ces cellules qui ont donné naissance aux piliers internes et externes, étaient dressées sur la membrane basilaire, et se touchaient dans toute leur longueur. A mesure que le développement a fait des progrès, elles se sont écartées de plus en plus en bas.

La configuration générale des piliers de l'arc et du tunnel ressort de la figure 1, Table I, qui représente l'état des choses dans le sommet du limaçon du chat, dans l'avant-dernier tour de spire. L'inclinaison surtout des piliers externes, sur la membrane basilaire, est très-prononcée. Vers la base du limaçon, les piliers se dressent davantage, et par suite, la largeur du tunnel diminue. La hauteur du tunnel augmente un peu vers la base, mais pas proportionnellement à la diminution de la largeur du tunnel, car la longueur des piliers diminue sensiblement vers cette limite.

Le nombre des piliers internes l'emporte sur celui des externes, à peu près dans la proportion de 3 : 2. Chez l'homme, le nombre des piliers externes serait de 4,500, d'après Waldeyer.

Nous avons quitté assez brusquement les bâtonnets des coins articulaires externes et les plaques des coins internes. Nous avons vu que les bâtonnets s'appliquent très-intimement à la face inférieure des plaques, et les dépassent à leur limite externe; que les deux réunis se dirigent en dehors, à partir du sommet de l'arc de Corti (voir Tab. IV), parallèlement à la membrane basi-

laire. Elles constituent le commencement d'une formation des plus curieuses, connue sous le nom de : MEMBRANE RÉTICULAIRE.

La membrane réticulaire (*m. r.*) est représentée de profil dans la figure 1, Table I, et la Table IV donne une vue de champ de cette formation surprenante par sa régularité. La membrane réticulaire, dont l'origine interne nous est donnée dans les plaques et les bâtonnets des piliers, s'étend du sommet de l'arc de Corti en dehors, parallèlement à la membrane basilaire, et intercepte avec celle-ci et avec les piliers un espace ouvert en dehors (fig. 1, Tab. I) espace comblé par les « cellules acoustiques externes. »

La membrane réticulaire, dont l'aspect brillant ne saurait être rendu par aucun dessin, est constituée de la manière suivante (Tab. IV) :

Aux plaques et aux bâtonnets des piliers viennent s'ajouter deux rangées de ce qu'on appelle les phalanges de la membrane réticulaire. La phalange ressemble assez bien à une rame de bateau. Elle est rétrécie en son milieu, et élargie à ses deux extrémités. L'élargissement ressemble tout à fait à l'extrémité externe (*tête*) du bâtonnet d'un pilier externe. La lacune centrale de cette dernière existe aussi dans la phalange. Mais la phalange présente une solution de continuité qui en reproduit les contours dans toute leur régularité. On pourrait donc dire que la phalange est un assemblage de trabécules qui encadrent une forme rappelant une rame de pêcheur.

Les extrémités internes des phalanges de la première rangée s'insinuent lentre les extrémités externes des bâtonnets des coins articulaires externes; eu rs extrémités externes élargies reçoivent entre elles la partie interne des phalanges de la seconde rangée. On observera que deux parties qui se suivent en sens radiaire ne se touchent pas; elles sont séparées par une lacune hexagonale régulière. De cette manière, il y a à considérer dans la membrane réticulaire, outre les lacunes dans les phalanges, trois rangées de trous. Un trou de la première rangée est compris entre les plaques des piliers internes, une phalange de la première rangée, et deux bâtonnets des piliers externes; ceux de la seconde rangée sont circonscrits par un bâtonnet d'un pilier externe, une phalange de la seconde rangée et deux phalanges de la première rangée; enfin un trou de la troisième rangée est délimitée par une

phalange de la première rangée, deux phalanges de la seconde rangée et un système de trabécules plus irrégulières, qui prolongent encore un peu en dehors de la membrane réticulaire, et encadrent les extrémités supérieures de certaines cellules situées au delà des cellules acoustiques externes.

Pour autant que je puis en juger, les lacunes au centre des phalanges sont de véritables solutions de continuité. Mais les trous de ces trois rangées sont comblés par les extrémités supérieures des « cellules de Corti », sur lesquelles nous allons venir à l'instant.

On se tromperait grandement en admettant que les phalanges ont réellement une existence isolée. Dans une certaine étendue elles peuvent être reliées ensemble comme par une articulation; mais latéralement elles communiquent ensemble par continuité de substance. Une communication identique, latérale, existe entre les phalanges de la première rangée et les bâtonnets. Ces derniers peuvent être assimilés à des phalanges d'une troisième rangée, dont l'extrémité interne serait soudée aux coins articulaires externes.

Par l'entremise des bâtonnets les phalanges affectent un rapport de continuité avec les piliers externes, forment donc un ensemble avec l'arc de Corti. La substance composante de la membrane réticulaire semble d'ailleurs être la même que celle des piliers; celle des phalanges porte également les indices d'une structure fibrillaire. Cependant, la substance de la membrane réticulaire réfracte la lumière plus fortement que celle des piliers.

La même chose s'applique aux anneaux au côté interne des coins articulaires internes; eux aussi forment un tout avec ces derniers, et sont composés de la même substance.

La membrane réticulaire est en définitive un treillis servant d'encadrement et de point d'attache aux extrémités supérieures des « cellules acoustiques externes. » Sa fonction principale paraît se réduire à fixer ces cellules dans leur position.

On donne le nom de *cellules acoustiques* à des éléments cellulaires placés à deux endroits différents de l'organe de Corti, et qu'on suppose affecter un rapport plus ou moins intime avec les extrémités périphériques des fibres du nerf limacien. Les cellules acoustiques *internes* sont situées en dedans de l'arc



de Corti, les cellules acoustiques *externes* sont situées en dehors de l'arc de Corti.

*Cellules acoustiques externes.* — La première orientation sur ces éléments si controversés nous sera donnée par la figure 1, Table I. L'espace délimité par les membranes basilaire et réticulaire et par les piliers de Corti externes, espace ouvert en dehors, est rempli plus ou moins complétement par deux espèces d'éléments cellulaires, c'est-à-dire par les deux espèces de cellules acoustiques externes. D'une manière générale, les unes (*c. d.*), *cellules de Corti*, ou *cellules acoustiques descendantes*, s'insèrent par une extrémité large dans les trous de la membrane réticulaire, et de l'autre extrémité, émettent un prolongement assez épais qui va s'insérer sur la membrane basilaire. Les autres cellules acoustiques externes, dites *cellules de Deiters* ou cellules acoustiques ascendantes (*c. a.*), s'insèrent par une large base sur la membrane basilaire, et par une extrémité conique, amincie, sur la membrane réticulaire. (Cellule acoustique ascendante, cellule à filament, *Fadenzelle*, sont des synonymes de cellule de Deiters. Cellule acoustique descendante, cellule à bâtonnets, sont des synonymes de cellule de Corti.)

Les cellules de Corti (*c. d*, fig. 1, Tab. I) sont des éléments très-altérables, comme en général toutes les cellules acoustiques. Un quart d'heure souvent, et dans tous les cas une demi-heure après la mort de l'animal, elles ont subi des altérations cadavériques qui les rendent méconnaissables, et dans les chaleurs d'été elles peuvent avoir disparu. Si l'on opère vite, on réussit à les voir dans du sérum iodé, avec la forme que je leur ai donnée dans les figures. Mais, dans leur étude, l'acide osmique est d'une utilité incalculable. On ne manquera pas de trouver que dans une solution de 1 à 2 % et appliqué dans le premier quart d'heure après la mort (ordinairement cinq à dix minutes suffisent à une personne expérimentée pour faire la préparation), il conserve aux éléments cellulaires en question tout à fait la forme que je leur trouve quand je les examine dans du sérum iodé, au plus tard dix minutes après la mort. A en juger d'après les dessins donnés par la plupart des auteurs, certes ces derniers ont eu devant les yeux des cellules de Corti sensiblement altérées dans leur forme et leur constitution.

Le corps de la cellule de Corti est donc cylindroïde, à protoplasme très-

granuleux et à beau noyau nucléolé, moins granulé que le protoplasme. On peut opérer aussi vite qu'on voudra, on trouvera toujours le protoplasme fortement granulé. Une membrane cellulaire fait complétement défaut, quoique les contours cellulaires soient lisses et bien accusés.

De l'extrémité inférieure, amincie en pointe, du corps cellulaire, part un prolongement assez solide, qui va s'insérer sur la membrane basilaire par une extrémité élargie, étalée en éventail, à l'instar des pieds des piliers de Corti. Le prolongement en effet, en s'élargissant, s'étale et se divise en trois (probablement trois) filets, qui vont s'appliquer sur les trois fibres les plus proches de la membrane basilaire. L'union de ce prolongement avec la membrane basilaire doit être très-intime, car souvent, quand la cellule est arrachée, le prolongement se déchire, et une partie correspondant à peu près au sixième de sa longueur reste en rapport avec la membrane basilaire.

Le corps de la cellule de Corti est couché obliquement sur le versant externe de l'arc de Corti. Son prolongement cependant est encore plus oblique par rapport à la membrane basilaire, de sorte qu'il forme avec le corps cellulaire un angle très-obtus ouvert en dehors.

Le corps cellulaire est coupé à son extrémité supérieure par un plan perpendiculaire à son axe longitudinal. Cette extrémité est engagée dans un des trous hexagonaux de la membrane réticulaire que nous avons appris à connaître plus haut, et le ferme complétement. La surface supérieure du corps cellulaire, perpendiculaire à l'axe de la cellule, et qu'on pourrait appeler *plateau* de la cellule de Corti, ferme donc complétement le trou de la membrane réticulaire. Elle supporte un certain nombre de prolongements en forme de petits prismes ou bâtonnets, composés d'une substance homogène, réfractant très-fortement la lumière. Ces bâtonnets ne s'amincissent nullement vers leur extrémité libre, sont réellement prismatiques, et ne ressemblent pas le moins du monde aux cils acoustiques dans les ampoules et les saccules. La figure 1, Table I, ne schématise nullement ces bâtonnets; toujours je les vois sous cette forme, quand ils sont bien conservés.

La vue de profil ne nous dit naturellement rien quant à la disposition des bâtonnets sur le plateau de la cellule de Corti. Dans une vue de champ de l'organe de Corti et de la membrane réticulaire en place, on voit à un



faible grossissement, dans les trous hexagonaux de cette dernière, comme une ombre en demi-cercle ouvert en dedans, du côté de l'arc de Corti. Cette ombre est formée par nos bâtonnets qui s'implantent en demi-cercle, ou plutôt en fer à cheval, sur le plateau de la cellule de Corti. A un fort grossissement, en effet, on voit cette ombre en fer à cheval se résoudre dans les bâtonnets en particulier. L'insertion en fer à cheval est rendue dans la figure de la Table IV. Je compte dix à douze bâtonnets pour une cellule de Corti.

On pourrait se demander de quelle manière plus intime a lieu cette insertion des bâtonnets sur la cellule de Corti. Pénètrent-ils plus ou moins dans la substance cellulaire? Le trou hexagonal de la membrane réticulaire est-il fermé par une membrane? — Pour ce qui regarde la dernière question on ne saurait dire si le plateau de la cellule de Corti est formé par une membrane, ou bien si la substance cellulaire cesse ici simplement, comme sur la surface longitudinale de la cellule. Cette incertitude tient à l'insertion très-forte de la cellule dans le trou de la membrane réticulaire, à tel point qu'on ne réussit jamais à isoler une cellule fraiche, ou bien conservée dans de l'acide osmique : toujours le corps cellulaire est cassé un peu au-dessous de la membrane, son extrémité supérieure restant en rapport avec celle-ci; ou bien la cellule se casse immédiatement sous la membrane, et son plateau avec les bâtonnets adhère à cette dernière. Le limaçon étant durci dans l'acide chromique, puis macéré dans du bichromate de potasse, on réussit bien à isoler des éléments qui pourraient passer pour des cellules de Corti en rapport avec les bâtonnets, mais le tout est tellement déformé qu'il n'est plus permis de rien en inférer. L'identité même de ces éléments avec les cellules de Corti pourrait être contestée. — Pour ce qui est du rapport plus intime des bâtonnets avec le plateau de la cellule de Corti, comme Boettcher l'a fait remarquer récemment, dans une vue de face de la membrane réticulaire, on voit les coupes optiques des bâtonnets bien profondément dans le trou hexagonal; quelquefois même quand les trabécules de la membrane réticulaire commencent à pâlir. Il semblerait donc que les bâtonnets pénètrent dans la substance même de la cellule.

Pour l'étude des cellules acoustiques, je m'en suis donc tenu au durcis-



sement de l'organe de Corti dans l'acide osmique, avec macération consécutive dans du bichromate de potasse en faible solution, pendant une huitaine de jours. Cette macération, il est vrai, ne permet pas de détacher la cellule de Corti intacte, avec les bâtonnets, car toujours elle se casse sous la membrane réticulaire, mais elle permet de mieux isoler les cellules de Corti les unes des autres, et des cellules acoustiques de la seconde espèce (ascendantes).

Tout ce que nous pouvons dire donc de l'articulation de la cellule de Corti dans les trous de la membrane réticulaire, c'est qu'en cet endroit le corps cellulaire affecte probablement la forme d'un prisme hexagonal, en rapport avec le trou hexagonal lui-même, que l'insertion y est des plus intimes et approche bien près de la continuité de substance. Dans le trou de la membrane réticulaire le corps cellulaire paraît être un peu plus mince que sous cette membrane.

Les cellules de Corti de la figure 1, Table I, sont dessinées d'après nature pour ce qui regarde la forme du corps cellulaire et du noyau, l'insertion dans la membrane réticulaire et les bâtonnets. Elles sont plus ou moins schématisées pour ce qui regarde leurs extrémités inférieures acuminées et leurs rapports avec le prolongement cellulaire. C'est qu'en ce dernier endroit les choses ne sont pas aussi simples que nous avons paru l'admettre. En effet, à l'insertion du prolongement cellulaire sur le corps cellulaire, ce dernier affecte des rapports très-intimes avec ses congénères, les deux cellules de Corti voisines, et avec les cellules de Deiters voisines. Il paraît y avoir continuité de substance entre ces différents éléments. Aussi une cellule de Corti parfaitement isolée, analogue à celle représentée dans la figure 5, Table II, y est toujours comme rongée dans sa substance, ou bien porte, en guise d'appendices, des parcelles de substance des cellules voisines. Cette confluence des éléments cellulaires est rendue possible par le manque de membrane cellulaire, car les cellules de Deiters non plus ne sont pourvues d'une telle membrane.

Si néanmoins, nous avons représenté les choses dans la figure 1, Table I, de cette manière, c'est pour la facilité d'une première orientation. Nous nous sommes basés en cela sur des préparations comme celles représentées

figures 6, 7 et 8, Table II, représentant des cellules de Corti en rapport avec plusieurs cellules de Deiters, et où l'on voit manifestement l'extrémité inférieure du corps de la cellule de Corti s'amincir et se prolonger directement dans le prolongement cellulaire. Il ne faudrait pas cependant trop se hâter de conclure sur ce point d'après les trois figures signalées, car on ne réussit jamais à isoler les cellules de Corti avec leurs prolongements comme ces figures pourraient le faire espérer. La figure 5, Table II, est en effet la cellule de Corti la mieux isolée que j'aie obtenue. Il est même très-rare de voir, dans des préparations comme celles des figures 6, 7 et 8, la continuité du prolongement avec la cellule. Ordinairement, les prolongements cellulaires sont arrachés, d'autres fois, quand ils existent, on ne réussit pas à voir leur continuité avec les cellules. La plupart du temps, les cellules de Corti voisines se confondent dans leur substance au niveau de leurs noyaux, ou un peu au-dessous, et le contour cellulaire semble cesser en cet endroit. Le prolongement alors semble se perdre dans un stratum granuleux, dans lequel plongent également les extrémités inférieures des cellules de Corti. Plusieurs faits nous ont démontré que sous ce rapport il y a des différences entre les différents endroits de l'organe de Corti. Cependant, il ne faut pas non plus perdre de vue que rien que par le fait d'une conservation défectueuse, les extrémités inférieures des cellules de Corti semblent confondues dans un stratum granuleux. Mais même dans les cas rares où les extrémités inférieures des cellules de Corti s'amincissent et se continuent dans leur pédicule, elles adhèrent intimement au niveau du noyau et au-dessous, aux deux cellules de Corti voisines de la même rangée.

Ce n'est pas encore assez de l'adhérence entre les cellules de Corti d'une rangée. Ces éléments adhérent non moins intinement aux cellules acoustiques ascendantes, de sorte qu'une connaissance exacte des premières n'est possible que si on les considère en rapport avec les *cellules acoustiques ascendantes* ou *cellules de Deiters*. — Ces éléments sont encore plus controversés aujourd'hui que les cellules de Corti, et celui qui voudrait s'en former une idée par la lecture des auteurs les plus récents se trouverait fort embarrassé.

Non-seulement les descriptions, mais encore les dessins des différents auteurs diffèrent du tout au tout. D'une manière générale je reconnais la

vérité des descriptions de Boettcher et de Winniwarter, d'après lesquels la cellule de Deiters s'insère par une base élargie sur la membrane basilaire, et par une extrémité pointue sur les trabécules de la membrane réticulaire. Chez des embryons, sur lesquels Boettcher a fait ses recherches, l'état des choses se rapproche probablement, plus que chez l'adulte, de la description donnée par ces deux auteurs des cellules en question, pour ce qui regarde leur indépendance réciproque.

Chez l'adulte, cette indépendance se perd à un degré plus prononcé encore que nous l'avons trouvé pour les cellules de Corti. Jamais je n'ai réussi à isoler une cellule de Deiters dans sa totalité, pas même au degré incomplet de la cellule de Corti de la figure 5, Table II; et à en juger d'après les dessins donnés par les autres auteurs il en est de même pour eux. Aussi suis-je tout disposé à admettre que ce soit chose impossible que d'isoler complétement une cellule de Deiters: Waldeyer et Gottstein ont insisté sur le rapport intime qui existe entre la cellule de Corti et la cellule de Deiters, rapport qu'ils expriment en considérant ces deux cellules comme formant corps, une cellule gémellaire. A mon avis, ils auraient eu bien plus raison d'insister sur la soudure des cellules de Deiters entre elles.

La figure 1, Table I, montre en *c. a.*, une cellule de Deiters, schématisée dans ses rapports, pour les besoins d'une première orientation. Les rapports sont donc plus ou moins schématisés, mais non pas l'apparence de la cellule elle-même. Le corps cellulaire se divise assez naturellement en deux parties : une supérieure, conique, portant les indices d'une structure fibrillaire dans le sens longitudinal, et dont la pointe s'insère sur la membrane réticulaire; une seconde partie, inférieure, plus ou moins cylindroïde, renfermant le noyau. Cette dernière partie, qui est sans indice d'une structure fibrillaire, s'insère, sans amincissement préalable, sur la membrane basilaire. La partie supérieure, nous l'appellons *le cône* de la cellule acoustique ascendante, et la partie inférieure sera *le cylindre* de la même cellule.

Ce qui frappe avant tout le regard, c'est la grande différence d'aspect des deux parties de la cellule de Deiters. Le cône est assez foncé, son contenu porte les indices manifestes d'une structure fibrillaire longitudinale. Les contours du cône sont plus ou moins indécis, quoique réguliers, et n'ont pas la

netteté des contours de la cellule de Corti. Sa substance a l'air d'être moins bien délimitée vers l'extérieur que celle de la cellule de Corti. Pas plus que la cellule de Corti, le cône n'est pourvu d'une membrane.

Le cylindre de la cellule acoustique ascendante a un tout autre aspect. Il ne porte aucun indice d'une structure fibrillaire, mais son contenu, ou plutôt l'air délimité par ses contours est très-pâle, ne présentant que de fines granulations éparses. On n'y voit plus de trace de protoplasme. L'aspect général rappelle tout à fait les minces paillettes épithéliales superficielles sur la langue, où le protoplasme cellulaire a disparu, et qu'on se plait à considérer comme des cellules épithéliales mortes, dégénérées, en voie de disparition. Les contours du cylindre de la cellule de Deiters sont bien accusés, à l'opposé de ce que nous avons trouvé sur le cône, mais ces contours ne sont pas réguliers et droits, comme ceux de la cellule de Corti; ils sont anfractueux, irréguliers, présentent des saillies irrégulières alternant avec des échancrures irrégulières également. Dans leur position naturelle, ces saillies et ces échancrures correspondent à des échancrures et à des saillies de cylindres voisins, et servent à un emboitement réciproque, à un engrenage des plus intimes. Les cylindres en effet se touchent très-intimement de tous côtés avec leurs congénères, s'aplatissent réciproquement en prisme hexagonaux plus ou moins réguliers.

Le cylindre de la cellule acoustique ascendante renferme à son extrémité supérieure le noyau cellulaire, et la substance fibrillaire du cône cesse à une certaine distance au-dessus du noyau. Ce dernier est bien accusé, presque homogène dans sa masse, et renferme un beau nucléole; son diamètre reste un peu en dessous de celui de la cellule de Corti.

Avant de quitter la figure 1, Table I, faisons observer encore que le cylindre de la cellule de Deiters est sensiblement parallèle avec la cellule de Corti, ou plutôt avec le prolongement de cette dernière, et qu'il forme avec le cône un angle obtus ouvert en dehors. La cellule acoustique ascendante donc monte à partir de la membrane basilaire, sensiblement parallèle à la cellule de Corti, puis se dévie dans son cône en dehors, en sens radiaire, et va s'insérer sur la membrane réticulaire, à une distance considérable de l'extrémité supérieure de la cellule de Corti, qu'elle touche en bas. Pour un motif qu'on

comprendra à l'intant, nous n'avons dessiné dans notre figure 1, Table I, qu'une seule cellule de Deiters. Le fait est que dans le sens radiaire il existe trois rangées de ces cellules, comme il existe trois rangées de cellule de Corti. La déviation radiaire de la cellule de Deiters est telle que son insertion sur la membrane réticulaire se fait en dedans de la cellule de Corti située plus en dehors en sens radiaire, et tout contre elle. Nous avons indiqué dans notre figure 1, Table I, les insertions supérieures des deux cellules de Deiters non dessinées dans la figure.

Nous savons donc ce qu'il faut entendre sous le nom de *croisement radiaire* de la cellule de Deiters avec la cellule de Corti. Nous avons dit que ce croisement radiaire est le fait de l'insertion oblique du cône de la cellule de Deiters sur le cylindre de la même cellule.

Outre ce croisement radiaire, la cellule de Deiters accomplit un *croisement spiral,* latéral, avec l'axe de la cellule de Corti. Non-seulement le cône de la cellule ascendante se dévie en sens radiaire, mais encore en sens latéral, c'est-à-dire spiral. Cet écartement est plus considérable que celui en sens radiaire, et atteint l'épaisseur de trois cellules de Corti juxtaposées. La cellule de Deiters de notre figure 1 ne répond donc pas à la réalité, car le plan d'une section radiaire à travers l'organe de Corti ne pourrait jamais contenir et le cylindre et la totalité du cône de la cellule de Deiters. Nous avons fait abstration de ce croisement spiral en vue d'un exposé clair des faits. C'est là aussi la raison pour laquelle nous n'avons pas représenté dans notre figure les trois espèces de cellules de Deiters qui se suivent en sens radiaire. Si nous avions voulu être conséquent, nous n'aurions également représenté que deux cellules de Corti, car une section radiaire ne touchera jamais plus que deux de ces cellules dans leur axe longitudinal. Nous allons voir en effet que les cellules de Corti alternent de la même manière que les trous hexagonaux de la membrane réticulaire.

Après ces premières notions touchant la constitution et l'aspect des cellules ascendantes, notions qui sont la quintessence de recherches soutenue pendant plus de quatre ans, venons-en aux dessins d'après nature faits de préparations où les cellules de Deiters sont isolées autant que possible.

J'appellerais l'attention spécialement sur les figures 6, 8 et 9 de la Table II.

On y reconnaitra sans difficulté une rangée de cellules de Corti, et une rangée de cellules de Deiters, ces dernières avec leurs cônes et leurs cylindres. C'est chaque fois une rangée de cellules de Corti avec les cellules de Deiters correspondantes. Dans les figures 6 et 8, les cellules de Deiters sont tournées en haut, c'est-à-dire la face de ces cellules qui, dans l'organe de Corti, regarde vers le périoste, ou si on veut, le ligament spirale, est tournée en haut. Dans la figure 9 les cellules de Corti sont situées en haut, vers le microscope, c'est-à-dire la face des cellules qui dans l'organe de Corti regarde les piliers de Corti externes.

Les cônes se croisent avec les axes des cellules de Corti : c'est l'expression du croisement spiral, latéral. Le croisement radiaire ne ressort pas clairement de ces figures, il faut, pour le démontrer à toute évidence, une section radiaire de l'organe de Corti, représentée dans la figure 1, Table I.

Les cylindres des cellules de Deiters semblent également se croiser latéralement avec les cellules de Corti ; mais ce n'est là qu'un effet d'optique. Ces cylindres en effet ne se dévient ni à droite, ni à gauche, en sens spiral, de la direction des cellules de Corti, et leur sont parallèles en ce sens. Mais il n'en est pas ainsi de la direction radiaire, car de même que le prolongement ou pédicule de la cellule de Corti forme avec cette dernière un angle ouvert vers le ligament spiral, de même aussi le cylindre de la cellule acoustique ascendante forme avec le corps de la cellule de Corti un angle obtus appréciable. Il en résulte que dans une préparation analogue à celles représentées figures 6, 8 et 9, Table II, une rangée de cylindres forme, avec une rangée de cellules de Corti, comme une rigole, analogue à celle qu'on obtiendrait en réunissant deux planches suivant leur longueur et à angle obtus. Les deux planches ne pourraient jamais reposer ensemble sur un plan : la rigole reposera ou bien par une des deux planches, ou bien par les deux bords libres des deux planches. Dans ce dernier cas, les deux planches délimitent un tunnel très-bas.

Or, en observant sous le microscope une préparation comme celles que nous avons en vue, on observera constamment le jeu que nous avons supposé avec la rigole en planches.

J'ai admis que l'angle formé par les cylindres des cellules de Deiters et

les corps des cellules de Corti fût ouvert en dehors, du côté du ligament spiral. Le fait est qu'il me reste des doutes à cet égard, et que quelquefois j'ai cru remarquer dans des préparations analogues à celles dont il s'agit ici, que l'angle était ouvert en dedans, du côté des piliers de Corti. Des sections radiaires à travers l'organe de Corti ne m'ont pas fourni une preuve décisive dans l'un ou l'autre sens : les éléments sont trop disloqués pour que je décide la question.

Revenons à la constitution plus intime de nos deux espèces de cellules acoustiques, et aux rapports qu'elles affectent ensemble.

Nous avons dit que le corps des cellules de Corti était un cylindre parfait, à contours nets, et composé dans toute son étendue d'une substance granuleuse, assez semblable au protoplasme de jeunes cellules. Jetons encore un coup d'œil sur la figure 5, puis sur les figures 6, 7 et 8, Table II, qui condensent les faits touchant l'union du corps cellulaire avec son pédicule. On y voit de plus très-clairement la transition directe des contours du cône de la cellule de Deiters dans le cylindre de la même cellule. Je me hâte d'ajouter qu'on ne verra pas facilement tous ces rapports avec la même évidence, et que pour y réussir, il faut une patience énorme et une certaine chance dans la préparation.

Le cône de la cellule de Deiters, avons-nous dit, est formé d'une substance assez foncée, présentant des indices d'une structure fibrillaire, mais ne renfermant pas de granulations. Les contours du cône sont assez peu marqués, comme indécis, et nullement aussi bien accusés que ceux de la cellule de Corti. Tout porte à croire que le cône est une formation solide, tout à fait remplie de la substance fibrillaire.

Le cylindre de la cellule acoustique ascendante est une formation difficile à comprendre chez l'animal adulte. Nous connaissons déjà la manière intime dont il s'engrène avec ses homonymes voisins, et les figures 6, 7, 8 et 9, Table II, représentent ces rapports d'après la nature. Nous avons déjà dit que l'union entre les différents cylindres était tellement intime, qu'il est à peu près impossible d'en isoler un en totalité. Le cylindre se déchire dans sa continuité plutôt que de se détacher de son voisin. Aussi voit-on, en règle générale, que latéralement, à un cylindre plus ou moins isolé, il reste attaché

un peu de la substance d'un cylindre voisin, qui a donc dû se rompre dans sa continuité. Ce cas est représenté dans la figure 8, Table II, à gauche. D'un autre côté, les cylindres se déchirent facilement dans le sens de leur longueur; les figures 4 et 8, Table II, en sont des exemples. Rappelons-nous encore que l'aspect du contenu du cylindre, ou plutôt l'aspect de l'air délimité par les contours du cylindre rapproche ces formations des cellules ou écailles superficielles de la muqueuse linguale. Nous dirons même plus, cet aspect est à peu près le même que celui des cellules épidermiques superficielles cornées, qui seraient en voie de se gonfler par l'application de certains réactifs.

En élevant et en abaissant le tube du microscope, on voit bien que les lignes de contours si anfractueux se prolongent en bas et en haut autour d'un corps cylindrique. De plus, on peut faire rouler sous le verre couvrant une préparation analogue à celle de la figure 9, Table II, et alors souvent le hasard veut qu'elle tourne autour d'un axe perpendiculaire à la longueur des cylindres. A un moment donc, il arrive que l'extrémité inférieure des cylindres, celle appliquée sur la membrane basilaire, soit tournée en haut; alors on en voit clairement le contour polygonal, plus ou moins irrégulier.

On observera de plus que ces contours sont souvent déformés, comme si une face du cylindre s'était rapprochée ou appliquée contre la face opposée; ce qui ne saurait guère arriver si le cylindre était un prisme solide. D'un autre côté, on rencontre en grand nombre des préparations analogues à celle de la figure 4, Table II, où l'espace rempli entre les deux lignes de contours du cylindre n'est rempli que par une simple membrane, où, par conséquent, une simple couche corticale du cylindre a suivi les cônes de la cellule de Deiters, la majeure partie du cylindre, ou plutôt toute sa masse, a été enlevée. Bien plus, dans la même figure 4, on voit, à gauche dans le dessin, une particularité assez fréquente dans la préparation, c'est-à-dire que dans une certaine étendue, les contours cellulaires existent seuls dans le sens longitudinal, et toute substance intercalaire a disparu.

Les lignes de contours sont donc l'expression d'une substance unissante entre les cylindres, d'un ciment qui a acquis une certaine dureté, au point de pouvoir être isolé des cylindres sous forme d'un filet qui a conservé sa

forme primitive. De toutes ces données, il nous a semblé ressortir qu'en réalité les cylindres sont des formations creuses. On devrait se figurer que la substance cellulaire proprement dite ait disparu, et qu'il ne soit resté qu'un manteau très-mince de substance corticale, qui s'est racornée, desséchée, et en rapport intime avec la substance unissante, constitue comme un tube, un manteau dont le contenu ferait défaut.

A son insertion sur la membrane basilaire au moins, je crois pouvoir affirmer que le cylindre est creux. Plus haut dans le cylindre, une quantité plus ou moins grande de substance cellulaire transformée, persiste, et dans tous les cas, le noyau y est très-apparent et bien conservé.

Comme les cylindres se touchent de tous côtés — ce que nous allons voir à l'instant — leur ensemble rappellerait assez bien les rayons d'une ruche d'abeilles.

Jusqu'ici, nous avons procédé par analyse, en disséquant aussi loin que possible les cellules acoustiques externes. Nous allons procéder en sens inverse, et réunir dans leurs véritables rapports les éléments obtenus dans notre dissection.

Il nous faudra à cet effet des vues d'ensemble de tout l'organe de Corti, comme nous avons essayé d'en rendre une, Table IV, à laquelle le lecteur est prié de se rapporter constamment dans l'exposé qui va suivre.

Commençons par les cellules de Corti. Une vue de la membrane réticulaire nous orientera de prime abord. Comme il y a trois rangées de trous hexagonaux pour l'implantation des cellules de Corti, il y aura également en sens radiaire trois rangées de cellules de Corti, rangées qui se poursuivent en sens spiral à travers tout le limaçon. Rien de plus régulier que la juxtaposition de ces cylindres égaux entre eux, dont les noyaux cellulaires se trouvent tous à la même hauteur. Les cellules de Corti restent indépendantes dans toute leur longueur, à l'exception de la région des noyaux, où les cellules de la même rangée confluent plus ou moins dans leur substance. Au-dessus de cette région, il reste une mince fente entre deux cellules voisines. Il en résulte qu'en sens spiral, les cellules de Corti sont reliées entre elles, et forment une bande continue à travers tout le limaçon. Pour autant que j'ai pu voir, il n'existe pas de réunion entre elles en sens radiaire. Même si trois

cellules étaient rangées en sens radiaire, comme cela est teint dans la figure 1, Table I, il y aurait place assez pour qu'il restât une fente entre elles. Une confluence dans leur masse est d'autant plus invraisemblable, si on considère qu'à l'instar des trous hexagonaux de la membrane basilaire, les cellules de Corti d'une rangée alternent avec celles de la rangée située en dedans ou en dehors. Au contraire, les cellules de la première rangée correspondent justement, en sens radiaire, à celles de la troisième rangée. Je ferai encore observer qu'en sens radiaire, les cellules de Corti affectent un parallélisme assez complet avec les axes des piliers de Corti. Le nombre des cellules d'une rangée est le même que celui des piliers de Corti. Les cellules de la première rangée correspondent à l'intervalle entre deux piliers externes, par conséquent, celles de la seconde rangée correspondent, en sens radiaire, aux piliers de Corti.

La disposition des cellules de Corti les unes par rapport aux autres, et par rapport aux piliers de Corti externes se reflète encore, avec une légère modification, dans les insertions des pédicules de ces cellules sur la membrane basilaire. Ces insertions, dont on voit des exemples dans les planches III et IV, se font sur trois rangées parallèles, et celles d'une rangée alternent sensiblement avec celles de la rangée voisine, mais cependant pas d'une manière aussi simple que les cellules de Corti, c'est-à-dire qu'une section radiaire à travers la membrane basilaire ne touchera jamais à la fois une insertion de la première rangée et une de la seconde rangée. Cette section pourrait passer entre les deux sans les toucher. Si on se guide sur les fibres de la membrane basilaire, en les poursuivant depuis leur sortie sous le pilier externe jusqu'à ces insertions, on verra que les insertions de la troisième rangée se trouvent sur les deux ou trois fibres qui sortent sous le milieu du pied du pilier; les insertions de la première rangée correspondent aux fibres de la basilaire qui sortent à gauche sous le pilier, et les insertions de la rangée moyenne correspondent aux fibres qui sortent à droite sous le pilier (pl. IV). (Dans une vue de la face tympanique de la membrane basilaire, comme celle de la Table III, les choses se présentent naturellement en sens inverse.) Une fibre de la membrane basilaire ne touche donc jamais à la fois deux insertions des cellules de Corti.

Il serait difficile de se prononcer catégoriquement sur la question de savoir s'il y a ou non des fibres de la membrane basilaire qui n'affectent aucun rapport avec les insertions des cellules de Corti. Je serais tenté de me prononcer pour la négative; et s'il y a des fibres qui n'affectent pas un tel rapport, elles sont très-peu nombreuses.

Venons-en aux cellules acoustiques ascendantes, et rappelons-nous de quelle manière intime les cylindres de ces cellules sont soudés ensemble. Les cônes de leur côté restent indépendants les uns des autres, et se dévient en double sens (radiaire et spiral) de la direction des cônes. De cette manière est constituée une rangée de cellules de Deiters, intimement soudées les unes aux autres, rangée qui se continue sans interruption, et en spirale, à travers toute la longueur du canal limacien, depuis la base du limaçon jusqu'à son sommet.

Il y a trois rangées de ces cellules, de même qu'il y a trois rangées de cellules de Corti. A la planche IV, nous avons tâché de rendre visibles dans leurs rapports ces trois rangées de cellules ascendantes. Encore une fois, rien de plus régulier que ces trois rangées, dont les noyaux se trouvent tous à la même hauteur du corps cellulaire.

Puisque toutes ces cellules s'insèrent par une base large sur la membrane basilaire, on pourra espérer de retrouver, dans des occurrences heureuses, des vestiges de cette insertion sur la membrane isolée. La plupart du temps, on ne voit que des vestiges très-incomplets de cette insertion, et j'ai été longtemps sans l'avoir remarquée. On reconnaîtra sans peine ces insertions dans les Tables III et IV, où elle est visible par endroits, mais effacée sur la plus grande partie de la membrane basilaire. Il y a trois de ces rangées d'hexagones réguliers, correspondant aux trois rangées de cellules acoustiques ascendantes.

Deux particularités importantes méritent notre attention dans ces insertions. Les polygones se touchent intimement, non-seulement ceux d'une même rangée, mais encore ceux des rangées voisines. En second lieu, et chose qui ne manquera pas de surprendre, les points d'insertion des pédicules des cellules de Corti sont situés au centre des polygones.

De ce que les polygones se touchent, il est permis d'inférer que les cylin-

dres des cellules acoustiques ascendantes se touchent dans toute leur hauteur avec ceux des rangées voisines. En effet, l'examen de cylindres plus ou moins isolés fait voir qu'ils ne se rétrécissent nullement vers le haut. Il n'existe donc pas de fente ou de lacune appréciable entre les cylindres des trois rangées.

L'autre particularité, l'insertion centrale des pédicules cellulaires, est un fait qui a dû surprendre au premier abord. Je l'avais remarqué lors de ma première publication sur le limaçon, et rendu par le dessin; seulement la préparation que j'avais sous les yeux ne montrait que les deux rangées internes des polygones, ce qui m'a empêché de tirer de ce fait toutes les conséquences qui en découlent [1].

De ce que l'insertion du pédicule de la cellule de Corti est au centre des polygones, il suit qu'au moins contre la membrane basilaire, ce pédicule doit être situé dans l'axe du cylindre de la cellule ascendante. Or, ce fait doit nous surprendre, si nous considérons qu'à son origine, en haut, ce pédicule est situé en dedans de la cellule de Deiters.

Il devient dès lors nécessaire de consulter une vue d'ensemble de l'organe de Corti, du côté de la face tympanique. Le lecteur se dira sans doute que les recherches auraient dû commencer par là. A cela je répondrai qu'il est excessivement difficile d'obtenir une préparation de ce genre qui montre tous ces détails avec la clarté voulue. On réussit aisément à préparer l'organe de Corti de cette manière dans son ensemble, mais alors il y a tant de choses au-dessus et au-dessous de l'organe, que les détails si fins sont voilés. Il y a, par exemple, sur la face vestibulaire la membrane de Reissner, peut-être la membrane de Corti plus ou moins déplacée; mais ce qui surtout voile les détails, c'est la couche continue de fibres et de cellules conjonctives qui sont collées à la face tympanique de la membrane basilaire. Si l'on essaye de dépouiller la préparation de ces obstacles (une macération préalable est nécessaire pour ôter le tissu conjonctif), on écrase ordinairement tout l'organe,

[1] Je vois dans une courte analyse d'un travail de Lawdowski, *Dissert.*, Moscou, 1874, analysé *in Jahresberichte* de Hoffmann et Schwalbe, que depuis lors cette insertion centrale dans les polygones a été vue également par l'auteur en question. Seulement, il n'assigne pas aux polygones la signification que je leur donne. Voir Bibliographie.



et les cellules acoustiques sont arrachées. A force de patience, on arrive cependant au but désiré. On a donc une vue de tout l'organe de Corti, avec la membrane basilaire, de sa face tympanique.

Abaissant le tube du microscope, on tombe d'abord sur la membrane basilaire si caractéristique. Puis on voit poindre les polygones signalés, et au centre, les insertions des pédicules cellulaires. Continuant d'abaisser le microscope, on voit les polygones se continuer dans les contours des cylindres, mais deux changements importants surviennent dans l'image des polygones.

1° Le point brillant qui est la coupe optique du pédicule cellulaire se place peu à peu en dedans du polygone. Le pédicule donc, qui en haut est en dedans du cylindre de la cellule ascendante, pénètre en bas dans le cylindre, et à son insertion sur la membrane basilaire, il est situé dans l'axe du cylindre. La manière dont il s'enfonce dans le cylindre paraît varier : souvent cela se fait d'une manière insensible en commençant par le haut; d'autres fois il reste en dedans du polygone, et tout contre la membrane basilaire, il s'incurve brusquement, à angle presque droit, et pénètre également dans le cylindre.

2° Le second changement qui survient dans l'aspect des polygones est très-difficile à observer, dans le jeu confus et en quelque sorte kaléidoscopique d'une foule de lignes qu'on voit changer à chaque déplacement de la lentille objective. Ce changement consiste en ce que la ligne de contour s'épaissit en plusieurs points de son parcours et s'amincit entre ces points. Les points de renforcement du contour sont au nombre de quatre à six, et je crois pouvoir affirmer qu'ils correspondent aux angles des polygones, c'est-à-dire aux endroits ou trois cellules se touchent.

Traduit en d'autres termes, cela veut dire qu'aux arêtes des prismes plus ou moins hexagonaux, là où trois prismes ou cylindres se touchent, le ciment intercellulaire se condense, s'épaissit, au point de former des espèces de fibres qui, de la membrane basilaire montent obliquement en haut et en dedans vers la membrane réticulaire.

Entretemps, avons-nous dit, le contour du polygone pâlit sur le reste de son étendue, c'est-à-dire que le ciment intercellulaire n'y est plus aussi épais que contre la membrane basilaire. Si nous nous rappelons maintenant ce que

nous avons dit au sujet du contenu des cylindres des cellules ascendantes, c'est-à-dire que ce contenu est extrêmement raréfié, et dans tous les cas manque contre la membrane basilaire, et si on veut mettre en relief l'accumulation de substance intercellulaire aux arêtes des prismes, on pourrait dire que ces arêtes sont des cordes assez résistantes, entre lesquelles sont étendues de minces membranes, des lamelles presque imperceptibles. On se figurera les choses en élevant sur la membrane basilaire, à chacun des angles des polygones, une ligne, et en reliant ces six lignes ensemble par des membranes.

Pour autant que j'ai pu le voir dans la courte analyse du travail de *Lawdowsky*, les idées de cet auteur se rapprochent beaucoup d'un tel schéma. Lawdowsky ne connait de la cellule acoustique ascendante que le cône, qui à son extrémité inférieure s'insérerait sur la cellule de Corti. A la cellule de Corti, il ajoute la portion de la cellule de Deiters qui contient le noyau. La cellule de Corti et le cône réunis se prolongeraient dans le pédicule cellulaire que nous connaissons. De la membrane basilaire s'élèveraient des fibres qui s'appliqueraient à la surface des cônes des cellules de Deiters, pour aller s'insérer avec ceux-ci sur la membrane réticulaire.

L'auteur a évidemment ici en vue les préparations où l'on voit les contours des cônes des cellules acoustiques ascendantes passer dans les contours des cylindres de ces mêmes cellules. Les cylindres, d'après lui, n'existeraient pas. (Voir encore la *Remarque* nº 3.)

Nous récapitulerons à ce propos ce que nous avons dit au sujet des cylindres, qu'il nous a été impossible d'en isoler un dans toute son étendue, que dans le sens strict, ils n'ont pas du tout une existence isolée, puisqu'ils se déchirent dans leur masse plutôt que de se désagréger avec les cylindres voisins. Mais d'un autre côté, il est possible de reconnaître dans les cylindres des corps cellulaires, tant dans une vue de profil que dans une vue d'en bas, du côté de la membrane basilaire; et ce qui surtout influencera notre manière de voir, c'est que ces cylindres, plus ou moins confondus en une seule masse chez l'adulte, sont manifestement, dans une période embryonnaire, des corps cellulaires isolés, qui se prolongent en haut dans ce que nous avons désigné sous le nom de cône de la cellule acoustique ascendante.

Nous n'en avons pas fini avec l'architecture si régulière de l'organe de Corti, en tant qu'elle regarde les cellules acoustiques. Nous avons dit qu'entre les cylindres des cellules acoustiques ascendantes, il n'existe pas de fentes ou lacunes. Mais la première rangée de cylindres repose-t-elle ou non sur les piliers de Corti externes; par conséquent existe-t-il une fente libre entre les piliers et les cylindres? La chose est difficile à décider; mais à ne considérer que l'insertion des cylindres sur la membrane basilaire par rapport aux pieds des piliers externes, il est probable qu'il existe une telle fente, c'est-à-dire que les cylindres de la première rangée ne sont pas appliqués sur les piliers externes.

En haut, sous la membrane réticulaire, il y a entre les cellules de Corti un système très-développé de fentes ou lacunes analogues, communiquant ensemble. Nous avons déjà dit qu'il y a une fente étroite entre deux cellules de Corti voisines d'une même rangée. Nous avons dit de plus que les cellules de Corti de deux rangées ne se touchent pas; au contraire il existe en sens radiaire, entre deux rangées voisines, un espace plus large que l'épaisseur d'une cellule de Corti. Nous prierons le lecteur de consulter à ce sujet la figure 1, Table I, où les distances entre les cellules de Corti, l'épaisseur de ces cellules, et enfin l'écart qui existe entre la première rangée de cellules de Corti et les têtes des piliers de Corti sont dessinés d'après nature. Il y a donc une lacune assez considérable entre les têtes des piliers externes et les cellules de Corti de la première rangée. Mais l'espace considérable qui existe entre deux rangées de cellules de Corti, espace qui affecte plus ou moins la forme d'un prisme à quatre faces, bordé sur les côtés par deux rangées de cellules de Corti, en haut et en bas par la membrane réticulaire et par les cylindres de cellules acoustiques ascendantes, cet espace est divisé en sens diagonal par une rangée de cônes des cellules acoustiques ascendantes. Les cônes le divisent donc en deux lacunes à section triangulaire, dont les côtés sont : la membrane réticulaire ou les cylindres des cellules de Deiters, une rangée de cellules de Corti, et une rangée de cônes des cellules de Deiters. Ces dernières deux lacunes communiquent largement ensemble par les lacunes considérables qui existent entre cônes voisins de la même rangée.

Voilà donc, au sein des cellules acoustiques externes, un système très-

développé de fentes et de lacunes débouchant les unes dans les autres. Nous compléterons cette description du système lacunaire de l'organe de Corti en disant que le système des fentes situées au milieu des cellules acoustiques externes communique largement avec le tunnel de Corti, par l'intermédiaire des espaces libres entre les piliers de Corti externes; que par l'entremise des lacunes en forme de rames de la membrane réticulaire, ce système communique avec l'espace ou les organes situés immédiatement sur la membrane réticulaire.

Selon toutes les apparences, le tunnel de Corti et les fentes entre les cellules acoustiques externes sont remplis pendant la vie d'un liquide quelconque. Ce liquide ne contient guère en solution des principes organiques, sinon on devrait en trouver des précipités, quelquefois colorés de l'une ou de l'autre teinte, par l'effet des réactifs divers qu'on a employés jusqu'ici.

Il nous faut parler encore d'une particularité dans la structure des cellules acoustiques externes, qui joue un certain rôle dans toutes les publications récentes sur l'organe de Corti. Il s'agit d'un filet central dans les cellules de Corti et dans les cônes des cellules de Deiters.

Certains auteurs (Boettcher, Gottstein, Waldeyer, Hensen entre autres) parlent d'un filet central dans les cellules de Corti, et les indications ne manquent pas touchant un filet analogue dans le cône de la cellule de Deiters. Le filet dans la cellule de Corti serait la continuation directe du pédicule cellulaire et se bifurquerait au niveau du noyau, pour l'embrasser par ses deux subdivisions (Waldeyer.)

Pour ce qui regarde le filet central de la cellule de Corti, au grand jamais je n'en ai vu des traces. Dans deux occurrences cependant, j'ai cru observer quelque chose de semblable pour le cône de la cellule de Deiters. La figure 3, Table II, est un cône de cellule ascendante, avec le noyau du cylindre, ce dernier faisant défaut. Le corps d'une cellule de Corti adhère à la cellule de Deiters, et le centre du cône est occupé par un filet central, qui se continue en bas dans le pédicule cellulaire. Dans la figure 4, Table II, on voit dans tous les cônes des cellules de Deiters un tel filet, qui se continue en bas dans le pédicule cellulaire. Le corps de la cellule de Corti n'a aucun rapport apparent avec le pédicule.

Ce sont là les deux seuls cas où j'ai observé quelque chose d'analogue; aussi n'oserai-je attribuer une importance capitale à ces deux observations, d'autant plus qu'il m'est resté un doute sur la question de savoir si le filet, en apparence central, se trouve au centre du cône ou bien à sa surface.

J'appellerai encore l'attention sur la figure 2, Table II, qui représente un cône de cellule acoustique ascendante, en rapport encore avec le noyau, et qui semble se prolonger en bas dans le pédicule cellulaire. De telles préparations ont joué certainement un certain rôle dans les recherches sur l'organe de Corti. Je rappellerai seulement l'opinion de Deiters sur les cellules qui portent son nom, opinion d'après laquelle ces cellules auraient un corps fusiforme, renfermant un noyau, et qui, à ses deux extrémités, se prolongerait en deux filets, dont l'un s'insérerait sur la membrane réticulaire, l'autre sur la membrane basilaire. Notre préparation s'explique d'une tout autre manière : le cylindre de la cellule de Deiters est arraché et le cône est resté en rapport avec l'extrémité inférieure de la cellule de Corti, et avec le pédicule de cette cellule; le noyau probablement est le noyau de la cellule de Deiters. Cela nous prouve encore une fois l'intime adhérence entre les cellules de Deiters et celles de Corti. La dernière s'est déchirée dans sa continuité plutôt que de se détacher de la cellule de Deiters.

Nous finirons la description des cellules acoustiques externes en parlant d'une formation peu connue encore dans sa signification, mais qui à nos yeux a sur le filet central l'avantage de se rencontrer sans exception dans toutes les préparations. Ce n'est donc pas une formation qui s'observe par hasard, elle se trouve constamment, pourvu que l'organe de Corti soit bien conservé. Il s'agit d'un système de fibres d'une finesse extrême, qui en très-grand nombre courent le long de chaque rangée de cellules acoustiques, à la hauteur des pédicules cellulaires et des cylindres des cellules acoustiques ascendantes, et perpendiculairement à la direction de ces dernières.

Les figures 4, 6, 7, 8, 9 et 10, Table II, donnent des échantillons de ce système de fibres. Je prierai le lecteur de faire, pour le moment, abstraction des fibres nerveuses, beaucoup plus volumineuses et variqueuses, qui dans les figures 9 et 10 se couvrent avec le système fibrillaire que nous avons en vue ici.



On ne rencontre guère un ensemble de cellules acoustiques externes bien conservées, sans voir des traces de ces fibres excessivement minces, droites, lisses et non ramifiées, qui courent perpendiculairement à la direction des pédicules cellulaires et des cylindres des cellules acoustiques ascendantes. Leur aspect général rappelle assez bien, sauf leur calibre beaucoup plus petit, les fibres de la membrane basilaire. Décrites en premier lieu par Deiters, elles avaient fini par tomber dans l'oubli, quand elles ont été décrites de nouveau par Waldeyer et moi. Mais de même que Deiters, Waldeyer ne les a pas distinguées des fibres nerveuses qu'on rencontre à leur niveau, et qui leur sont plus ou moins parallèles.

Dans une préparation comme celle de la figure 10, Table II, on voit un très-grand nombre de ces fibrilles, qui toutes parallèles entre elles, courent le long d'une rangée de cylindres des cellules de Deiters. Leur nombre est considérable, comme on peut le voir, et elles existent le long des cylindres à partir d'une ligne située tout près de la membrane basilaire jusqu'en haut sur les noyaux de ces cylindres, et même au-dessus de cette limite, dans la zone intermédiaire entre les noyaux des cellules de Corti et les noyaux des cellules de Deiters. Elles arrivent donc jusqu'à l'extrémité inférieure des cellules de Corti.

Leur localisation dans l'épaisseur des cellules acoustiques externes est un point des plus difficiles à élucider. Elles existent sur les trois rangées de cellules acoustiques, mais quand on a une de ces rangées prise isolément, on emarque que toute son épaisseur n'est pas traversée par ces fibres. Elles se localisent plutôt sur un seul point, dont la situation exacte m'est plus ou moins inconnue. Elles forment donc comme trois plans de fibres parallèles, qui courent en sens spiral au sein des cellules acoustiques. A considérer la mosaïque formée par les insertions des cellules de Deiters sur la membrane basilaire (fig. 5, Tab. I), il paraîtrait que le plan des fibres dût traverser l'épaisseur des cylindres, en supposant, bien entendu, que la coupe transversale du cylindre ressemble dans sa hauteur à son insertion sur la membrane basilaire. Dans des figures analogues à celles de la figure 4, Table II, il semble que ces fibres forment comme une membrane étendue d'une ligne de contour des cellules de Deiters à l'autre ligne de contour. D'autres fois il

semble que les pédicules cellulaires soient reliés transversalement par une espèce de membrane mince formée par nos fibrilles. Aussi Waldeyer dit catégoriquement que ces fibres courent le long des pédicules cellulaires, et les relient latéralement entre eux.

Comme nous venons de le dire, la localisation exacte de ces fibrilles est pour nous un point douteux encore. Mais ce que nous pouvons dire dès à présent, c'est que le plan de ces fibres ne coïncide pas du tout avec celui des fibres nerveuses, dont nous allons parler plus loin.

*Cellules acoustiques internes.* — On donne le nom de cellules acoustiques internes à une rangée de cellules assez grandes, plus ou moins cylindriques, qui sont situées dans une position inclinée sur le versant interne de l'arc de Corti, parallèlement aux piliers de Corti internes. Leur extrémité supérieure est reçu dans un anneau dépendant des têtes des piliers internes. La Table IV montre en *c. a. i.* l'aspect général et la topographie de ces éléments cellulaires. Les différents auteurs les ont plus ou moins rapprochées des cellules de Corti, avec lesquelles elles ont de commun la forme générale jusqu'à un certain point, l'apparence du contenu, l'encadrement supérieur dans un anneau analogue à ceux de la membrane réticulaire, et l'existence d'appendices en forme de bâtonnets, implantés dans l'anneau qui les reçoit, sur le plateau de la cellule. On présume de plus qu'à l'instar des cellules de Corti, elles sont en rapport de continuité avec les extrémités des fibres nerveuses du nerf limacien, et constituent par conséquent un mode à part de terminaison nerveuse.

Cependant, des différences notables les éloignent des cellules de Corti. Leur volume est beaucoup plus considérable, et au lieu d'être tout à fait cylindriques, elles ont le corps sensiblement évasé; elles se touchent intimement au niveau de cet évasement, tandis qu'en haut, et peut-être en bas, il y a un espace vide entre elles; leur protoplasme est un peu plus granulé encore que celui des cellules de Corti, et le grand noyau nucléolé en remplit presque toute la lumière. Du reste, pas de trace de membrane cellulaire. Alors que les cellules de Corti sont reçues à leur extrémité supérieure dans un trou hexagonal, ici la lacune est plus ou moins arrondie, ou bien elle est un cercle allongé dans le sens de la longueur du canal limacien. Les bâton-

nets ressemblent tout à fait à ceux des cellules de Corti, mais pas plus que sur ces dernières je n'ai su élucider l'implantation plus intime sur le plateau de la cellule. (Voir encore la figure 1, Tab. I, en *c. a. i.*)

L'implantation des bâtonnets ne se fait pas non plus d'une manière diffuse sur le plateau de la cellule; ils sont disposés en arc de cercle ouvert en dedans, du côté de la columelle, et beaucoup plus ouvert que le fer à cheval sur les cellules de Corti. Le nombre des cellules acoustiques internes n'égale pas celui des piliers de Corti internes: sur trois piliers, on ne trouve environ que deux cellules acoustiques internes. Leur nombre absolu approche donc beaucoup de celui des cellules de Corti d'une rangée, et peut-être même l'égale-t-il tout à fait.

On s'accorde généralement à admettre que la cellule acoustique interne porte inférieurement un prolongement analogue à celui de la cellule de Corti. Waldeyer et son élève Gottstein prétendent que ce prolongement se continue directement avec une fibre nerveuse. Boettcher intercale entre la cellule acoustique interne et la fibre nerveuse une cellule nerveuse tripolaire, qui va nous occuper à l'instant. Les deux premiers auteurs prétendent en outre qu'un système de fibres analogues à celles que nous avons décrites au sein des cellules acoustiques externes courent le long des prolongements inférieurs des cellules acoustiques internes. Dans des cas rares, mais pas assez démonstratifs, j'ai cru remarquer également ces fibres spirales.

Dans les cas où j'ai eu devant les yeux des cellules acoustiques plus ou moins isolées et bien conservées (voir fig. 3, Tab. I), j'ai vu l'extrémité inférieure de la cellule, légèrement acuminée, se perdre et se cacher au sein d'une couche de gros noyaux qui, amassés sur plusieurs rangées, recouvrent ici la membrane basilaire. Entre ces noyaux se trouvait répandue une matière granuleuse, qui peut-être est le vestige du protoplasme qui entoure ces noyaux. La couche de ces noyaux vient jusque tout près des trous de la *Habenula perforata*. Renvoyant à plus loin pour ce qui regarde les rapports de ces noyaux et des cellules acoustiques internes avec les fibres nerveuses, je terminerai en déclarant que je ne voudrais pas trop insister sur ma description des noyaux et des cellules acoustiques, dans lesquels d'autres auteurs ont décrit avec une netteté qui n'admet pas d'opposition une foule de détails dont

je n'ai rien vu. Ainsi Boettcher dit que les noyaux sous les cellules acoustiques internes appartiennent à des cellules tripolaires, dont un prolongement s'implanterait sur la membrane basilaire, un autre se continuerait dans une fibre nerveuse pâle qui sort du trou de la *Habenula perforata,* et enfin le troisième se prolongerait dans un pédicule inférieur de la cellule acoustique interne. Comme, d'après cet auteur, chacune de ces dernières cellules aurait deux prolongements, dont chacun se mettrait en rapport avec une cellule tripolaire, à une seule cellule acoustique interne correspondraient deux cellules tripolaires. — Tout ce que je puis dire à ce sujet, c'est que le nombre des noyaux est beaucoup plus que double de celui des cellules acoustiques internes. — Enfin, Gottstein et Waldeyer eux aussi prétendent que les noyaux en question appartiennent à des cellules à prolongements multiples; ils auraient vu ces prolongements se continuer avec des fibres nerveuses pâles.

Ce sont là les parties essentielles de l'organe de Corti : arc de Corti, membrane réticulaire, cellules acoustiques internes et externes. Au point de vue physiologique, il faudrait y ajouter la membrane de Corti, dont nous dirons bientôt quelques mots.

En dedans et en dehors de l'organe de Corti, il existe un revêtement épithélial continu du canal limacien, revêtement qui tapisse la *habenula sulcata* et le *sulcus spiralis,* ainsi que la zone pectinée de la membrane basilaire. Ces cellules sont disposées sur une seule rangée, ne sont pas stratifiées, mais elles ont des caractères très-différents d'une espèce de mammifères à l'autre. Aussi dans la figure 1, Table I, les avons-nous indiquées en pointillé. Au côté externe de l'organe de Corti, les quelques premières rangées de ces cellules s'élèvent, sous forme de cylindres allongés jusqu'au niveau de la membrane réticulaire, et y sont reçues dans les mailles trabéculaires qui prolongent la membrane réticulaire au delà des cellules acoustiques externes (voir Tab. IV.) Mais ces trabécules ne vont pas au delà de la deuxième ou troisième rangée épithéliale. Les cellules qui atteignent ainsi la hauteur des cellules acoustiques ont reçu le nom de *cellules de soutien externes* (Hensen.) Chose curieuse, j'ai trouvé que chez le lapin, dans ces cellules de soutien, le système des cellules acoustiques externes est déjà représenté, préparé en quelque sorte. Ces cellules en effet se disposent en rangées spirales, celles

d'une rangée alternant avec celles de l'autre, et celles d'une rangée étant inclinées latéralement par rapport à celles de l'autre, à l'instar des cellules de Deiters par rapport à celles de Corti. De plus, on trouve au sein de ces cellules de soutien du lapin le système des fibres spirales fines que nous avons décrites au milieu des cellules acoustiques externes.

Les cellules de soutien externes tombent rapidement à un niveau moins élevé, et sous cette forme elles recouvrent toute la zone pectinée jusqu'au ligament spiral, où elles touchent à l'épithélium qui recouvre le périoste du canal limacien. La figure 5, Table I, où l'on voit, à côté de la mosaïque représentant les insertions des cylindres des cellules acoustiques ascendantes, les implantations des cellules en question, également sur la membrane basilaire, donnera une idée de la disposition de ces cellules. On voit que les cellules épithéliales forment sur la zone pectinée une mosaïque régulière, continue avec celle formée par les cellules de Deiters, et qu'on ne pourrait guère distinguer de celle-ci, s'il n'y avait dans la dernière les insertions centrales des pédicules cellulaires.

En dedans de l'organe de Corti, il y a aussi des cellules de soutien, élevées au même niveau que les cellules acoustiques internes. Elles aussi tombent rapidement (fig. 1, Tab. I) à un niveau plus bas, et tapissent toute la cavité du *sulcus spiralis* (voir encore Tab. IV). Ces cellules aussi diffèrent beaucoup d'une espèce à l'autre.

Si nous rappelons encore que d'après les recherches embryologiques les plus récentes, les piliers de Corti dérivent des cellules épithéliales qui primitivement tapissaient en une couche uniforme toute la cavité de la vésicule auditive primitive, et que la membrane réticulaire est une espèce d'excrétion, de formation cuticulaire des cellules embryonnaires qui plus tard se transforment dans les cellules acoustiques et les piliers de Corti, nous retrouvons dans le limaçon de l'adulte un revêtement épithélial presque continu, plus ou moins transformé selon les différents endroits. En effet, nous avons signalé la couche continue de cellules épithéliales qui tapissent la membrane de Reissner du côté du canal limacien; nous avons signalé et dessiné les cellules épithéliales transformées qui se trouvent sur la *habenula sulcata;* le périoste externe du canal limacien lui aussi est tapissé par une couche de

cellules épithéliales plus ou moins transformées. Ainsi, tandis qu'au niveau de la *habenula sulcata* le revêtement épithélial présente des lacunes sensibles, il s'épaissit considérablement au niveau de l'organe de Corti. Cet épaississement est encore beaucoup plus marqué dans la période embryonnaire, en ce qu'alors les cellules de soutien sont plus nombreuses.

Nous en arrivons à *la membrane de Corti*, peut-être la formation la plus obscure encore de tout le canal limacien.

Je ferai remarquer tout d'abord que je n'ai presque rien à ajouter à la description que Boettcher en a donnée. Ses dessins surtout sont d'une fidélité remarquable. J'aurais cependant à élever quelques doutes touchant certains rapports qu'affecterait, selon Boettcher, la membrane de Corti.

La membrane de Corti est jetée comme un voile sur la *habenula sulcata* et sur l'organe de Corti. Dans sa largeur, elle recouvre donc la *habenula sulcata*, le *sulcus spiralis*, et l'organe de Corti qu'elle dépasse même en sens radiaire. En sens spiral elle s'étend à travers toute la longueur du canal limacien. Elle commence par une épaisseur peu considérable sur la *habenula sulcata*, un peu en dehors de l'insertion de la membrane de Reissner. En cet endroit, elle est composée d'une substance homogène, et percée de grandes lacunes destinées à recevoir les saillies de la *habenula perforata*, qui n'en sont donc pas recouvertes. On pourrait dire également que la membrane de Corti commence par un système de trabécules anastomosées, logées dans les sillons de la *habenula perforata*.

Arrivée à l'extrémité des dents de la première rangée, la membrane de Corti s'épaissit considérablement, s'élance dans l'espace ouvert du *sulcus spiralis*, va toucher le sommet de l'arc de Corti, et s'applique sur la membrane réticulaire. A la hauteur de l'organe de Corti, elle subit un amincissement notable, qui persiste à la hauteur de la membrane réticulaire. Elle ne s'étend guère au delà de la membrane réticulaire, mais sa véritable terminaison externe est peu connue. A son bord externe, elle est munie d'un système de fibres assez grosses, hyalines, anastomosées en un réseau qui, pour la beauté, ne le cède guère à la membrane réticulaire, et que Boettcher a bien rendu dans ses dessins; ce réseau vient au moins jusqu'au niveau des cellules de soutien externes, mais son rapport avec ces dernières est inconnu.

Sur une membrane de Corti isolée, les trabécules de son bord externe sont ordinairement repliées et appliquées sur l'une ou l'autre de ses faces.

En dehors des deux systèmes de trabécules à ses deux bords, interne et externe, la membrane de Corti montre en sens radiaire une structure fibrillaire fine, mais bien apparente. Les fibrilles constituantes, qui s'isolent facilement dans la préparation, sont ondulées, et légèrement entrelacées. La membrane se déchire facilement en sens radiaire, suivant la direction de ses fibrilles constituantes.

Existe-t-il entre la membrane de Corti et l'épithélium du *sulcus spiralis* un espace vide plus ou moins considérable? Il me serait impossible de répondre catégoriquement à cette question.

A la face inférieure de notre membrane, on remarque assez souvent un système de dépressions polygonales, qui pourraient très-bien être les impressions produites par des éléments cellulaires. Mais ces impressions pourraient tout aussi bien correspondre à la membrane réticulaire.

Selon Boettcher, la membrane de Corti émettrait des ramifications assez grosses, qui iraient s'implanter sur les plateaux des cellules de Corti et des cellules acoustiques internes. Les bâtonnets implantés sur ces plateaux seraient des restes de ces filets, qui se seraient déchirés dans la préparation, un peu au-dessus de la membrane réticulaire. — La description que nous avons donnée de ces bâtonnets, et surtout leur régularité, rendent, d'après nous, inadmissible la manière de voir de Boettcher, au moins pour ce qui regarde la signification des bâtonnets.

Les propriétés physiques de la membrane de Corti méritent toute notre attention. Hensen a annoncé, et j'ai vérifié le fait à plusieurs reprises, qu'à l'état frais, elle est une substance molle, comme gélatineuse, à peu près sans élasticité. Elle prend et conserve toutes les positions qu'on lui imprime avec des instruments, et se pelotonne sans la moindre résistance. Si nous considérons qu'une telle masse, pâteuse, dirait-on, repose sur la membrane réticulaire, il sera permis de faire une hypothèse sur son rôle physiologique. Elle y vient en contact avec les bâtonnets des cellules de Corti, qui probablement même plongent dans sa masse, à l'instar des cils acoustiques qui dans les empoules plongent dans les otolithes. La membrane de Corti sera

donc très-propre à anéantir les vibrations communiquées aux cellules acoustiques (par les fibres de la membrane basilaire probablement), et à jouer à leur égard le rôle de sourdine. Elle même n'est guère susceptible d'être mise en vibration; elle est un très-mauvais résonnateur.

Les recherches embryologiques semblent prouver que la membrane de Corti dérive, non pas des cellules qui constituent la papille acoustique embryonnaire, mais de l'épithélium qui recouvre la *habenula perforata*.

---

## PARCOURS DES FIBRES NERVEUSES.

La branche limacienne du nerf acoustique, composée de fibres à moelle, sans enveloppe de Schwann, se loge dans l'axe de la columelle, et monte jusqu'au sommet du limaçon, comme le représente la figure schématique placée à la première page de ce travail. Latéralement, elle émet un feuillet continu de fibres nerveuses qui se logent dans la fente entre les deux lamelles de la lame spirale. Avant de s'engager dans cette fente, les fibres nerveuses rencontrent le *ganglion spiral*, qu'elles traversent, probablement chaque fibre étant interrompue par une cellule nerveuse. Vers le sommet du limaçon, le ganglion spiral est plus retiré vers l'axe de la columelle que vers la base.

Dans la lame spirale, les fibres se disposent en faisceaux séparés de distance en distance par des traînées de tissu conjonctif, traînées qui peuvent même s'ossifier dans les progrès de l'âge. Ici encore les fibres nerveuses renferment par ci et par là dans leur masse quelques cellules nerveuses. Elles arrivent ainsi, s'entrelaçant légèrement entre elles et entre faisceaux, aux trous de la *habenula perforata*, vers lesquels elles convergent. (Voir Pl. III entres autres.) Avant de pénétrer dans ces trous, elles perdent brusquement leur moelle, et les cylindres axiles nus, en qualité de fibres pâles, s'élancent à travers les trous (fig. 1, Tab. I) dans la lumière du canal limacien, ou plutôt arrivent ici sous les cellules de soutien internes, et entre les noyaux ou cellules multipolaires à la base des cellules acoustiques internes. Dès leur sortie des trous de la *habenula perforata*, la plupart, sinon toutes, se dévient de leur direction radiaire, et courent à des distances considérables en sens spiral, se rapprochant toujours des cellules acoustiques internes, et pénétrant au milieu des petites cellules qui se trouvent sous ces dernières. (Voir Tab. IV.)

D'après Boettcher, Waldeyer et Gottstein, elles se mettraient en rapport avec les petites cellules, qui auraient donc la signification d'éléments nerveux. Ce point m'est resté douteux.

Différents auteurs disent avoir vu une communication entre les fibres nerveuses et les cellules acoustiques internes. Mes recherches ne me permettent pas de révoquer en doute les assertions catégoriques d'auteurs célèbres, mais je me permettrais de révoquer en doute la valeur démonstrative des dessins donnés par Waldeyer. Dans le seul dessin (*Stricker's Handbuch der Gewebelehre*, p. 949) où cette communication paraît hors de doute à cet auteur, la fibre nerveuse aurait le tiers de l'épaisseur de toute la cellule acoustique interne !

Mais poursuivons les fibres dans le tunnel de Corti. Mes observations sont d'accord avec celles de tous les auteurs récents, que les fibres nerveuses arrivent dans la lumière du tunnel, en passant à travers les fentes étroites entre les piliers internes. Les auteurs récents disent généralement que les fibres traversent radiairement et en ligne droite le tunnel, en sortent entre les piliers externes, et vont se mettre en rapport avec les cellules acoustiques externes, principalement les cellules de Corti.

Voici le résultat de mes recherches, tel que je l'ai obtenu chez le chien et le chat. Plus loin nous viendrons à parler du lapin et du cochon d'Inde, chez lesquels les fibres nerveuses se comportent autrement. Le chien et le chat, pour autant que je puis le voir, se ressemblent sous ce rapport.

La Table III, une préparation du chat, est une vue de la membrane basilaire et du tunnel de Corti de l'avant-dernier tour de spire, du côté tympanique, dessinée d'après nature, et non schématique. On regarde donc de bas en haut dans le tunnel de Corti. La membrane réticulaire et les cellules acoustiques, quoique en place dans la préparation, ne sont pas dessinées. Dès leur entrée dans le tunnel, les fibres dévient, traversent l'espace jusqu'aux piliers externes dans une direction oblique, puis sortent par l'espace compris entre deux piliers externes. Leur parcours ultérieur reste incertain dans cette préparation, car les cellules acoustiques les masquent dès leur sortie.

Les fibres pénètrent dans le tunnel et en sortent au-dessus des pieds des

piliers, même au-dessus des noyaux qui se trouvent sous ces pieds, et dans toute leur étendue dans le tunnel, elles semblent être suspendues dans l'espace, un peu au-dessus de la membrane basilaire. Il existe entre elles une grande différence pour ce qui regarde ce trajet plus ou moins spiral. Quelques-unes restent dans le tunnel et s'étendent dans le sens spiral au moins à travers soixante piliers externes. De loin la plupart franchissent le tunnel dans la largeur d'une douzaine de piliers externes; quelques-unes, mais très-rares, se rapprochent de la direction radiaire, sans cependant y parvenir tout à fait. Aucune fibre ne se divise dans le tunnel, et jamais elles ne s'y anastomosent.

Ce système de fibres nerveuses si fines et élégantes donne un coup d'œil très-beau. Nulle part, dans le corps humain, on ne voit des fibres nerveuses pâles courir à de si grandes distances, sans mélange de fibres d'une autre dignité histologique. Leur ensemble rappelle assez bien, sauf la direction, les filaments que les araignées étalent sur une prairie en automne. Dans une telle préparation, plus on regarde et plus on en voit se révéler au regard étonné. Il se produit là le même phénomène que, quand le soir on tâche de compter les étoiles naissantes : l'œil a besoin de s'y habituer pour les voir distinctement. Un éclairage parfait est une condition *sine quâ non*, et un abat-jour pour écarter toute lumière éblouissante est fort désirable.

On pourrait se demander si le nombre des fibres n'est pas trop grand pour qu'à une seule ou à deux corresponde une fente entre deux piliers internes. Un examen attentif montre que ces fentes suffisent en réalité. D'accord avec cela, j'ai observé qu'en règle générale, une, rarement deux fibres nerveuses pénètrent dans le tunnel à travers une seule et même fente entre deux piliers internes.

Les fibres nerveuses spirales dans la lumière du tunnel de Corti, découvertes par Max Schultze, décrites en détail par Deiters, ne furent pas remarquées par les auteurs les plus récents, dont la plupart en nient même catégoriquement l'existence. Dans ma première publication sur le limaçon, j'avais décrit ces fibres de la même manière dont je viens de les représenter. Ma description a provoqué la contradiction énergique de Boettcher, et cependant, après des recherches prolongées, je me vois forcé de répéter ce

que j'avais écrit, il y a cinq ans, sur le parcours des fibres nerveuses dans le tunnel. Non-seulement j'ai vérifié la chose à plusieurs reprises vers le sommet du limaçon du chat, mais encore j'ai trouvé la même chose dans le limaçon du chien.

Seulement, je dois prévenir qu'il faut quelquefois une patience à toute épreuve pour obtenir une préparation démonstrative. Ces fibres nerveuses sous le tunnel sont très-minces, et pâles dans toute la force du terme, leur pouvoir réfringent faible ne les différenciant pas fortement de ce qui les entoure. Ajoutons à cela que les objets qui les entourent dans la préparation ont des contours très-brillants, et l'on comprendra la difficulté qu'il y a à les apercevoir. Je n'ai pas besoin de dire que la membrane de Corti et la membrane de Reissner doivent être éloignées préalablement; outre cela, les fibres du tissu conjonctif qui courent à la face tympanique de la membrane basilaire, dans un sens plus ou moins parallèle à nos fibres nerveuses, constituent l'obstacle le plus sérieux dans cette recherche. Après une macération du limaçon dans une solution faible de bichromate de potasse, on arrive à détacher, sous le microscope simple, à l'aide d'aiguilles, le tissu conjonctif en question. Comme ce tissu se trouve en une couche plus épaisse, et adhère plus intimement à la membrane basilaire chez de jeunes sujets, il s'ensuit que ces derniers ne s'apprêtent guère pour la recherche des fibres nerveuses sous le tunnel.

Dans les derniers temps, j'ai modifié la préparation par l'acide osmique dans un sens qui permet de rendre beaucoup plus évidentes les fibres nerveuses pâles dans le tunnel de Corti. Le limaçon étant isolé, et sa capsule osseuse ouverte d'un côté, comme pour le durcissement simple dans l'acide osmique, je le mets pendant une minute dans une solution à 1°/₀ de chlorure d'or, puis seulement dans la solution d'acide osmique à 1 jusqu'à 2°/₀. Un séjour plus prolongé dans le chlorure d'or brûle et noircit les éléments de l'organe de Corti, les déforme au point que les préparations n'ont plus guère de valeur. Or, on sera étonné de voir avec quelle netteté les fibres pâles dans le tunnel de Corti se présentent alors au regard; elles se sont colorées de la teinte rouge violette caractéristique qu'elles prennent partout dans le corps sous l'influence de cet agent. On les retrouve alors

sous le même aspect que les fibres pâles de la substance propre de la cornée, après l'imprégnation par le chlorure d'or.

Cette coloration de nos fibres par le chlorure d'or, soit dit en passant, nous paraît être une forte preuve pour leur nature nerveuse. Mais celui qui se sera occupé sérieusement à rechercher les fibres nerveuses dans le canal limacien n'a pas besoin d'un tel critérium, et je souscris pleinement aux paroles de Waldeyer, quand il dit : « Celui qui a vu une fois ces fibrilles nerveuses véritables, variqueuses, dans le limaçon, ne sera pas facilement tenté de les prendre pour des fibres du tissu conjonctif. »

Mais Waldeyer lui-même sera le premier à élever des doutes sur l'existence de fibres nerveuses spirales sous le tunnel. Je suis donc heureux de fournir une preuve plus palpable encore à l'appui de ce que j'avance. Cette preuve sera tellement irrécusable et persuasive que, je l'espère, Boettcher lui-même, qui s'est prononcé avec une certaine humeur contre ma description des fibres nerveuses spirales dans le tunnel, sera forcé d'en admettre la vérité. Cette preuve, la voici :

J'ai obtenu par hasard trois préparations de l'organe de Corti, du chien, à la toute dernière extrémité du limaçon, en haut, contre la coupole. La figure 1, Table II, est une telle préparation, dessinée fidèlement, d'après la nature. Je ferai remarquer que la préparation est, autant que possible, dans son état normal. Pour ne pas déranger les éléments de l'organe de Corti, j'ai laissé la membrane de Reissner et la membrane de Corti en place, de même que le tissu conjonctif qui adhère à la face tympanique de la membrane basilaire. La membrane réticulaire est intacte dans toute sa longueur, et pas un seul pilier de Corti n'est dérangé. Et cependant la préparation est d'une limpidité et d'une transparence telles qu'on peut l'examiner à l'aide du système à immersion.

La face tympanique de l'organe de Corti est tournée en haut, de sorte qu'on regarde dans le tunnel de Corti de bas en haut.

J'ai omis de dessiner, comme choses accessoires pour le but que nous avons en vue, les cellules acoustiques, la membrane de Reissner, celle de Corti, et la membrane basilaire. Cette dernière n'est d'ailleurs guère apparente pour le grossissement de notre figure.

Les fibres nerveuses à moelle, qui, disposées en faisceaux, s'étendent en nappe dans la lame spirale, se recourbent toutes vers le sommet du limaçon. A gauche de la figure, un faisceau de ces fibres est plus isolé, et je ne saurais dire si c'est là une chose normale ou bien un produit artificiel. Dans tous les cas, il ne manque pas une seule des dernières fibres. Les fibres nerveuses pénètrent dans le canal limaçien, non pas par des trous, car, comme l'a démontré Boettcher, vers le sommet du limaçon, les trous de la habenula perforata confluent latéralement, et sont représentés par une fente continue. Mais ce qui n'a pas encore été signalé, c'est que dans le dernier tiers de tour de spire à peu près, chez le chien, les fibres nerveuses conservent leur moelle jusque dans le canal limacien. La présence de la moelle est une circonstance de la plus haute importance, car elle permet de reconnaître sûrement une fibre nerveuse. Je n'ai, jusqu'ici, observé cette particularité que chez le chien.

Déjà, un peu en dedans de la fente qui livre passage aux fibres nerveuses, ces dernières commencent à dévier en sens spiral vers le sommet du limaçon. Plus les fibres avancent vers l'intérieur du canal limacien, et plus aussi elles dévient en sens spiral, de sorte qu'avant d'arriver aux pieds des piliers internes, toutes ont pris cette direction. On trouve donc, en dedans des piliers internes, un stratum très-dense de fibres nerveuses à moelle, qui courent en sens spiral. Ce stratum s'étend jusque sur les pieds des piliers internes. A ce niveau, et sans dévier de leur direction, un grand nombre de ces fibres à moelle pénètrent dans le tunnel de Corti, et l'on dirait, en poursuivant leur direction, que les piliers internes ne leur opposent pas de barrière sensible. Dans le tunnel, les fibres continuent leur trajet spiral (vers le sommet du limaçon) et légèrement oblique en dehors, de sorte qu'elles se rapprochent de plus en plus des piliers externes. Quelques-unes arrivent même avec leur moelle jusque sous les piliers externes. Après un trajet plus ou moins long, elles perdent brusquement leur moelle; les cylindres axiles nus continuent leur marche spirale, et sortent entre les piliers externes de la manière décrite plus haut pour le chat. Dans notre dessin, les fibres pâles ne sont pas rendues à cause du faible grossissement, et tout ce qu'on voit courir de fibres sous les piliers internes sont des fibres nerveuses à moelle.





Les fibres nerveuses ne conservent pas toutes leur moelle sur la même longueur dans le tunnel de Corti. Quelques-unes la perdent dès leur entrée dans le tunnel, d'autres la conservent plus longtemps et, enfin, on en voit beaucoup qui courent sous le tunnel avec leur moelle, à une distance comprenant l'épaisseur de quarante piliers de Corti. Mais plus que la moitié ont perdu leur moelle avant de pénétrer dans le tunnel, et en petit nombre elles l'ont déjà perdu à leur passage à travers la fente de la *habenula perforata*. Tous les détails sont tellement visibles, qu'on peut poursuivre bon nombre des fibres à moelle sous le tunnel jusque dans la lame spirale. Les cellules acoustiques internes n'étaient pas assez bien conservées pour laisser entrevoir un rapport avec les fibres nerveuses. Il en est de même des noyaux sous ces cellules. Mais je crois pouvoir affirmer qu'aucune fibre à moelle n'est interrompue en cet endroit par un élément cellulaire; au moins en est-il ainsi pour de loin le plus grand nombre. Quelques rares fibres à moelle, en déviant dans le canal limacien, ne se dirigent pas vers le sommet, mais vers la base du tunnel. Ainsi, des cinq ou six dernières fibres à moelle, vers le sommet, quelques-unes ont continué leur trajet radiaire jusque dans le tunnel, et là ont dévié vers la base du limaçon, et ont conservé encore un peu dans cette direction leur moelle. D'autres ont déjà perdu leur moelle dans leur trajet spiral, avant d'atteindre la lumière du tunnel.

Je ferai encore remarquer que les derniers piliers, vers le sommet, — et pas un seul ne manque dans la préparation — se raccourcissent sensiblement, et se dressent plus que leurs voisins, de sorte que le raccourcissement apparent dans notre figure est cependant plus prononcé qu'il n'est en réalité.

A gauche de la figure, on voit une mince lamelle de tissu conjonctif continuer la membrane basilaire et le feuillet tympanique de la lame spirale, au delà de l'organe de Corti. La dernière terminaison de cette lamelle, dans la coupole, m'est inconnue. Le vide circulaire circonscrit par les dernières fibres nerveuses et cette lamelle existe réellement, et n'est pas un produi artificiel. C'est par lui que les deux rampes communiquent ensemble dans la coupole du limaçon.

La droite de notre figure se prolonge, dans la préparation, au delà de la limite du dessin. On voit que déjà vers la limite de notre figure à droite, la masse des fibres spirales à moelle a diminué sensiblement. Un peu au delà de cette limite, aucune fibre ne conserve plus sa moelle jusque dans le canal limacien, et nous retombons dans la description que nous avons donnée des fibres nerveuses chez le chat.

Dans la même figure on voit, outre les vaisseaux sanguins situés à la face tympanique de la lame spirale, et qui sont circonscrits en dedans de l'organe de Corti, on voit, disons-nous, un autre tube vasculaire, situé à la hauteur des pieds des piliers externes, à la face tympanique de la membrane basilaire. Ce dernier vaisseau, nous le prenons pour un vaisseau lymphatique, et nous renvoyons pour plus de détails à la *Remarque* n° 5, qui traite de la circulation dans l'organe de Corti.

Voilà le résultat de mes recherches qui me permettent de soutenir l'existence de fibres nerveuses spirales dans le tunnel de Corti. Nous avons déjà dit que ces fibres ont été découvertes par Max Schultze. A en croire les indications un peu anciennes de cet auteur, le système de fibres spirales serait très-développé dans le tunnel de l'homme. L'existence de ces fibres a été ensuite confirmée par Kœlliker, et elles ont été décrites soigneusement par Deiters. Actuellement, Hensen seul tient plus ou moins à des fibres nerveuses spirales, tant dans le tunnel qu'en dehors du tunnel, entre les cellules acoustiques externes. Lawdowsky également parle de fibres nerveuses spirales dans le tunnel, mais pour autant que l'analyse de ce travail permet de le voir, sa description diffère notablement de la mienne.

De mon côté, je suis loin de nier l'existence de fibres nerveuses radiaires sous le tunnel. Nous avons vu plus haut que vers le sommet du tunnel du chat, quelques fibres pâles se rapprochent plus ou moins de la direction indiquée. Vers la base du limaçon du chien et du chat, je n'ai plus trouvé de fibres spirales dans le tunnel, et il est à prévoir qu'en cet endroit, toutes franchissent le tunnel en sens radiaire, comme cela s'observe chez certains animaux dans toute l'étendue du canal limacien.

Chez le lapin, le cochon d'Inde et la brebis, en effet, j'ai trouvé que les fibres nerveuses traversent, en qualité de fibres pâles et en sens radiaire, la

largeur du tunnel, et je crois que tel est le cas pour toute la longueur du tunnel. Dans une préparation analogue à celle de la Table III, il est excessivement difficile de voir ces fibres, parce qu'elles sont masquées plus ou moins par les contours brillants des piliers, qui leur sont parallèles. Dans la direction spirale on remarque mieux ces filets, parce qu'ils croisent la direction spirale des piliers. Mais, enfin, il est possible de les voir, surtout quand la coloration par le chlorure d'or est bien réussie. On les voit mieux encore sur des coupes transversales de limaçons durcis dans l'acide chromique, auxquels on a soustrait ensuite les sels calcaires, ou bien de limaçons mis d'emblée dans de l'acide pyroligneux. D'après ce que j'avais trouvé chez le chien et le chat, dans un autre ordre de préparations, j'étais devenu extrêmement circonspect pour accepter ce que nous montrent les coupes à travers l'organe de Corti. Supposons, en effet, une coupe à travers l'organe de Corti du chat, en sens radiaire. Il est clair que l'instrument déplacera des fibres nerveuses spirales, de sorte qu'elles auront l'air de traverser le tunnel en sens radiaire. Mais, comme nous l'avons dit, il est possible de voir dans des préparations de l'organe de Corti du lapin, du cochon d'Inde et de la brebis, analogues à celle de la Table III, que les fibres nerveuses traversent le tunnel en sens radiaire.

Ainsi s'expliquent les contradictions apparentes entre ma description et les assertions de la presque généralité des auteurs les plus récents (Rosenberg, Middendorp, Loewenberg, Winiwarter, Boettcher, Gottstein et Waldeyer).

La figure 2, Table I, une préparation du lapin, est même une bonne illustration de ces fibres radiaires dans le tunnel. On voit que la préparation est l'organe de Corti (piliers, cellules acoustiques et membrane réticulaire) isolé de la membrane basilaire, la lumière du tunnel étant tournée en haut. A la moitié de la hauteur du tunnel environ, on voit pénétrer entre les piliers externes des filets, qui traversent le tunnel en sens radiaire et sortent entre les piliers externes. Le volume du filet dépasse celui que nous sommes accoutumés à trouver aux fibres nerveuses pâles dans le tunnel. Cela devait éveiller le soupçon que chacun des filets radiaires fût l'assemblage de plusieurs fibres nerveuses. C'est, en réalité, ce qui ressort d'un autre genre de préparation, dessinée dans la figure 3, Table I. Cette préparation représente

une série de neuf cellules acoustiques internes, en rapport avec une partie superficielle des têtes des piliers internes, celle qui est un peu inclinée du haut en bas et de dehors en dedans. A cette partie superficielle des piliers (*m*) adhèrent les anneaux (*a*) dans lesquelles sont reçues les extrémités supérieures des cellules acoustiques. A la base de ces dernières adhère le stratum de noyaux, au sein d'une masse granuleuse. En haut se trouve la face interne des cellules, c'est-à-dire la face qui regarde vers la columelle. Des mouvements de roulis imprimés sous le verre couvrant à la préparation, font voir qu'entre deux cellules acoustiques internes sort un filet assez gros, qui s'avance assez loin dans une direction presque perpendiculaire, ou plutôt un peu oblique en haut par rapport aux cellules acoustiques. Si dans la pensée on remet en place ces cellules avec les filets adhérents, ces derniers s'avanceront jusque sous les piliers externes, dans la lumière du tunnel. Les extrémités de ces filets s'étalent toujours en deux ou trois fibres, qu'à leur aspect et à leurs varicosités, on reconnait pour des fibres nerveuses. Ce sont donc là les fibres nerveuses pâles qui s'insinuent entre les cellules acoustiques internes et, réunies deux ou trois en paquet, pénètrent dans le tunnel par les fentes entre les piliers internes et le traversent en sens radiaire.

Voilà donc pour les fibres nerveuses dans le tunnel de Corti. Dans une préparation de l'organe de Corti dans son ensemble (vu de face du côté tympanique), il est impossible de poursuivre des fibres si fines entre les cellules acoustiques externes. J'ai retrouvé ces filaments nerveux au delà de l'arc de Corti, dans une autre série de préparations, et bien contre mon attente, car les recherches les plus récentes m'avaient fait prévoir tout autre chose. Les préparations précédentes nous ont servi à poursuivre les fibres nerveuses jusque contre les cellules auditives externes, mais elles ne nous permettent pas de les poursuivre plus loin. Il faudra donc nous en prendre aux cellules acoustiques externes.

Considérons la figure 10, Table II, une préparation prise sur le lapin. Dans ma première publication sur le limaçon, j'avais dessiné une préparation pareille, mais l'explication m'en échappait encore plus ou moins, quoique j'eusse reconnu les fibres nerveuses qui courent en sens spiral le long des cellules auditives externes. Notre figure représente donc une rangée de

cellules acoustiques externes (cellules de Corti et cellules de Deiters). La face interne, celle qui regarde l'arc de Corti, est tournée vers l'observateur. En haut se trouvent donc les cellules de Corti et quelques-uns des prolongements cellulaires, les autres étant probablement restés en rapport avec la membrane basilaire. Le lecteur ne confondra pas, du reste, les pédicules cellulaires avec les contours des cylindres des cellules acoustiques ascendantes. Ces derniers, qui se prolongent en haut (la première cellule de Deiters à gauche) dans les contours des cônes de la cellule ascendante, représentent des lignes brisées, tandis que les pédicules sont des lignes droites. Les corps des cellules de Corti cachent plus ou moins les cônes des cellules de Deiters.

Si l'on abaisse le tube du microscope sur la région des cylindres des cellules ascendantes, on voit poindre d'abord les pédicules cellulaires et, dans le même plan que ces pédicules, un système de fibres spirales, assez volumineuses, variqueuses, qui montent peu à peu vers les corps des cellules de Corti. De même que les pédicules, les fibres en question sont donc situées à la face interne des cylindres des cellules ascendantes. Elles ont, du reste, tout à fait l'aspect des fibres nerveuses pâles sous le tunnel de Corti, présentent les mêmes varicosités et, chose importante, se colorent et deviennent plus apparentes par le chlorure d'or, de même que les fibres nerveuses pâles dans le tunnel. Leur arrangement est assez régulier comme on le voit : parallèles entre elles, elles montent d'abord lentement, puis plus brusquement vers les cellules de Corti. Une fois arrivées dans la zone où les corps cellulaires sont plus ou moins confondus, zone située entre les cellules de Deiters et ceux des cellules de Corti, elles disparaissent on ne sait trop de quelle manière. Probablement les corps cellulaires sont dans un état de conservation trop défectueux pour montrer le rapport intime qui, peut-être, existe entre eux et nos fibres. Notons encore que vers leur extrémité les fibres sont plus ou moins parallèles à la direction des cellules de Corti et croisent presque à angle droit la direction des cellules de Deiters (cylindres et cônes). Si donc on voulait de cette direction inférer quelque chose sur le rapport que les fibres affectent avec les éléments cellulaires, il nous semble probable qu'elles se continuent (si tel est le cas) avec les cellules de Corti et non avec

les cellules de Deiters. A considérer ce qui se passe dans les autres organes des sens, cette conclusion nous paraît tout à fait légitime.

Enfin, pour ce qui regarde le nombre de ces fibres nerveuses, il nous paraît être égal à celui des cellules acoustiques externes d'une seule espèce, de sorte qu'à chaque fibre correspondrait une cellule de Corti.

Si maintenant on continue d'abaisser sur notre préparation le tube du microscope, les pédicules cellulaires et les fibres variqueuses pâlissent, et on tombe sur les cylindres des cellules acoustiques ascendantes avec leurs contours brisés; mais, en même temps, on voit poindre le système de fibrilles excessivement ténues qui, en bien plus grand nombre que les fibres nerveuses, courent en sens tout à fait spiral, au sein des cellules acoustiques. Nous l'avons déjà dit, nous ne sommes pas fixé définitivement sur la situation exacte de ces fibres; mais nous pouvons remarquer que chaque fois, quand les deux systèmes de fibres spirales coexistent dans une préparation, elles sont situées dans des plans différents. Vues à travers l'objectif à immersion, les unes ont presque disparu quand on voit bien les autres. Les dernières fibres, dont nous nous sommes occupé déjà plus haut à propos des cellules acoustiques, ne peuvent pas être confondues avec les fibres nerveuses. Elles sont infiniment plus minces que celles-ci, beaucoup plus nombreuses, n'ont jamais de varicosités, et ne dévient ni en haut vers les cellules de Corti, ni en bas vers la membrane basilaire. Elles ne se colorent pas particulièrement par le chlorure d'or. Du reste, elles manquent rarement, au moins en rudiments, dans une préparation des cellules de Deiters. On les observe donc beaucoup plus facilement que les fibres nerveuses. Je ne me rappelle pas, d'ailleurs, avoir rencontré celles-ci en l'absence de celles-là.

La figure 9, Table II, est une préparation analogue du chat, qui ne demande plus guère d'explication. Seulement les pédicules cellulaires manquent ici tout à fait. Il semblerait, dès lors, que les fibres nerveuses seraient situées en dehors des pédicules cellulaires, entre ceux-ci et les cylindres des cellules de Deiters. En effet, on ne comprendrait pas trop bien, si les fibres nerveuses étaient situées en dedans des pédicules, comment ces derniers pourraient être arrachés, alors que les fibres nerveuses resteraient en

place; la chose n'est pourtant pas absolument impossible. Je n'oserais donc pas me prononcer définitivement sur la question de savoir si les fibres nerveuses courent en dedans ou en dehors des pédicules cellulaires.

Les figures 4, 6, 7 et 8 sont des préparations analogues du chat, mais on n'y voit pas de trace des fibres nerveuses.

Il est temps de répondre à une objection qu'on ne manquerait pas de faire à la description précédente, en disant que je n'ai pas de critérium absolu pour la nature nerveuse des fibres spirales que j'ai prises pour telles :

1° Étant donnée une préparation bien réussie de tout l'organe de Corti en place sur la membrane basilaire, surtout si la préparation a été faite au chlorure d'or, et si le tissu conjonctif à la face tympanique de la membrane basilaire a été écarté, on voit souvent entre les cellules acoustiques externes un grand nombre de fibres spirales, de la grosseur des fibres nerveuses dans le tunnel, et auxquelles on distingue souvent des varicosités. Quand, dans l'un ou l'autre endroit les cellules acoustiques externes sont arrachées, on voit souvent les cellules restées en place être débordées par des fibres dont l'identité avec les fibres nerveuses dans le tunnel ne saurait être méconnue. C'est même là la seule préparation sur laquelle Hensen se fonde pour admettre la possibilité de l'existence de fibres nerveuses spirales en dehors du tunnel. On peut très-bien poursuivre entre les cellules ces fibres qui débordent la préparation. Ordinairement même, on distingue trois de ces systèmes de fibres, séparés par l'épaisseur d'une cellule acoustique environ. En abaissant et en relevant le tube du microscope, on remarquera que les fibres longent les cylindres des cellules ascendantes dans toute leur hauteur, à peu près jusqu'à leur union avec les cellules de Corti. Nul doute, nous sommes là en présence des fibres spirales variqueuses décrites plus haut, figures 9 et 10, Table II ;

2° Mais j'avoue que l'observation précédente ne nous permet pas encore de relier ces fibres spirales avec des fibres incontestablement de nature nerveuse. On le conçoit, ce sera là la seule preuve qui n'admette pas de contestation.

Cette lacune est comblée par notre figure 2, planche I, une préparation du lapin, qui représente une série de piliers de Corti internes et externes,

avec les trois rangées de cellules acoustiques externes, toutes les parties étant bien conservées et ayant gardé leurs rapports normaux. Cette préparation nous a déjà servi à démontrer l'existence de fibres nerveuses pâles radiaires dans le tunnel du lapin. Nous avons vu à ce propos qu'à deux ou trois, les fibres nerveuses traversent le tunnel en sens parfaitement radiaire, et arrivent contre les cellules acoustiques externes. La même préparation nous renseigne sur le sort ultérieur des fibres nerveuses.

Dans notre figure 2, nous n'avons dessiné que les insertions des cellules acoustiques externes sur la membrane basilaire (ceci à cause de la difficulté qu'il y aurait à dessiner avec les piliers externes les cellules acoustiques externes), mais ces cellules sont parfaitement conservées dans leurs rapports naturels dans la préparation; il en est de même de la membrane réticulaire. Il en résulte que le parcours des fibres nerveuses entre les cellules acoustiques externes a dû être schématisé, car ces fibres n'existent pas sur la membrane basilaire, et même dans une certaine zone au-dessus de cette membrane. — On voit dans notre figure que deux fibres nerveuses dévient en sens radiaire, et courent dans cette direction le long de dix cellules acoustiques externes (dans la préparation, on les poursuit même sur une plus grande étendue, en abaissant progressivement le tube du microscope).

Abstraction faite de notre dessin, qui est forcément plus ou moins schématique, comme nous l'avons dit, on voit donc dans la préparation que les deux fibres nerveuses dévient en sens radiaire; elles courent dans cette direction le long des cellules acoustiques externes, et montent peu à peu vers les corps des cellules de Corti, où elles disparaissent. Il faut donc, pour les poursuivre, abaisser insensiblement le tube du microscope. On observe de plus, entre les cellules acoustiques externes, et à la hauteur des deux fibres signalées, trois systèmes de fibres spirales analogues, séparés par une rangée de cellules; mais on ne réussit pas, dans cette préparation, à relier les autres fibres spirales aux fibres radiaires dans le tunnel. Cela se comprend du reste, si l'on songe aux insultes de la préparation.

Nous avons déjà dit que les fibres spirales entre les cellules acoustiques externes semblent manquer tout à fait à l'extrémité inférieure des cellules, contre la membrane basilaire.

En nous rapportant à ce que nous avons dit plus haut au sujet des fibres nerveuses dans le tunnel, il nous semble impossible de contester la nature nerveuse aux fibres spirales, variqueuses, entre les cellules acoustiques externes, car nous sommes parvenus à les relier en continuité à des fibres dont la nature nerveuse n'est pas contestée.

Si à présent, je compare les résultats de mes recherches avec celles des auteurs les plus récents, il me semble que nous sommes bien près de nous entendre et de tomber d'accord sur le parcours des fibres nerveuses dans le canal limacien jusque contre les cellules acoustiques externes. Je reconnais l'existence de fibres nerveuses radiaires pâles chez certains animaux, qui fournissent les matériaux ordinaires dans ces sortes de recherches. Chez d'autres espèces, où j'ai démontré l'existence de fibres nerveuses spirales dans le tunnel de Corti, j'admets la possibilité de l'existence de fibres radiaires dans certaines parties de l'organe de Corti. Peut-être aussi que chez les embryons ou chez les animaux nouveau-nés, les choses se comportent autrement que chez l'animal adulte. Ces deux possibilités seules m'expliquent les assertions si catégoriques de Boettcher, dont les recherches ont été faites principalement sur des chats nouveau-nés et des embryons de chat. Il nous semble donc nécessaire d'indiquer, dans les publications de ce genre, dans quel endroit du limaçon telle ou telle particularité relative aux fibres nerveuses a été vue, et de mentionner l'âge de l'animal qui a servi à la préparation.

Mais je cesse de marcher d'accord avec les autres auteurs, quand il s'agit de déterminer le sort des fibres nerveuses à la hauteur des cellules acoustiques externes. D'après l'opinion généralement admise aujourd'hui, les fibres nerveuses, après avoir traversé en sens radiaire (nous savons ce qu'il en est de ce sens radiaire) le tunnel de Corti, vont se mettre en rapport, d'autres auteurs disent « se terminer » aux cellules acoustiques externes, et la plupart du temps, on dit qu'elles se terminent aux cellules de Corti. Je ferai observer qu'il y a une différence énorme entre « poursuivre » les fibres jusqu'aux cellules acoustiques externes et « les voir se terminer à ces fibres. » Pour qu'on « voie » se terminer une fibre nerveuse à une cellule de Corti, il ne suffit pas de la poursuivre jusque-là et de l'y voir se perdre, il faut

encore qu'on voie clairement les deux lignes de démarcation de la fibre se continuer dans le contour cellulaire, au même titre que les contours des fibres des bâtonnets et des cônes de la rétine se continuent dans les contours des bâtonnets et des cônes. Or, les descriptions données dans les différents travaux, et surtout les dessins qui les accompagnent, ne satisfont nulle part à cette condition. Les dessins de Boettcher, par exemple, quelque beaux qu'ils soient, souffrent manifestement de ce défaut. Si les fibres nerveuses se terminent aux cellules de Corti, cette terminaison devra se faire d'après un certain mode uniforme, et qu'il sera possible de caractériser davantage. Or, je cherche en vain la description plus détaillée de cette terminaison chez Waldeyer, par exemple, et malgré la netteté avec laquelle cet auteur dessine, p. 944, la terminaison en question chez le chien, je me permettrai de lui opposer des doutes à cet égard, doutes qui sont d'autant plus fondés, si nous nous rappelons qu'au niveau des cellules acoustiques externes, chez le chien spécialement, les fibres nerveuses se dévient en sens spiral, et courent entre les cellules en question. Je ne veux pas parler de la fibre nerveuse radiaire dans le tunnel, parce que l'auteur n'indique pas l'endroit du limaçon où la préparation a été prise. — Soit dit en passant, la figure 332, page 945, de Waldeyer, ne me semble permettre aucune conclusion sur l'existence de fibres nerveuses radiaires dans le tunnel. Sur des coupes transversales on trouvera toujours, et j'ai trouvé souvent des fragments analogues de fibres nerveuses, dans des endroits où manifestement il n'y a pas de fibres nerveuses radiaires. Mais cette figure me semblerait encore moins apte à démontrer quelque chose sur le rapport entre les fragments de fibres nerveuses et les deux cellules acoustiques externes, altérées au point de ne plus guère pouvoir être reconnues.

Nous serons d'autant plus fondé à révoquer en doute la terminaison pure et simple des fibres nerveuses dès leur arrivée contre les cellules de Corti, que nous avons poursuivi ces fibres bien au delà de cette limite, au sein des cellules acoustiques externes. L'auteur le plus récent sur la matière en question, Lawdowsky, est d'ailleurs d'une opinion un peu différente de celle que nous combattons ici. Selon Lawdowsky, en effet, les fibres nerveuses se termineraient en partie aux cellules de Corti, mais la plupart s'appliqueraient

à la surface des cônes des cellules acoustiques ascendantes. (Voir la remarque n° 4.)

Nous ne nous arrêterons pas spécialement à décrire les différences qui existent chez les diverses espèces de mammifères au point de vue de la forme des différents éléments de l'organe de Corti. Les observations, jusqu'ici, ne s'étendent pas encore sur un assez grand nombre d'espèces pour permettre d'établir à ce point de vue un tableau tant soit peu complet. D'ailleurs, nous avons cité des faits de cet ordre à propos de la membrane basilaire et du parcours des fibres nerveuses. Chez le chien, par exemple, les piliers de Corti sont plus élancés, et les mailles de la membrane réticulaire sont plus étirées en sens radiaire que chez les autres animaux que j'ai examinés. Waldeyer a même trouvé que chez l'homme il y a quatre rangées de cellules acoustiques externes, alors que les autres mammifères examinés jusqu'ici n'en ont que trois.

# REMARQUES.

—

### Remarque 1.

Relativement à la constitution de la membrane basilaire, j'ai à répondre plus spécialement aux critiques que Boettcher a produites contre ma description. Le lecteur verra que malgré les observations de cet auteur, je n'ai guère retranché ni ajouté à ce que j'ai dit sur cette question dans ma première publication.

Boettcher, conséquent à ses opinions exprimées déjà antérieurement, prétend que les fibres de la zone pectinée cessent à la périphérie des pieds des piliers externes, c'est-à-dire sortent de ces piliers, et ne sont rien autre chose que la juxtapposition des filets radiaires que le pied émet à sa périphérie. Les fibres ne dépasseraient pas cette limite en dedans, et n'iraient pas jusque sous le tunnel de Corti. Boettcher défend de plus l'existence d'une lamelle homogène assez épaisse, intermédiaire entre les fibres de la zone pectinée et le stratum de cellules et de fibres conjonctives qui adhèrent à la face tympanique de la membrane basilaire. Les fibres seraient superposées à la face vestibulaire de cette lamelle hyaline, et peut-être collées à cette dernière. Sous l'arc de Corti, cette lamelle homogène existerait seule avec le stratum de tissu conjonctif.

Les fibres de la zone pectinée s'enlèveraient assez facilement, et en totalité de la lamelle homogène (au moins cela semble ressortir de la fig. 10, *Dorpater médic. Zeitschr.*) de Boettcher. — Toujours, d'après Boettcher, après l'action d'une solution concentrée d'acide osmique sur la membrane basilaire, la lamelle homogène présenterait des indices d'une striation dans le sens des fibres de la zone pectinée, et il en résulterait une division de la lamelle homogène en lanières rubanées, mais non en de véritables fibres arrondies. Cette striation de la lamelle homogène, qui naturellement se prolonge jusque sous l'arc de Corti, je l'aurais confondue, à tort, avec les fibres de la zone pectinée.

Donner une réponse à chacune des assertions contenues dans la critique de Boettcher mènerait trop loin, d'autant plus que dans bien des cas, Boettcher nie, quand moi j'affirme, et vice versâ. Tel est le cas, par exemple, pour la figure 10 (*loc. cit.*), que Boettcher a dessinée spécialement à mon adresse. En *c*, il dessine une lanière de zone pectinée, qui, selon moi, répond tout à fait à la réalité, et Boettcher la donne aussi comme un exemple

des fibres de la zone pectinée. Mais en *a, b, c* et *f*, notre auteur prétend illustrer la striation artificielle de la lamelle homogène dans la zone pectinée et sous l'arc de Corti. Les fibres véritables de la zone pectinée auraient été arrachées en *a*, *b* et *c*. Je connais assez les préparations de ce genre, pour pouvoir assurer de la manière la plus positive qu'en *a, b, c* et *f*, la striation est due à la présence des fibres de la zone pectinée; seulement ces fibres sont dans un état de conservation défectueuse, et peut-être un peu dérangées par la préparation. Sous le tunnel de Corti (depuis *c* jusqu'aux trous de la *habenula perforata*, dans la figure 10 de Boettcher), la striation artificielle selon Boettcher, est, d'après moi, due à la présence de fibres de la membrane basilaire, mais également dans un état de conservation défectueuse.

Soit dit en passant, et à propos de la figure 10 de Boettcher, je trouve toujours une différence notable entre la striation de la *habenula perforata* et celle sous l'arc de Corti, même quand cette dernière est plus ou moins altérée. Mais ce n'est pas uniquement sous ce rapport que je conteste à la figure 10 de Boettcher la véracité absolue; je vois avec étonnement que cet auteur fait correspondre treize trous de la *habenula perforata* à six dents de la première rangée. D'après mon observation, il y en aurait peut-être plus de la moitié, c'est-à-dire sept de trop.

Voilà pour l'explication de la figure 10 de Boettcher. A cela j'ajouterai :

1° Chez le chat surtout, il n'est pas difficile de se convaincre que les fibres de la zone pectinée passent toutes sous les pieds des piliers externes, et passent sous l'arc de Corti, où l'on voit, *à l'état frais*, et mieux encore après un bon traitement à l'acide osmique, la striation aussi régulière que celle de la zone pectinée, et plus régulière encore que Boettcher ne l'a dessinée en *c*, dans sa figure 10.

2° Si la conservation est défectueuse, on voit dans la zone pectinée, et surtout sous l'arc de Corti, une striation moins régulière, comme Boettcher l'a dessinée en *a* et *f*, figure 10. Chez la brebis, le lapin et surtout le cochon d'Inde, je n'ai même jamais réussi à voir sous l'arc de Corti une striation aussi régulière que dans la zone pectinée. Probablement chez ces animaux il y a des circonstances qui rendent la striation moins manifeste en ces endroits, ou bien qui rendent la conservation plus difficile. Mais même chez le cochon d'Inde, on se convaincra que les lignes représentant les fibres de la zone pectinée passent sous les pieds des piliers externes, qu'on les poursuit en continuité jusqu'en dedans de ces pieds, et que sous l'arc, ces lignes deviennent moins manifestes, et se perdent ici dans la striation moins régulière. C'est donc là une preuve que même chez le cochon d'Inde la striation sous l'arc tient à la même cause que celle dans la zone pectinée.

3° Quant à ce que Boettcher dit de l'action d'une solution très-concentrée d'acide osmique sur la membrane basilaire, je connais parfaitement les images dont il s'agit. Seulement je ne les rencontre qu'avec une solution plus concentrée que 2 °/₀. Dans cette forte concentration, l'acide osmique rend les fibres de la membrane basilaire très-cassantes et en même temps la striation moins manifeste. On dirait souvent que sous le stratum des fibres, il existe une membrane homogène d'une certaine épaisseur. Mais dans ces cas, ou bien le stratum de tissu conjontif adhère encore à la face tympanique



de la membrane basilaire, ou bien les cellules et les fibres sont ôtées; mais il est resté en contact avec la membrane basilaire, ou plutôt avec les fibres qui composent cette membrane, une couche presque continue de la substance homogène située entre les fibres et les cellules conjonctives. Peut-être aussi l'agent conservateur a-t-il produit des précipités membraneux sous les fibres. — Quoi qu'il en soit, je puis affirmer à Boettcher que ces préparations n'ont en rien influencé mon jugement, et que je les ai même soigneusement rejetées comme non démonstratives. Je croirais même, depuis la dernière publication de Boettcher, que la substance homogène entre les cellules conjonctives est pour beaucoup dans les différentes assertions relatives à l'existence d'une lamelle homogène.

4° Dans mon travail sur le limaçon, publié dans *Arch. fur mikr. Anat.*, j'ai déjà signalé le fait que sous l'arc de Corti, la lamelle unissante entre les fibres est plus épaisse, et qu'elle l'emporte sur les fibres. J'ai même trouvé, depuis lors, qu'à l'endroit où la membrane basilaire s'est déchirée sous l'arc de Corti, on voit la lamelle unissante s'annoncer par un double contour. Ici donc on pourrait parler d'une lamelle homogène sur (?) laquelle seraient situées les fines fibres de la membrane basilaire. Mais dans la zone pectinée, l'épaisseur de la membrane basilaire est donnée par l'épaisseur des fibres elles-mêmes. Il n'est pas rare de trouver qu'une lanière de membrane basilaire, analogue à celle dessiné en *e*, figure 10 de Boettcher, se présente de profil. Dans ce cas, on ne voit absolument rien de la lamelle homogène; et cependant c'est là une vue de profil de la membrane basilaire aussi parfaite que possible.

5° Un mot encore sur les vues de profil de la lamelle homogène, données dans les figures 13 et 14 (*Dorpater medic. Zeitschr.*) de Boettcher, où les fibres, d'après cet auteur, seraient des produits artificiels. On y voit des fibres assez grosses, des espèces de bandes, qui changent de calibre dans leur longueur, et qui même se bifurquent. Selon moi, il s'agit là d'un paquet de fibres de la membrane basilaire, qui par endroit s'écartent davantage, et s'isolent même tout à fait. Il m'a cependant paru qu'une fibre de la membrane basilaire peut se fendre dans sa longueur en plusieurs filets, qui naturellement seraient d'un calibre inférieur à celui des fibres entières. Je ne saurais dire jusqu'à quel point cette particularité ait pu donner naissance aux images dessinées par Boettcher.

**Remarque 2.**

Si je ne fais nullement mention des noyaux qui, selon Waldeyer et Gottstein, seraient situés contre les têtes des piliers internes et externes, c'est que je n'en ai jamais rencontré de traces. Je suis donc disposé à croire que dans les cas où ces deux auteurs ont vu des noyaux bien accusés en ces endroits, ils ont été importés par suite des insultes faites par la préparation. Je ne puis m'empêcher de supposer que les piliers qui ont formé l'objet de ces dessins ont été mieux conservés et plus beaux que ne pourraient le faire croire les dessins.

### Remarque 3.

Il m'est tout à fait inintelligible comment Waldeyer et Gottstein parlent d'un simple prolongement que leur cellule acoustique gémellaire enverrait vers la membrane réticulaire. Ce prolongement en effet est un cône assez épais, comme on le voit dans nos dessins, et se prolonge en haut en un filet qui va s'insérer sur la membrane réticulaire. Chez certains animaux, le chat et surtout le chien, ce cône est plus élancé et moins épais, mais il a toujours une largeur considérable vers sa base. — J'ajouterai, à l'adresse de ces deux auteurs, que jamais je ne vois les bâtonnets des cellules de Corti et des cellules acoustiques internes sous forme de cils. Toujours ce sont les bâtonnets que j'ai dessinés. Relativement à l'implantation des bâtonnets sur les plateaux des cellules, je renvoie à ce qui a été dit plus haut. Cette insertion ne se fait pas d'une manière éparse sur les plateaux.

### Remarque 4.

Un mot sur les dessins que Boettcher et Waldeyer donnent de fibres nerveuses pâles dans l'organe de Corti. Pour ce qui regarde Boettcher, si ses préparations ne montrent pas d'une manière plus claire la terminaison nerveuse aux cellules acoustiques externes, il avouera lui-même, je l'espère, que ces préparations démontrent que les fibres nerveuses arrivent jusque contre les cellules acoustiques externes, et rien de plus. Le sort ultérieur de ces fibres lui reste donc inconnu. — Quant à Waldeyer, le seul de ses dessins où la terminaison d'une fibre nerveuse aux cellules de Corti paraît manifeste, est la figure 331 page 944, représentant une préparation du chien. Mais comme chez cet animal, j'ai démontré, de même que chez le chat, que les fibres nerveuses dévient en sens spiral entre les cellules acoustiques externes, je ne puis m'empêcher d'élever à ce sujet un léger doute. Il faudrait admettre que, sous ce rapport, il y eût des différences entre les différentes régions de l'organe de Corti du chien. — J'ai déjà dit que la figure 332, page 945, de Waldeyer, ne me prouve rien au sujet des fibres nerveuses : ni l'existence de fibres radiaires dans le tunnel, ni le rapport de continuité entre ces fibres et les petites cellules qui se trouvent à la base des cellules acoustiques internes.

### Remarque 5.

*Circulation des sucs nourriciers dans l'organe de Corti.* — On sait qu'à partir de la columelle, des troncs vasculaires assez gros s'avancent sur la face tympanique de la lame spirale. Ces troncs commencent à se diviser, et les subdivisions prennent bientôt les caractères de vaisseaux capillaires. A l'origine de la portion membraneuse de la lame



spirale, les capillaires offrent des anastomoses transversales fréquentes, et contre l'organe de Corti, on voit avec une grande constance un capillaire spiral, situé sous l'arc de Corti, un peu en dehors des piliers internes. Jamais ce vaisseau spiral ne se déplace en dehors jusque sous les piliers externes. D'autres fois, il est situé en dedans des pieds des piliers internes; et enfin, on rencontre fréquemment deux vaisseaux spiraux, dont un sous l'arc de Corti, l'autre en dedans de cet organe. On trouvera ces différentes conjonctures dans le même limaçon, depuis la base jusqu'au sommet.

Quant à la constitution des capillaires, ils ont une enveloppe endothéliale double, l'enveloppe externe renfermant de gros noyaux allongés et granuleux. Une fente sensible existe entre les deux tubes endothéliaux.

En dehors de ces vaisseaux sanguins, la membrane basilaire n'en contient pas. La membrane de Reissner et l'organe de Corti proprement dit en sont dépourvus. Les parois du canal limacien sont donc très-pauvres en vaisseaux sanguins. La strie vasculaire, située dans le périoste, vers son union avec la membrane de Reissner, est un faisceau de petits vaisseaux, qui paraissent avoir joué un rôle important de nutrition dans la vie embryonnaire. Dans le ligament spiral, on rencontre assez souvent l'un ou l'autre vaisseau; et enfin, j'en ai rencontré quelquefois sur la face vestibulaire de la habenula sulcata, qui s'anastomosaient à la manière des vaisseaux situés à la face tympanique de la lame spirale.

La figure 1, Table II, représente les vaisseaux sanguins situés à la face tympanique de la lame spirale, dans le dernier tiers de tour de spire, dans le limaçon du chien. Dans le réseau lâche de vaisseaux capillaires viennent déboucher deux vaisseaux plus gros, un dans le sens des fibres nerveuses à moelle, l'autre y arrive du côté de la coupole (à gauche dans le dessin). Peut-être que l'un de ces deux vaisseaux est une artéréole, l'autre une veinule. La circulation dans cette portion de la lame spirale formerait donc un territoire circulatoire plus ou moins complet, qui à droite dans le dessin communiquerait avec les vaisseaux capillaires situés plus vers la base du limaçon.

Outre ces vaisseaux sanguins, on voit dans notre figure 1, Table II, un tube renflé fortement de distance en distance, et situé à la hauteur des pieds des piliers externes, également à la face tympanique de la membrane basilaire. La paroi de ce tube porte des noyaux allongés et granuleux très-apparents. Elle m'a semblé être composée d'une seule membrane endothéliale, à l'opposé de ce qui existe chez les capillaires sanguins. Aux endroits renflés et dans la lumière de ce tube sont amassés (c'est une préparation à l'acide osmique) en grand nombre des corpuscules arrondis, réfractant fortement la lumière, et qui pourraient bien être des corpuscules lymphatiques [1].

A droite de la figure, le tube en question se prolonge encore loin dans la préparation (au delà de la partie dessinée), mais les corpuscules dans sa lumière deviennent plus rares. A gauche, c'est-à-dire vers le sommet du limaçon, je ne saurais dire si le tube va

[1] Dans la figure, les corpuscules en question sont représentés avec un calibre trop gros. Ils devraient tous avoir les dimensions des plus petits d'entre eux.





plus loin encore, ou bien s'il cesse en cul-de-sac, comme le dessin semble le faire admettre.

J'ai plusieurs fois rencontré des traces de ce tube vers le sommet, jamais vers la base du limaçon du chien. Mais je ne doute pas qu'une fois l'éveil donné à ce sujet, on ne le rencontre encore plus souvent, et chez d'autres mammifères encore que le chien.

Le lecteur aura deviné que nous sommes disposé à voir un vaisseau lymphatique dans ce tube, dont il est fait mention pour la première fois dans ces pages. Si tel est le cas, nous sommes à même de jeter un jour curieux sur la circulation des sucs nourriciers dans l'organe de Corti : ces sucs sortent du (ou des) vaisseau spiral, et s'avancent librement vers l'organe de Corti. La membrane basilaire probablement ne leur offre pas d'obstacle infranchissable. Après avoir fourni à la nutrition de l'organe de Corti, ils sont recueillis par le vaisseau lymphatique spiral, et ramenés dans le torrent circulatoire. Nous entrevoyons là une série d'expériences qui peut-être donneraient des résultats remarquables. Il s'agirait de voir comment se comporte notre vaisseau lymphatique spiral lors d'une inflammation traumatique commençante du limaçon, ou bien les voies lymphatiques efférentes du limaçon étant interceptées par une ligature.

# BIBLIOGRAPHIE.

## TRAVAUX LES PLUS IMPORTANTS.


1. CORTI, *in Zeitschr. f. wissenschaftl I. Zoologie,* t. IV, p. 109, 1851.

2. KOELLIKER, 1° *Ueber die letzte Endig. des N. cochl.* Würtzbourg, 1854. *Granulation an Tiedemann.*
 — 2° *in Würtzb. naturwissenschaftl. Zeitschrift,* t. II, p. 1, 1861 ;
 — 3° *Handbuch der Gewebelehre,* 5ᵉ édit., p. 714, 1867.

3. MAX SCULTZE, *in Arch. f. Anat. v. Mueller,* 1858, p. 343.

4. O. DEITERS, *Untersuch. ueber d. Lamina spir. membranacea.* Bonn, 1860. Ce travail est un des plus considérables qui ait paru sur le limaçon, ou plutôt le premier grand travail d'ensemble qui ait été publié.

8. BOETTCHER, 1° *Observat. micr. de ratione qua nerv. cochl. termin.* Dorpat, 1856.
 — 2° *in Arch. f. path. Anat.,* t. XVII, p. 243, 1859.
 — 3° *Arch. f. Anat. u. Physiol.,* 1869, p. 372.
 — 4° *in Nov. act. Acad. Caesar. natur. cur.,* 1869. Dresdae. C'est l'ouvrage principal de Boettcher, et le plus remarquable qui ait été publié sur le développement embryologique du limaçon et de l'organe de Corti.
 — 5° *in Dorpater mediz. Zeitschr.,* t. III, p. 97, 1872.

6. CLAUDIUS, *in Zeitschr. f. wiss. Zoolog.,* t. VII, p. 154, 1856.

7. HENSEN, 1° *in Zeitschr. f. wiss Zool.,* t. XIII, p. 481, 1863.
 — 2° *in Zeitschr. f. Ohrenheilk.,* t. VI, 1870.

8. HENLE, *Eingeweidelehre,* p. 762, 1866.

9. REICHERT, 1° *in Monatsberichte d. Berlin. Akad.,* 1864, p. 479.
 — 2° *in Monatschr. f. Ohrenheilkunde,* 1869, n° 1.
 — 3° *in Arch. f. Anat. u Physiol.,* 1871. Dans ce travail l'auteur donne une description de l'organe de Corti qui ne correspond à rien de réel, et qu'on pourrait qualifier « toute de fantaisie. »

10. Loewenberg, 1° *dans le Journ. de l'Anat. et de la Physiol.*, 1866, t. III, p. 603.
— 2° *Ibid.*, 1868, t. V, p. 626.

11. Rosenberg, *Untersuch. über d. Entwick. d. Can. cochl. der Säugenthiere. Dissert.* Dorpat 1868.

12. Middendorp, *Het vliezlig Slakkenhuis.* Groningue, 1867.

13. Reissner, 1° *De aur. int. format. Dissert.* Dorpat, 1851.
— 2° *Arch. f. Anat. u. Physiol.*, 1854, p. 420.

14. Winiwarter, *in Wiener Zitzungsb.*, 1870, p. 107.

15. Gottstein, *in Arch. f. mikr. Anat.*, 1872, t. VIII, p. 150.

16. Waldeyer, *in Striker's Handb. der Gewebelehre*, p. 915, 1872.

17. Nuel, *in Arch. f. mikr. Anat.*, 1872, t. VIII, p. 200.

18. — *in Compte rendu du congrès périodique international des sciences médicales de Bruxelles en 1875.* A cette occasion j'ai démontré la continuité entre les fibres de la zone pectinée et celle sous le tunnel; j'ai fait voir que l'épaisseur de la zone pectinée est bien celles des fibres elles-mêmes; et enfin j'ai démontré l'existence de fibres nouvelles à moelle, et spirales, dans le tunnel de Corti du chien.

19. Lawdowsky, *Histologie de l'appareil nerveux terminal dans le limaçon auditif. Dissertat.* S^t-Pétersbourg, 1874. En langue russe. J'ai sous les yeux la petite analyse de ce travail qui a paru *in Sabresberichte* de Hoffman et Schwalbe, 1875, p. 286.

---

*N. B.* Je tiens à faire remarquer ici que ce travail a été envoyé à l'Académie au mois d'octobre 1876, **et que la publication a subi un retard considérable.** Je le fais en vue du travail de Lawdowsky, qui depuis a paru in extenso *in Archiv. für mikr. Anatomie*, t. XIII, p. 497, mais que je ne connaissais que par la trop courte analyse dans les *Jahresberichte* de Hoffmann et Schwalbe. Il m'a donc été absolument impossible de comparer les résultats de Lawdowsky avec les miens. Je le regrette infiniment, eu égard à la concordance qui sous bien des rapports existe entre nos résultats. L'apparition du travail en question a été pour moi, en quelque sorte, un soulagement, car ma description de l'organe de Corti diffère tellement de celle donnée par les auteurs antérieurs, qu'on ne pouvait guère entrevoir la possibilité d'une conciliation. J'ai salué avec joie les dessins de Lawdowsky, car à l'opposé de ceux donnés par les autres auteurs, j'y retrouvai pour la première fois les beaux contours que j'avais vus. — Sans entrer dans de plus longs détails d'analyse, j'ajouterai que pour les cellules acoustiques externes et le parcours des fibres nerveuses, je soutiens absolument mes assertions.



# EXPLICATION DES PLANCHES.

(A l'exception des figures 2 et 3, Tab. I, et de la figure 1, Tab. II, toutes sont dessinées avec le système à immersion nº X de Hartnack, à la chambre claire, le tube du microscope rentré..)

## TABLE I.

### Figure 1.

Coupe schématique à travers la membrane basilaire, l'organe de Corti, et l'extrémité externe de la *habenula sulcata* du chat, vers la fin du second tour de spire. Les parties essentielles de l'organe de Corti sont dessinées d'après nature; le reste, pointillé en majeure partie, est schématisé.

*n.* Fibres nerveuses à moelle, situées entre les deux feuillets de la lame spirale.
*h. s.* *Habenula sulcata.*
*d.* Dents de la première rangée.
*s. sp.* *Sulcus spiralis,* tapissé par des cellules épithéliales.
*t.* Trou de la *habenula perforata*, à travers lequel passent les fibres nerveuses pâles.
*c. s. i.* Cellules de soutien internes.
*x.* Noyaux arrondis qui se trouvent à la base des cellules acoustiques internes.
*c. a. i.* Cellule acoustique interne supportant les bâtonnets, sur le plateau engagé dans un anneau dépendant des piliers internes.
*p. i.* Pilier interne, avec son pied implanté sur la membrane basilaire, son corps et sa tête, dont la face supérieure présente une inclinaison en dedans, et qui se prolonge dans la plaque du pilier interne.
*p.* Plaque du pilier interne.
*n'.* Noyau situé en dehors du pied du pilier interne, au sein d'une masse granuleuse.
*v. sp.* Vaisseau spiral.
*T.* Tunnel de Corti.
*m. b.* Membrane basilaire.

*p. e.* Pilier de Corti externe, avec son pied implanté sur la membrane basilaire, son corps allongé, et sa tête, qui est reçue dans la cavité articulaire du pilier interne, et se prolonge en haut dans le

*b'.* Bâtonnet du pilier externe.

*n.* Noyau situé en dedans du pied du pilier externe, au sein d'une substance granuleuse.

*m. r.* Membrane réticulaire. On voit comment son origine interne est constituée par la superposition du bâtonnet du pilier externe et de la plaque du pilier interne.

*c. d.* Cellule acoustique descendante, ou cellule de Corti, implantée en haut dans la membrane réticulaire.

*b.* Bâtonnets implantés sur le plateau de la cellule de Corti.

*p.* Pédicule de la même cellule, implanté sur la membrane basilaire.

*c. a.* Cellule acoustique ascendante, avec son cylindre (*c'*) et son cône (*c*).

*y.* Filets supérieurs de deux cellules de Deiters, implantés dans la membrane réticulaire.

*c. s. e.* Cellules de soutien externes.

*e.* Épithélium situé sur la membrane basilaire.

*l. sp.* Ligament spiral.

FIGURE 2.

Organe de Corti du lapin, isolé de la membrane basilaire, situé de manière qu'on regarde dans le tunnel de bas en haut. Hartnack obj. 7, ocul. 3.

*p. e.* Piliers externes.

*p.* Pieds des piliers externes.

*p. i.* Piliers internes.

*p'.* Pieds des piliers internes.

*t.* Têtes des deux espèces de piliers.

*c. a. e.* Coupes optiques des extrémités inférieures des cellules acoustiques externes. Les corps cellulaires ne sont pas dessinés à cause de la difficulté d'exécution, mais ces cellules existent dans la préparation.

*n.* Fibres nerveuses pâles qui pénètrent dans le tunnel entre les piliers internes, le traversent en sens radiaire, et sortent entre les piliers externes. On voit que deux de ces fibres dévient en sens radiaire, et courent dans cette direction au sein des cellules acoustiques externes. Dans la préparation, on voit trois paquets de fibres spirales entre les cellules acoustiques externes (voir encore l'explication de cette figure dans le texte, pp. 64 et 65).

FIGURE 3.

Une série de neuf cellules acoustiques internes du lapin, dans leur arrangement naturel, leurs extrémités supérieurs étant reçues dans les anneaux dépendant des piliers de Corti internes. A ces anneaux adhèrent encore des couches superficielles de la tête des piliers. Hartnack obj. 8, ocul. 3.

*c. a. i.* Cellules acoustiques internes, avec leurs gros noyaux qui en remplissent complétement la lumière. Les extrémités inférieures de ces cellules plongent dans une masse granuleuse, au sein de laquelle se trouvent en grand nombre des



*x*. Noyaux arrondis.

*a*. Anneaux dépendant des piliers internes, qui reçoivent les extrémités supérieures des cellules acoustiques. On voit dans les anneaux, et en perspective, les bâtonnets dans leur disposition naturelle.

*m*. Couche superficielle de la substance des piliers internes, qui, à l'instar d'une écorce, s'est détachée de la tête des piliers, et est restée en rapport avec les anneaux qui encadrent les cellules acoustiques.

*n. p*. Fibres nerveuses pâles qui à deux ou trois sortent entre deux cellules. Celles-ci étant rangées en place, les fibres nerveuses pénétreraient en sens radiaire dans le tunnel de Corti.

### Figure 4.

Exemple de membrane basilaire du chat, endommagée et dilacérée de manière à montrer des fibres isolées, dont quelques-unes sont brisées. On y voit en outre un ensemble de fibres brisées toutes suivant une ligne droite.

*h. p*. *Habenula perforata*.

*t*. Trous de la *habenula perforata* .

*p. e*. Pilier externe dont le pied adhère encore à la membrane basilaire par trois de ses filets terminaux [1].

### Figure 5.

Membrane basilaire d'un chat de trois mois.

*n*. Fibres nerveuses à moelle qui convergent vers les trous de la *habenula perforata*.

*p. e*. Endroit où étaient implantés les piliers externes.

*n, g, g'*. Les noyaux situés en dedans des pieds des piliers externes sont restés en rapport avec la membrane basilaire, de même que la substance granuleuse qui les entoure. Cette substance granuleuse est divisée en autant de champs qu'il y a de piliers externes, par des lignes qui s'avancent en dedans, une dans chaque espace entre deux piliers externes. Un peu en dedans des piliers externes, on voit une ligne brisée en zigzag, sur laquelle viennent donner d'autres lignes, semblables aux premières, mais en plus grand nombre, à peu près dans la proportion qui existe entre les piliers externes et internes. Du reste, les aires délimitées par ces dernières lignes sont également remplies d'une couche mince de substance granuleuse, située à la face vestibulaire de la membrane basilaire.

*i*. Trois rangées d'insertions des cellules acoustiques ascendantes. Au centre des hexagones sont les insertions des pédicules cellulaires sur la membrane basilaire.

*y*. Insertions sur la membrane basilaire des cellules de soutien externes et des cellules épithéliales qui recouvrent la zone pectinée.

[1] L'adhérence entre les filets terminaux et les fibres de la membrane basilaire n'est pas rendue dans le dessin.



### Figure 6.

Deux piliers de Corti externes du chat, mis au foyer du microscope de telle sorte que les fibres de la zone pectinée semblent sortir de leurs pieds.

### Figure 7.

Membrane basilaire d'un chat adulte, montrant une vue de face de la substance granuleuse qui se trouve en dedans des piliers externes.

*n.* Fibres nerveuses à moelle dans la lame spirale.
*g.* Substance granuleuse située sur la membrane basilaire, en dedans des piliers externes.
*n.* Noyaux situés dans la masse de cette substance.
*p. e.* Endroit où étaient insérés les piliers de Corti externes. Les deux pilie s arrachés l'ont été de manière que les fibres de la zone pectinée diminuent brusquement de calibre à la périphérie des pieds des piliers. A gauche, deux piliers sont conservés.

## TABLE II.

### Figure 1.

Extrémité supérieure de la lame spirale du chien. (La membrane basilaire n'est pas indiquée.) Vue de la face tympanique. Hartnack obj. 3, ocul. 3.

*p. e.* Piliers de Corti externes.
*p. i.* Pieds des piliers internes.
*p.* Pieds des piliers externes.
*N.* Fibres nerveuses à moelle, étalées en membrane entre les deux feuillets de la lame spirale.
*n. sp.* Fibres nerveuses à moelle qui pénètrent dans le canal limacien à travers une fente continue, et se dévient en sens spiral, vers le sommet du limaçon. Dans cette marche spirale, elles arrivent en grand nombre dans le tunnel de Corti.
*l.* Lamelle de tissu conjonctif qui prolonge la lame spirale au delà des fibres nerveuses et de l'organe de Corti.
*v. s.* Vaisseaux sanguins.
*v. l.* Vaisseaux spiral lymphatique.



FIGURE 2.

A gauche, il y a un cône (*c*) de cellule de Deiters du chat, avec le noyau (*n*) de la même cellule, et le pédicule (*p*) cellulaire qui semble y appartenir.

FIGURE 3.

Même chose, à l'exception que le pédicule cellulaire semble se prolonger dans toute l'étendue de l'axe du cône, et que le corps d'une cellule de Corti (*c d*) y adhère par sa base.

FIGURE 4.

Cellules acoustiques externes du chat, en rapport avec la membrane réticulaire. En haut est tournée la face de ces cellules qui regarde la columelle.

*b.* Bâtonnets des cellules de Corti.
*r.* Membrane réticulaire en profil.
*c. d.* Cellules acoustiques descendantes.
*n.* Leurs noyaux.
*c.* Cônes des cellules acoustiques ascendantes.
*n'.* Les noyaux de ces cellules.
*l. c.* Lignes de contour des cylindres des cellules acoustiques ascendantes.
*p.* Pédicules cellulaires.

FIGURE 5.

Cellule acoustique descendante du chat, brisée à une certaine distance au-dessous de la membrane réticulaire, en rapport avec son pédicule.

FIGURE 6.

Cellules acoustiques externes du lapin. Lettres comme dans la figure 4.

*c. a.* Cylindres des cellules acoustiques ascendantes, dont les coupes transversales se remarquent à leur extrémité inférieure. En haut est tournée la face de ces cellules qui regarde le ligament spiral.

FIGURE 7.

Cellules acoustiques du chat. Leur face qui regarde la columelle est tournée en haut. Lettres comme précédemment.

FIGURE 8.

Cellules acoustiques externes du chat. La face de ces cellules qui regarde le ligament spiral est tournée en haut. Lettres comme précédemment.

### Figure 9.

Cellules acoustiques externes du chat. En haut est tournée la face de ces cellules qui regarde la columelle. Au niveau des cylindres des cellules de Deiters, on voit les fibres nerveuses pâles (*f. n.*), qui courent en sens spiral le long des cylindres, et montent peu à peu vers les cellules de Corti. Lettres comme précédemment.

### Figure 10.

Cellules acoustiques externes du lapin. En haut est tournée la face de ces cellules qui regarde la columelle. Le long des cylindres des cellules de Corti, on voit courir les fibres nerveuses pâles (*f. n.*), qui montent peu à peu vers les cellules de Corti. Au même niveau que les fibres nerveuses existe un autre système de fibres spirales, beaucoup plus minces et beaucoup plus nombreuses que les fibres nerveuses, et qui ne montent pas en haut vers les cellules de Corti. Ces dernières débordent la préparation à droite, en *f'*. Les autres lettres comme précédemment.

## TABLE III.

Vue de face de la membrane basilaire du chat, du côté tympanique (dernier tour de spire). On regarde donc dans le tunnel de bas en haut. Cette figure est destinée à illustrer les fibres nerveuses dans le tunnel.

*M. b.* Membrane basilaire, qui, en *b*, sous le tunnel s'annonce par un double contour.
*n.* Fibres nerveuses à moelle qui convergent vers les trous de la *habenula perforata*.
*v. sp.* Vaisseaux spiraux (fragments) dont un est situé en dedans, l'autre en dehors des pieds des piliers internes.
*p'.* Insertions des piliers internes sur la membrane basilaire.
*p. i.* Piliers internes.
*t. i.* Têtes des piliers internes.
*t. e.* Têtes des piliers externes.
*n. p.* Fibres nerveuses pâles spirales dans la lumière du tunnel.
*p. e.* Piliers externes.
*p.* Insertions des piliers externes sur la membrane basilaire.
*i.* Insertions des cellules acoustiques externes sur la membrane basilaire. Un fragment de fibre nerveuse pâle est situé en dedans de ses insertions, en dehors des piliers.
*t. c.* Un fragment du tissu conjonctif (cellules et fibres) qui forme une couche continue à la face tympanique de la membrane basilaire.
*l. sp.* Ligament spiral.



## TABLE IV.

Vue de tout l'organe de Corti du chat en perspective. Le *Sulcus spiralis*, l'extrémité externe de la *habenula sulcata*, la membrane basilaire et le ligament spiral sont conservés. Figure plus ou moins schématique, mais seulement pour les détails accessoires, à cause des difficultés inhérentes à l'exécution d'un tel dessin.

*h. s.* *Habenula sulcata.*
*x.* Endroit où cinq dents de la première rangée sont arrachées.
*d.pr.r.* Dents de la première rangée.
*q.* Coupe transversale des dents de la première rangée.
*n.* Fibres nerveuses à moelle dans la lame spirale.
*o.* Lamelle tympanique de la lame spirale.
*s. sp.* *Sulcus spiralis*, tapissé à droite par son épithélium.
*t.* Trous de la *habenula perforata*, situés entre les côtes saillantes de la *habenula perforata.*
*n. sp.* Fibres nerveuses pâles qui, au sortir des trous de la *habenula perforata*, dévient en sens spiral. Les mêmes fibres nerveuses pâles existent plus loin dans le tunnel de Corti.
*y.* Noyaux arrondis situés sous les cellules acoustiques internes.
*c. a. i.* Cellules acoustiques internes.
*p. i.* Piliers de Corti internes.
*n'.* Noyau situé en dehors du pilier interne, contre la membrane basilaire, au sein d'une substance granuleuse qui s'avance un peu en dehors, sur la membrane basilaire.
*t'.* Têtes des piliers internes.
*c. s. i.* Cellules de soutien internes.
*m.* Anneaux dépendant des piliers internes qui encadrent en haut les cellules acoustiques internes. Dans ces anneaux, les bâtonnets situés sur le plateau des cellules acoustiques internes.
*b.* Partie de la face supérieure de la tête des piliers internes qui est légèrement oblique en bas.
*a.* Plaque des piliers internes. Elles manquent aux dix premiers piliers internes à gauche.
*p. e.* Piliers externes.
*n.* Noyau sous le pilier externe, situé au sein d'une substance granuleuse qui s'avance en dedans sur la membrane basilaire.
*v. sp.* Vaisseau spiral sous le tunnel de Corti.
*t.* Têtes des piliers externes, qui se prolongent en haut dans leurs bâtonnets. On voit à gauche comment ces derniers s'appliquent sous les plaques des piliers externes, et contribuent à former l'origine interne de la membrane réticulaire.
*m. r.* Membrane réticulaire. A travers les lacunes en rame on voit les contours pâles des cellules acoustiques.
*c. d.* Cellules acoustiques descendantes.
*c. a.* Cellules acoustiques ascendantes.

Dans le dessin, les trois rangées de cellules acoustiques externes sont en parties arrachées, de manière qu'on voit les étages cellulaires successifs. A gauche, les piliers de Corti sont à nu, et ne sont pas recouverts par les cellules acoustiques externes. Puis, plus à droite, la première rangée de ces cellules existe seule; plus encore vers la droite vient s'ajouter la seconde, et finalement la troisième rangée. Les cellules de soutien externes ne sont pas rendues.

*n et n'*. Noyaux des deux espèces de cellules acoustiques externes.
*p*. Pédicules des cellules acoustiques descendantes.
*i*. Insertions des cellules acoustiques externes sur la membrane basilaire.
*y*. Insertions des cellules de soutien externes et des cellules épithéliales sur la membrane basilaire.
*l. sp*. Ligament spiral.
*M. b*. Membrane basilaire, plus épaisse sur le tunnel de Corti, à gauche dans la figure.

.s.

d.

c.a.i.

p.

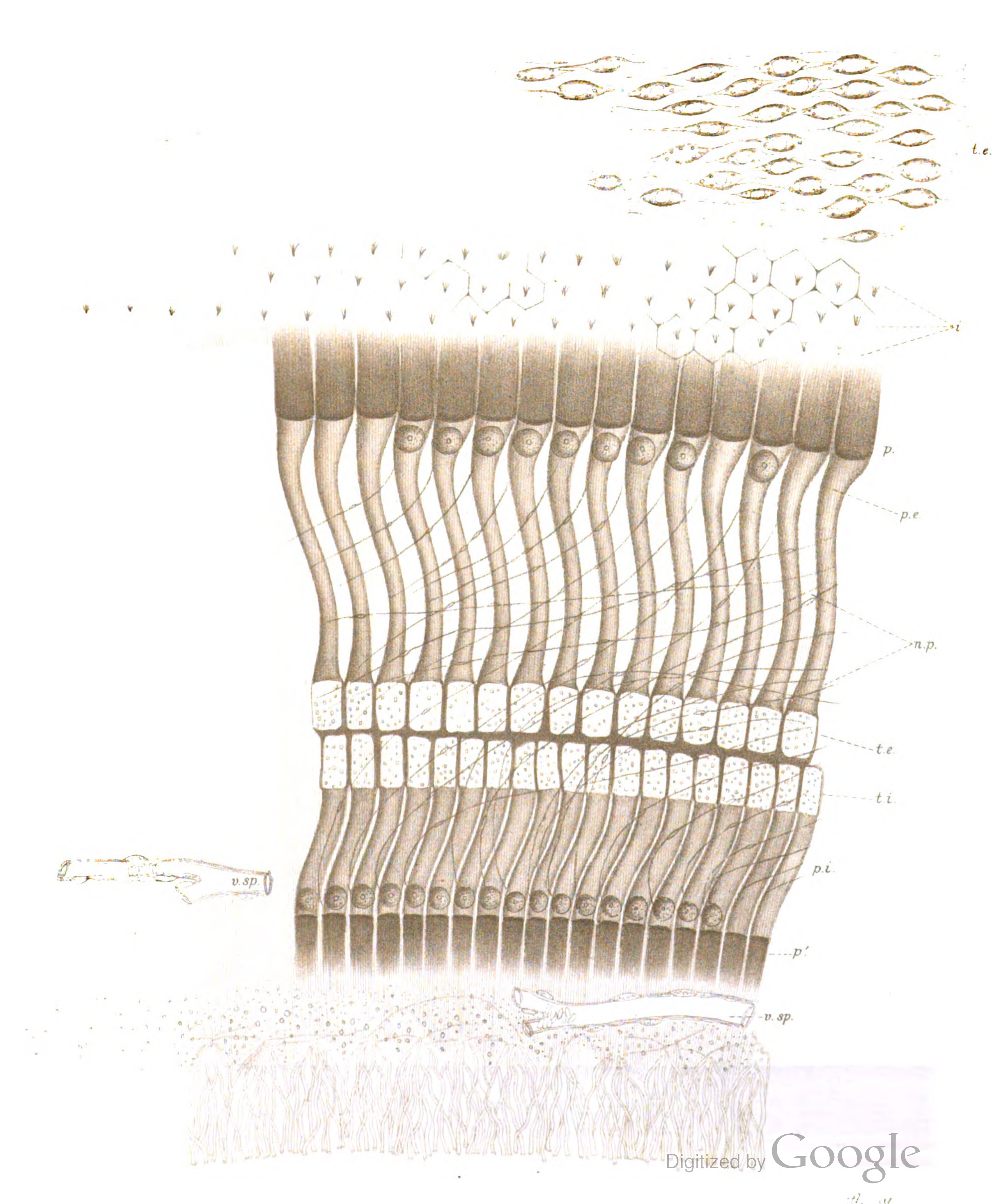
m.r.

b.

m.r.

l.sp.

M.b.



# DE L'ORIGINE ET DE L'ÉTABLISSEMENT

DES

# MOUVEMENTS ASTRONOMIQUES;

PAR

**M. C. LAGRANGE,**

ANCIEN ÉLÈVE A L'ÉCOLE MILITAIRE DE BRUXELLES.

---

(Présenté à la Classe des sciences de l'Académie dans la séance du 13 octobre 1877.)





## DE L'ORIGINE ET DE L'ÉTABLISSEMENT

DES

# MOUVEMENTS ASTRONOMIQUES.

## PREMIÈRE PARTIE.

SOMMAIRE. — État de la question. — Une masse déformable peut prendre un mouvement continu de rotation par l'attraction d'un autre système matériel. — Détermination de l'axe et du moment de rotation dans le cas où le système attirant est très-éloigné. — Influence de la rotation sur la forme de la masse. — Considérations sur la trajectoire décrite par un point matériel soumis à l'attraction d'une masse déformable en rotation. — Rotation d'une masse déformable par l'attraction d'une autre masse déformable en rotation.

1. *État de la question.* — Au seuil de l'étude du monde matériel se présente la question de la formation des globes et de l'origine de leurs mouvements de révolution et de rotation. — Ce problème qui, depuis des siècles, a tourmenté l'esprit humain, n'a pas encore été traité d'une manière complète et rationnelle, quoique d'illustres efforts aient été faits et marquent la route dans la recherche de sa solution.

Ce n'est pas ici le lieu de faire l'histoire des nombreux systèmes inventés par l'imagination plutôt que par la raison avant la découverte de l'attraction universelle. Il serait injuste cependant de ne pas reconnaître le côté nouveau et philosophique du plus célèbre et du dernier d'entre eux.

Quand, au XVII[e] siècle, le fondateur de la philosophie moderne donna le *système des tourbillons,* ce système fut accueilli avec enthousiasme; c'est qu'il



renfermait une grande vérité, celle de la formation ordonnée et graduelle de l'ordre de choses existant. Descartes errait en imaginant les tourbillons, mais il ouvrait une voie nouvelle en montrant les globes graduellement formés par la condensation de la matière au centre de chaque tourbillon, puis les plus énergiques entraînant les plus faibles dans leur giration. A ce titre la théorie des tourbillons n'a certes pas été inutile à la science.

Ses erreurs sont rapidement tombées devant la découverte de la gravitation. Un nouvel élément, la *force*, faisait son apparition dans la science du monde physique et le dynamisme se levait à côté du mécanisme. — D'ailleurs, l'attraction entre les mains de Newton devenait un *fait* auquel devaient se plier toutes les théories. — Depuis lors la question métaphysique fut laissée dans l'ombre, et l'on se préoccupa beaucoup moins de savoir comment avaient été acquis les mouvements actuels que d'étudier mathématiquement les circonstances les plus minutieuses de ces mouvements.

Lorsque Laplace, reprenant complétement le problème astronomique, rassembla dans sa *Mécanique céleste*, en les complétant et en les continuant, les travaux de tout un siècle, il n'existait sur l'établissement du système solaire d'autre théorie que celle de Buffon, dont Laplace lui-même a démontré la fausseté. Cette théorie avait sur celles qui la précédaient un seul avantage, celui de s'appuyer sur l'attraction; mais si elle était, sous ce rapport, préférable à celle de Descartes, combien elle lui était inférieure au point de vue philosophique! — Au moins la doctrine des tourbillons nous indiquait l'établissement des révolutions des planètes et des satellites comme une conséquence naturelle de leur existence, tandis que Buffon, imaginant une comète pour frapper le soleil en dehors de son centre d'inertie, fait du système solaire tout entier le résultat d'un accident.

Laplace a couronné ses immenses travaux sur la mécanique céleste par une hypothèse supérieure à celles qui l'ont précédée.

Comme on le sait, l'illustre géomètre suppose que, dans son état primitif, la matière du soleil, dilatée par la chaleur, s'est étendue jusqu'au delà des orbes planétaires. Il se confirme dans cette conclusion par l'examen des nébuleuses, dans lesquelles des noyaux entourés de nébulosités se transforment peu à peu en étoiles.

Il s'appuie aussi sur la nature des mouvements planétaires eux-mêmes. Les planètes en effet se meuvent dans le sens même de la rotation du soleil et décrivent des trajectoires à peu près circulaires autour de cet astre, et à peu près dans le même plan. « Quelle que soit la cause » dit Laplace « qui » a produit ou dirigé les mouvements des planètes, il faut qu'elle ait em-» brassé tous ces corps, et, vu la distance prodigieuse qui les sépare, elle » ne peut avoir été qu'un fluide d'une immense étendue. Pour leur avoir » donné un mouvement presque circulaire autour du soleil, il faut que ce » fluide ait environné cet astre comme une atmosphère. » Cette atmosphère en se refroidissant diminue d'étendue; en vertu du principe des aires, la vitesse angulaire des molécules augmente; dès que cette vitesse est devenue suffisamment grande pour que la force centrifuge égale la pesanteur vers le centre solaire, elles ne se rapprochent plus de ce centre, mais circulent autour de lui. — Ainsi l'atmosphère solaire en se refroidissant se condense et abandonne successivement des zones circulaires de vapeurs, qui continuent à se mouvoir autour du centre solaire. Cet effet se produit de préférence dans le plan de l'équateur solaire parce que la force centrifuge y croît le plus rapidement. A cause de sa structure qui n'est jamais parfaitement homogène, chaque zone de vapeurs se rompt généralement en plusieurs masses; ces masses en se réunissant forment les planètes.

Les rotations des planètes proviennent de ce que, par le principe des aires, les vitesses réelles de leurs molécules les plus éloignées du centre solaire étant plus grandes que celles des molécules les plus rapprochées (*), la planète est soumise à un moment de rotation qui agit pour la faire tourner dans le sens même de sa révolution et de la rotation du soleil.

Enfin la masse gazeuse de la planète, se condensant à son tour, abandonne successivement dans le plan de son équateur des zones de vapeurs qui forment les satellites.

L'identité des mouvements de révolution et de rotation du soleil et des planètes, la faible excentricité de leurs orbites et la coïncidence des plans de ces orbites avec celui de l'équateur solaire sont donc des conséquences naturelles de la théorie de Laplace.

(*) Laplace, *Exposition du système du monde*, p. 544, note VII.

Malheureusement cette théorie est incomplète puisqu'elle n'explique pas l'un des faits capitaux du système solaire, la rotation du soleil lui-même. Elle la suppose, ce qu'il est toujours permis de faire quand on ne veut que rattacher des faits à d'autres faits plus généraux encore inexpliqués; mais les conditions de cette supposition sont loin d'être simples. Remarquons en effet que, s'il est facile, en prenant le soleil dans son état actuel et le ramenant à son état primitif par une dilatation excessive, d'arriver à la conception d'une masse de vapeurs très-raréfiées dont toutes les molécules ont un mouvement angulaire commun autour d'un axe, il est très-difficile, au contraire, d'imaginer dès l'abord la masse raréfiée dans cet état.

Or c'est *de là qu'il faut partir*, et il reste à connaître par quelles forces une disposition si extraordinaire a pu s'établir et comment une telle unité de mouvement peut exister entre des parties dont la solidarité est si faible.

En résumé cette théorie suppose :

1° L'attraction réciproque;

2° Une vitesse angulaire initiale de tous les éléments d'une masse raréfiée, autour d'un axe de rotation.

Par ces deux points elle ne diffère pas en principe de l'idée simple des *vitesses initiales* imprimées aux planètes en dehors de la direction du centre solaire. Elle n'explique en rien la manière dont ces vitesses ont été acquises. Toute vitesse est due cependant à une dépense de force.

Une fois les points de départ admis, cette théorie est très-remarquable en ce qu'elle s'appuie sur la formation des globes par la condensation graduelle de la matière et qu'elle rapporte à une même origine le rassemblement des orbites planétaires dans le plan équatorial du soleil, les faibles excentricités de ces orbites et la rotation des planètes. Depuis trois quarts de siècle elle constitue à elle seule les notions scientifiques de cosmogonie.

Peut-être serait-elle le dernier mot de la science et devrait-on se résigner à édifier l'astronomie sur l'idée complexe de la *vitesse initiale* et de la *force*, s'il était exact, d'après Laplace, que la cause qui a entraîné les planètes dans leurs orbites autour du soleil « ne peut être » qu'un fluide d'une immense étendue, animé du mouvement de rotation du soleil. Mais il n'en est pas ainsi.

Lorsque, il y a près de quarante ans, R. Brück, que la postérité et peut-être notre temps mettront au rang des penseurs les plus utiles à l'humanité, conçut la synthèse du monde matériel dont sa laborieuse existence n'a suffi à développer qu'une partie, il fut convaincu que la *force* seule avait imprimé peu à peu aux éléments leurs vitesses et chercha à appliquer cette idée aux mouvements astronomiques.

Dans une communication précédente, j'ai parlé de l'esquisse que Brück a laissée de la question (*).

(*) Dans une lettre particulière. Je la donne telle qu'elle est à la suite de cette note. C'est la première expression d'une idée neuve, sans aucune prétention à l'exactitude rigoureuse. La critique en sera très-facile au moins clairvoyant, et si je me décide à la produire, c'est qu'en ces sortes de choses, celui qui émet une idée neuve, même accompagnée d'erreurs, a souvent plus de droits à la reconnaissance que celui qui la développe ensuite par des procédés moins inexacts.

Brück avait sur la science du monde matériel des idées générales, souvent très-justes et très-fécondes, qu'il n'a eu le temps d'appliquer qu'à certaines parties de cette science. Ces idées, étendues et développées, ont une portée immense. Elles fournissent les éléments nécessaires pour étudier chacune des branches scientifiques en particulier, et elles établissent en même temps les liens qui unissent ces branches entre elles. Voici l'extrait de Brück qui se rapporte à la question actuelle :

« Un noyau central ou une masse sphérique M (fig. 1), entourée d'une atmosphère *m*, doit vis-à-vis de plusieurs centres d'action, inégalement distants, prendre non-seulement un mouvement de révolution, mais encore un mouvement de rotation; considérons seulement deux centres *m* et M′ vis-à-vis de M dont le rayon est M*r* et l'épaisseur d'atmosphère *r*R. En vertu de l'action de la masse *m* la plus rapprochée, l'atmosphère de M s'allongera dans le sens MR et deviendra de forme ellipsoïdale de révolution autour de la ligne des centres *m*M ; la masse M, au lieu donc d'agir comme sphère, agira comme système à un axe et vis-à-vis des deux masses *m*M′ ce système devrait, dans le cas du centre M fixe, prendre un mouvement angulaire de l'axe *m*M vers le centre d'action de M′*m*. Ce qui est dit pour deux masses peut être dit pour un grand nombre. Le globe M sera donc entraîné dans un mouvement de rotation dans le sens *ab*. L'axe *m*M restera fixe et la différence d'action est une force accélératrice constante qui donnera une accélération constante et continue pour la rotation. L'axe sera constant de position parce qu'à mesure que le mouvement angulaire s'opère, par l'action de *m* sur M, l'allongement de la masse totale M se reproduit dans la direction *m*M.

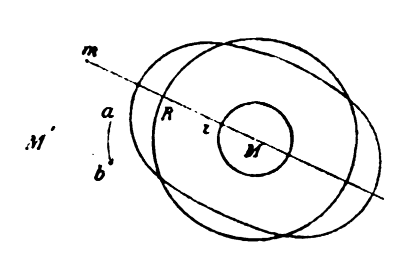


Fig. 1.

» Voici maintenant comment le mouvement de rotation de la masse centrale prépondérante a donné lieu aux mouvements de révolution et de rotation des centres planétaires.

» Prenez (fig. 2) le centre solaire S et le centre terrestre T, par exemple, soient SA le noyau

A l'inverse de la théorie de Laplace qui admet que la *formation* des planètes et leurs mouvements sont des conséquences de la rotation supposée

solaire solide, SB le rayon d'atmosphère solaire; TB' le rayon d'atmosphère terrestre et TA' le noyau terrestre. Sous l'action du centre T l'atmosphère solaire s'allongera dans la direction des centres ST et donnera lieu à une action maximum dans la direction ST; que maintenant le globe S tourne autour de son centre et d'un axe quelconque perpendiculaire ou incliné sur la direction ST, cette direction, ainsi que l'allongement SC ou l'axe maximum, se déplacera dans le sens de la rotation, et, si celle-ci est dans le sens *ab*, l'axe maximum SC, deviendra au bout d'un certain temps ST'.

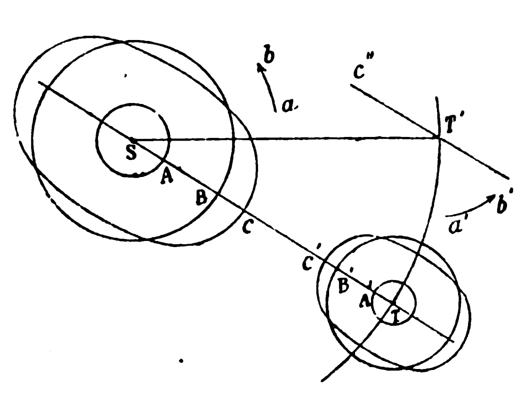



Fig. 2

» Le centre T attiré vers S sera donc en même temps sollicité à décrire un espace angulaire de T vers T'; qu'on remarque maintenant que l'axe maximum SC tout en se déplaçant à chaque instant dans le sens TT', se renouvelle à chaque instant dans le sens TS et que par suite le centre T se trouvera toujours en arrière ou du même côté de l'axe, mais qu'il en sera toujours très-rapproché et devra par conséquent suivre le mouvement de cet axe. Voilà, dans sa plus grande simplicité, l'origine du mouvement de révolution de tous les centres planétaires; voilà pourquoi ils sont tous dans le même sens.

» Voici maintenant les mouvements de rotation. L'atmosphère terrestre s'allonge dans la direction des centres ST et donne aussi TC' comme axe maximum; déplacez le centre T et l'axe TC' en T'C'' et vous aurez une action maximum qui tendra certainement à faire décrire à l'axe T'C'' des espaces angulaires de T'C'' vers la ligne des centres T'S, ou à faire tourner le globe de *a'* en *b'*. Ajoutez à cela que l'axe C'T, tout en se déplaçant à chaque instant, renaît également à chaque instant, que l'angle de l'axe maximum et de la ligne des centres C''T'S sera toujours dans le même sens, mais toujours extrêmement faible et que, par conséquent, le globe sera soumis constamment à une force accélératrice qui tendra à le faire tourner avec une grande énergie dans le même sens. »

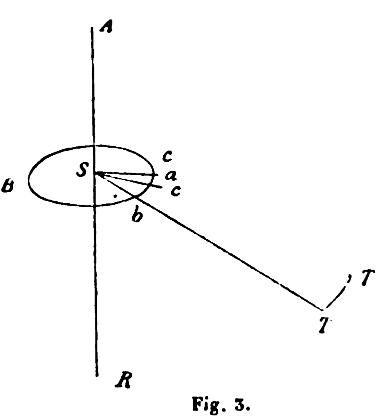



Fig. 3.

*Position des centres planétaires relativement à l'équateur du soleil.*

« Le centre de la terre, par exemple, ne se trouvant pas, dès l'origine du mouvement, dans le plan de l'équateur (il n'y avait aucune raison pour que tous les centres de formation se trouvassent dans un même plan), il devait arriver ce qui suit :

Soit AR (fig. 3) l'axe de rotation du soleil, BC l'équateur; par suite de la force centrifuge cet équateur devient plan de maximum d'action. Soit T le

non-seulement du soleil, mais encore de toute la matière du système solaire, la rotation du soleil résulte, dans les idées de Brück, de l'attraction des centres formés autour de lui par la condensation de la matière. De cette rotation du soleil naissent ensuite les révolutions et les rotations des planètes. On ne pourra jamais refuser à Brück d'avoir vu le premier comment la force d'attraction réciproque peut tirer les éléments du repos et faire graviter les globes les uns autour des autres; mais si la conception dont il s'agit est très-remarquable dans son ensemble, toutes les parties n'en sont pas également indiscutables. Ce qui est exact, c'est :

1° L'explication générale de l'établissement des mouvements de révolution des planètes, une fois que la rotation du soleil est acquise;

2° La cause pour laquelle le plan moyen des orbites planétaires se confond avec l'équateur solaire (*). Les points principaux au sujet desquels les explications de Brück sont erronées ou dont il ne s'est pas occupé, sont :

centre de la terre en dessous du plan de l'équateur prolongé; par l'axe AR et le centre T faisons passer le plan AST qui rencontre l'équateur BC en *a;* sous l'action du centre T l'atmosphère solaire doit donner un allongement ou axe maximum suivant ST; c'est l'axe qui doit se déplacer par la rotation; mais dans le même plan et par suite de la rotation un autre axe est développé et c'est S*a*, intersection du plan AST avec l'équateur. De là il résulte que le maximum d'allongement de l'atmosphère solaire n'est pas rigoureusement suivant la direction des centres ST, mais suivant une direction SC dans le même plan que ST et S*a* et un peu relevé de ST vers S*a*. Ainsi la rotation qui, en entraînant l'axe ST, devait produire le mouvement angulaire de T vers T', entraînera l'axe SC, un peu relevé vers S*a*, et l'arc TT', au lieu d'être plan, se relèvera quelque peu selon le déplacement de l'axe.

» Le mouvement de révolution, au lieu d'être plan, est à double courbure, les plans de courbure se rapprochant constamment de l'équateur solaire. On peut se le représenter comme héliçoïdal à pas extrêmement petits. » (Brück, notes manuscrites.)

« Les mouvements des corps célestes se sont établis par suite de forces nées avec les centres de formation, augmentant avec la masse de ces centres, atteignant un maximum. Ces forces ont diminué à mesure que la formation avançait et sont devenues très-faibles aujourd'hui que la formation peut être considérée comme achevée pour notre système; mais quelque faibles que soient ces forces aujourd'hui, comparativement à ce qu'elles étaient autrefois, elles ne produiraient pas moins des accélérations continuelles si elles n'étaient pas exactement détruites par la résistance des fluides élastiques répandus dans les espaces. Les mouvements célestes sont acquis; on peut les traiter simplement aujourd'hui, mais on ne peut le faire que parce que les actions accélératrices et la réaction se détruisent. »

(Mémoire présenté en 1847 à l'Académie des sciences de Belgique.)

(*) Cette cause n'est pas la seule; on verra dans la seconde partie qu'il en existe une autre, peut-être plus déterminante que celle-là.

1° La rotation du soleil sous l'action attractive du système des centres de formation extérieurs;

2° L'établissement de rotation des planètes;

3° La faible excentricité des orbites.

Ces points attendent encore leur explication.

Tel est l'état de la question.

Ce qui sépare profondément l'idée de Brück de toutes les précédentes, c'est qu'elle n'invoque l'existence d'aucun mouvement antérieur à l'action de la force attractive, ce qui est de la plus haute importance au point de vue de la philosophie naturelle.

D'ailleurs, en dehors de toute considération métaphysique, l'attraction réciproque étant admise comme *fait*, une théorie des mouvements astronomiques qui n'invoquerait que l'existence de ce fait, serait pour tout le monde de beaucoup supérieure à celles qui exigent en outre un mouvement initial de la matière (*).

Il est donc du plus haut intérêt de chercher à établir les bases de cette théorie.

Tel est le but de ce travail.

2. *Rotation continue d'une masse déformable soumise à l'attraction d'un autre système matériel*, §§ 2, 3, 4, 5. — La rotation du soleil sous l'action attractive d'un système de centres extérieurs est le point capital à établir. Les autres points sont des conséquences de celui-là.

Je vais examiner la question générale dont il est une application et je pose le problème :

*Un système matériel peut-il prendre un mouvement continu de rotation par l'attraction d'un autre système matériel?*

3. *Systèmes rigides*. — Dans l'étude de l'influence de la forme de deux systèmes matériels rigides sur leur attraction réciproque, on a vu que ces systèmes prennent des positions relatives telles que leurs axes d'attraction

(*) Nous aurons évidemment à examiner, dans la seconde partie, si les vitesses supposées dans l'hypothèse de Laplace peuvent être une conséquence de cette théorie et à déterminer par conséquent jusqu'à quel point cette hypothèse, qui repose sur un théorème rigoureux de mécanique, doit trouver son application dans le système solaire.



maxima coïncident; que si, par exemple, la puissance $-5$ de la distance de leurs centres d'inertie est négligeable, leurs moments de rotation sont nuls quand leurs axes d'inertie principaux coïncident.

Les mouvements de ces systèmes rigides autour d'un de leurs points ne peuvent donc être que des oscillations.

4. *Fluides.* — Passons au cas des systèmes dont les points matériels ne sont pas solidaires, mais liés seulement entre eux par des forces d'attraction et de répulsion qui leur laissent une certaine liberté de mouvement relatif et examinons d'abord les masses déformables connues sous le nom de *fluides* en mécanique rationnelle.

Les conditions d'équilibre des fluides sont basées sur le principe de l'égale transmission des pressions en tous sens autour d'un point. En appelant X, Y, Z les composantes parallèles à trois axes des forces extérieures agissant sur une masse fluide, $\rho$ la densité au point $(xyz)$ où la précision est $p$ par unité de surface, et $dp$ la variation de pression quand on passe du point $(xyz)$ au point voisin $(x+dx,\ y+dy,\ z+dz)$, on a

$$dp = \rho\,(\mathrm{X}dx + \mathrm{Y}dy + \mathrm{Z}dz).$$

Pour que l'équilibre soit possible, c'est-à-dire pour que toutes les molécules du fluide puissent occuper en même temps des positions d'équilibre stable, il faut que $p$ soit fonction de $x$, $y$, $z$ ou que le second membre de l'équation précédente soit la différentielle d'une fonction de $x$, $y$, $z$, ce qui exige

$$\frac{d.\rho\mathrm{X}}{dy} = \frac{d.\rho\mathrm{Y}}{dx},\quad \frac{d.\rho\mathrm{X}}{dz} = \frac{d.\rho\mathrm{Z}}{dx},\quad \frac{d.\rho\mathrm{Y}}{dz} = \frac{d.\rho z}{dy}.$$

Si $\rho$ peut être regardé comme constant (liquides) ou s'il est fonction de $p$ (ce qui est vrai pour les gaz, soumis ou non à la loi de Mariotte), les conditions sont satisfaites lorsque la masse fluide est soumise à l'attraction d'un système matériel quelconque; car, en appelant T le potentiel de ce système, elles se réduisent aux identités

$$\frac{d\mathrm{T}}{dx\,dy} = \frac{d\mathrm{T}}{dy\,dx},\quad \frac{d\mathrm{T}}{dz\,dx} = \frac{d\mathrm{T}}{dx\,dz},\quad \frac{d\mathrm{T}}{dy\,dz} = \frac{d\mathrm{T}}{dz\,dy}.$$



Si la masse fluide est un mélange de plusieurs gaz, dans la relation $\rho = kp$ qui lie la pression à la densité, la constante $k$ varie d'un gaz à un autre; $k$ et par suite $\rho$ sont donc fonctions de $x$, $y$, $z$. L'équilibre est encore possible; il existe quand les couches d'égale pression de chacun des gaz du mélange coïncident avec les surfaces d'égal potentiel du système attractif.

Ainsi, par exemple, l'atmosphère gazeuse d'un globe prend toujours une figure d'équilibre stable par l'attraction de ce globe et d'autant de globes extérieurs que l'on voudra (bien entendu en supposant constante la *température* et en faisant abstraction des mouvements de cette atmosphère qui résultent de la rotation du globe auquel elle appartient et des révolutions des globes extérieurs).

En résumé, les masses *fluides proprement dites* soumises à l'attraction d'un système matériel ne peuvent prendre de mouvement continu de rotation autour d'un de leurs points.

5. Cette conclusion ne serait plus légitime si le principe de l'égale transmission des pressions cessait d'être vrai.

C'est ce qui arriverait si les éléments de la masse déformable n'étaient plus libres de se mouvoir avec une égale liberté dans toutes les directions, si, par exemple, ces éléments étaient assujettis à se mouvoir suivant certaines trajectoires déterminées, dont les positions relatives seraient invariables.

Il peut se faire dans ce cas que l'équilibre de la masse déformable ne soit plus possible. C'est ce que fera voir d'une manière générale l'exemple suivant.

Fig. 1.

Soit (fig. 1) M′ une masse déformable, dont les molécules sont assujetties à se mouvoir sur les rayons émanant d'un centre O′, et sollicitées suivant ces rayons par des forces, $\varphi(\rho')$, fonctions de leurs distances $\rho'$ à O′, — et supposons le système matériel ainsi constitué soumis à l'attraction d'un système rigide de forme quelconque M.

L'attraction exercée par M sur chacune des molécules de M′ étant décomposée suivant le rayon sur lequel se meut cette molécule et dans le plan normal à ce rayon, l'équilibre de M′ exige :

1° Que les composantes suivant les rayons fassent équilibre aux forces $\varphi(\rho')$ qui sollicitent les molécules de M′ suivant ces rayons;

2° Que les moments de rotation de M′ autour de trois axes rectangulaires soient nuls.

Mais la première condition détermine complétement la forme de M′ puisque la grandeur du rayon vecteur de la surface de M′ suivant une direction donnée à partir de O′ est donné par l'équation d'équilibre qui résulte de la condition 1°. La forme de M′ dépend donc essentiellement de la fonction $\varphi(\rho')$ et variera avec cette fonction.

Or on sait que les moments de rotation de M′ sous l'attraction de M dépendent de la forme de cette première masse. A moins donc que la fonction $\varphi(\rho')$ ne soit telle qu'elle annule séparément les trois moments de rotation de la condition 2°, l'équilibre est impossible. En général, cet équilibre n'a donc pas lieu.

Ainsi la masse M′ tournera en chaque instant autour d'un axe. Si on la supposait instantanément solidifiée et conservant la forme qu'elle prend par l'action de $\varphi(\rho')$ et des composantes attractives radiales, cette masse arriverait à une position d'équilibre stable avec une vitesse maximum, puis oscillerait autour de cette position. Mais il n'en est pas ainsi. En supposant que M conserve toujours la même position par rapport à O′, la forme de M′ doit rester la même. Il y a donc rotation de M′ et sa forme reste la même, ceci bien entendu en faisant abstraction de l'influence de la rotation pour modifier cette forme. Dans ce cas idéal, le moment de rotation agit d'une façon constante, la vitesse angulaire de M′ a une accélération constante et, par conséquent, quelque faible que soit ce moment, il peut donner lieu au bout d'un temps suffisamment long à une vitesse angulaire très-considérable et au bout d'un temps infini à une vitesse infinie. La rotation se fera de telle sorte que les axes de maximum d'attraction de M′, axes qui dépendent de sa forme, *tendent* à se placer dans les positions pour lesquelles la rotation serait nulle.

6. *Détermination de l'axe et du moment de rotation quand le système attirant est très-éloigné.* — La proposition générale qui précède concernant

l'établissement d'un mouvement continu de rotation est fondamentale, et trop importante pour que je ne cherche pas à la mettre en lumière par l'analyse. Tel est le but de ce paragraphe et des suivants qui renferment des cas très-généraux.

Soit M′ (fig. 2) un système matériel composé d'une masse sphérique centrale $\mu$ à centre fixe O′ et de masses extérieures $dm'$ assujetties à se mouvoir suivant les rayons émanant de O′.

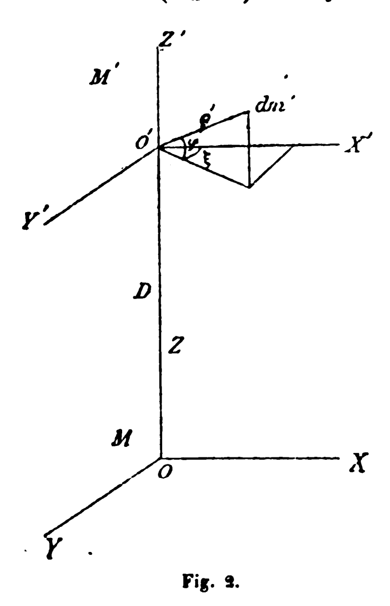


Fig. 2.

Soient $\rho'$ la distance de l'une des molécules $dm'$ à O′ et $\varphi(\rho)'dm'$ la résultante suivant le rayon $\rho'$ de la force attractive de $\mu$ sur $dm'$ et d'une force répulsive agissant aussi suivant ce rayon.

Dans l'état d'équilibre de ces forces $\rho' = \rho_1$ et l'on a $\varphi(\rho_1) = 0$.

$\varphi(\rho')$ est positive, c'est-à-dire agit pour éloigner $dm'$ de O′, quand $\rho' < \rho_1$; $\varphi(\rho')$ est négative, au contraire, quand $\rho' > \rho_1$ soient actuellement M une masse rigide, O son centre d'inertie, D la distance de ce centre au centre fixe O′.

Prenons pour axe des $z$ la droite OO′ et par O et O′ menons dans deux plans perpendiculaires entre eux et passant par OO′, les axes O$x$, O′$x'$; O$y$, O′$y'$; parallèles deux à deux et perpendiculaires à OO′.

Les coordonnées d'un point par rapport aux axes O$x$, O$y$, O$z$ sont $x$, $y$, $z$; les coordonnées par rapport à O′$x'$, O′$y'$, O′$z'$ sont $x'$, $y'$, $z'$ et l'on a

$$x = x'$$
$$y = y'$$
$$z = z' + D.$$

Soient $\Delta X$, $\Delta Y$, $\Delta Z$ les composantes parallèles aux axes, de l'action accélératrice de M sur la molécule $dm'$.

Pour arriver à l'état d'équilibre, chaque molécule avancera ou reculera sur son rayon à partir de sa position initiale pour laquelle $\rho' = \rho_1$ jusqu'à ce

que la résultante de $\varphi(\rho')$ et de la projection de l'attraction $\sqrt{\Delta X^2+\Delta Y^2+\Delta Z^2}$ sur ce rayon, soit nulle.

En appelant $\varphi$ l'angle de $\rho'$ avec le plan $x'O'y'$ et $\xi$ l'angle de sa projection sur ce plan avec l'axe $O'\,x'$, on aura une première équation d'équilibre

$$(1) \quad \Delta X \cos\varphi \cos\xi + \Delta Y \cos\varphi \sin\xi + \Delta Z \sin\varphi + \varphi(\rho') = 0.$$

Une semblable équation a lieu quels que soient la molécule et le rayon considérés. S'il s'agit de toutes les molécules qui dans l'état d'équilibre existant avant l'action de M étaient à la même distance de l'origine O', par exemple celles de la surface sphérique de rayon $\rho_1$ que M déforme, la relation (1) sera l'équation de la nouvelle surface de M'.

L'équilibre de rotation exige que les moments L, K, N qui sollicitent M' à tourner autour de trois axes rectangulaires $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$ soient nuls séparément, c'est-à-dire que :

$$(2) \quad L = \int \Delta Z . y'dm' - \Delta Y z'dm' = 0,$$
$$(3) \quad K = \int \Delta X . z'dm' - \Delta Z x'dm' = 0,$$
$$(4) \quad N = \int \Delta Y . x'dm' - \Delta X y'dm' = 0,$$

les intégrales s'étendant à toute la masse M' limitée par la surface (1).

Supposons M assez éloigné pour qu'on puisse négliger la puissance $-5$ de la distance D; nous savons que dans ce cas, l'on a

$$\Delta X = \frac{-Mx'}{D^3} + 3\,\frac{Mz'x' + \int zx\,dm}{D^4},$$
$$\Delta Y = \frac{-My'}{D^3} + 3\,\frac{Mz'y' + \int zy\,dm}{D^4},$$
$$\Delta Z = -\frac{M}{D^2} + \frac{2Mz'}{D^3} - \frac{1}{D^4}\left\{3\left(\int \rho^2 dm - \frac{3}{2}\mu\right) + 3M\rho'^2 - \frac{9}{2}(x'^2 + y'^2)M\right\}.$$

Les intégrales $\int zxdm$, $\int zydm$, $\int \rho^2 dm$ se rapportent à M et à l'origine O; $\mu$ est le moment d'inertie de M autour de OO'.

En posant

$$\int zx\,dm = a,\quad \int zy\,dm = b,\quad \int \rho^2 dm - \tfrac{3}{2}\mu = n,$$



ces valeurs deviennent

$$\Delta X = \frac{-Mx'}{D^3} + \frac{3Mz'x' + 3a}{D^4},$$

$$\Delta Y = \frac{-My'}{D^3} + \frac{3Mz'y' + 3b}{D^4},$$

$$\Delta Z = -\frac{M}{D^2} + \frac{2Mz'}{D^3} - \frac{1}{D^4}\left\{3n + 3M\rho'^2 - \tfrac{9}{2}(x'^2 + y'^2)M\right\}.$$

Remplaçons maintenant $\Delta X$, $\Delta Y$ et $\Delta Z$ par ces valeurs dans (1) (2) (3) et (4).

En remarquant que

$$x' = \rho' \cos\varphi \cos\xi,$$
$$y' = \rho' \cos\varphi \sin\xi,$$
$$z' = \rho' \sin\varphi,$$

l'équation (1) devient :

$$\left.\begin{array}{l}
-\dfrac{M\rho' \cos^2\varphi \cos^2\xi}{D^3} + \dfrac{3}{D^4}(M\rho'^2 \sin\varphi \cos^2\varphi \cos^2\xi + a \cos\varphi \cos\xi) \\
-\dfrac{M\rho' \cos^2\varphi \sin^2\xi}{D^3} + \dfrac{3}{D^4}(M\rho'^2 \sin\varphi \cos^2\varphi \sin^2\xi + b \cos\varphi \sin\xi) \\
-\dfrac{M \sin\varphi}{D^2} + \dfrac{2M\rho' \sin^2\varphi}{D^3} - \dfrac{3n \sin\varphi + 3M\rho'^2 \sin\varphi - \frac{9}{2} M\rho'^2 \cos^2\varphi \sin\varphi}{D^4} + \varphi(\rho')
\end{array}\right\} = 0$$

et, après réduction,

$$(5)\ \ldots\left\{\begin{array}{l}
\tfrac{3}{2} M \sin\varphi (3 - 5 \sin^2\varphi)\rho'^2 - MD(1 - 3\sin^2\varphi)\rho' + 3\cos\varphi(a\cos\xi + b\sin\xi) \\
-(MD^2 + 3n)\sin\varphi + \varphi(\rho')D^4 = 0.
\end{array}\right.$$

Les équations (2) (3) et (4) deviennent en conservant les coordonnées $x'$, $y'$, $z'$ :

$$\left\{\begin{array}{l}
(6)\ L = -\dfrac{M\int y'dm'}{D^2} + \dfrac{3M\int z'y'dm'}{D^3} \\
\qquad - \dfrac{3n\int y'dm' + 3M\int \rho'^2 y'dm' - \frac{9}{2} M\int (x'^2 + y'^2)\, y'dm' + 3M\int z'^2 y'dm' + 3\int z'dm'.b}{D^4} \\
(7)\ K = +\dfrac{M\int x'dm'}{D^2} - \dfrac{3M\int z'x'dm'}{D^3} \\
\qquad + \dfrac{3n\int x'dm' + 3M\int \rho'^2 x'dm' - \frac{9}{2} M\int (x'^2 + y'^2)\, x'dm' + 3M\int z'^2 x'dm' + 3\int z'dm'.a}{D^4} \\
(8)\ N = 3\dfrac{b\int x'dm' - a\int y'dm'}{D^4}.
\end{array}\right.$$

Chacune des intégrales définies contenues dans L, K, N doit être étendue à toute la masse contenue dans la surface (5), masse totale toujours égale à M'.

Nous allons démontrer que, *quelle que soit la fonction* $\varphi(\rho')$, pourvu qu'elle satisfasse aux conditions générales énoncées au commencement de ce paragraphe, la rotation n'est pas nulle; nous déterminerons aussi la position de l'axe de rotation, et le sens de la rotation dans un cas donné.

Pour arriver à ces résultats importants, examinons l'équation (5). Cette équation est celle d'une surface dont chaque point a pour coordonnées polaires $\rho'$, $\varphi$ et $\xi$.

On remarque que les coefficients de $\rho'^2$, $\rho'$ et $\varphi(\rho')$ ne renferment pas l'angle $\xi$. Ces termes conservent donc les mêmes valeurs pour $\xi$ et $\xi + \pi$.

Le terme indépendant de $\rho'$ contient, au contraire, $\cos\xi$ et $\sin\xi$ non multipliés l'un par l'autre. Ce terme varie donc quand $\xi$ prend les valeurs $\xi + \pi$ ou $-\xi$.

En posant
$$\xi = \xi_1 + \gamma$$
et
$$\operatorname{tg} \xi_1 = -\frac{a}{b}$$
on obtient :

$$3 \cos\varphi\,(a\cos\xi + b\sin\xi) = 3\cos\varphi\,[a\cos(\xi_1+\gamma) + b\sin(\xi_1+\gamma)] = 3\cos\varphi\,\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2}$$

en remarquant que $\cos\xi_1 = \dfrac{\pm b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\xi_1 = \dfrac{\mp a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

et l'équation (5) prend la forme

$$(9) \ldots \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2} M \sin\varphi\,(3 - 5\sin^2\varphi)\,\rho'^2 - MD\,(1 - 3\sin^2\varphi)\,\rho' + 3\cos\varphi\,\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2} \\ -\,(MD^2 + 3n)\sin\varphi + \varphi(\rho')\,D^4 = 0. \end{array} \right.$$

La section de la surface par le plan $\xi = \xi_1$ est donc une courbe symétrique par rapport à l'axe $OO'z'$; car en donnant à $\gamma$ les valeurs zéro et $\pi$, tous les termes restent identiques à eux-mêmes pour une même valeur quelconque de $\varphi$ et quelle que soit la fonction $\varphi(\rho')$. Les valeurs de $\rho'$ restent donc aussi identiques.

La fonction $\varphi(\rho')$, nulle pour $\rho' = \rho_1$, est positive quand $\rho' < \rho_1$, négative pour $\rho' > \rho_1$. Elle est d'autant plus grande en valeur absolue que $\rho'$ diffère plus de $\rho_1$.

Quand $\varphi(\rho')$ est positif ou négatif, la somme $\sigma$ des autres termes du pre-

mier membre de (9) est négative ou positive. Cette somme est proportionnelle à la résultante de l'attraction du système extérieur M, suivant le rayon $\rho'$.

1° $\alpha$) Prenons d'abord le cas où elle est positive, c'est-à-dire où $\varphi(\rho')$ est négatif, et supposons $\sqrt{a^2+b^2}$ positif; $\cos\varphi$ est toujours $> 0$.

En changeant $\gamma$ en $\gamma+\pi$ ou en $-\gamma$, $3\cos\varphi\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2}$ devient $-3\cos\varphi\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2}$ et, pour les mêmes valeurs de $\rho'$ et de $\varphi$, $\sigma$ diminue en valeur absolue, si elle reste encore positive. Comme $\varphi(\rho')$ n'a pas changé, cette fonction devient donc $>\sigma$ et comme $\varphi(\rho')$ était négatif, la longueur $\rho'$ diminue.

Si $\sigma$ devient négative pour la même valeur de $\rho'$, on conclura *a fortiori* que $\rho'$ diminue et devient moindre que $\rho'$.

$\beta$) Si $\sigma$ était négative pour la valeur $\gamma$, $\varphi(\rho')$ serait positif. Dans ce cas $\sigma$ reste négative pour $\gamma+\pi$ et $-\gamma$, sa valeur absolue augmente et comme celle de $\varphi(\rho')$ ne change pas pour la même valeur de $\rho'$, $\rho'$ diminue.

Concluons de là que, $\varphi$ restant constant, $\rho'$ est plus grand pour $\gamma$ ou $\pi-\gamma$ que pour $\gamma+\pi$ ou $-\gamma$ lorsque $\sqrt{a^2+b^2}>0$.

Si $\sqrt{a^2+b^2}<0$ on trouve semblablement que $\rho'$ est plus petit pour $\gamma$ ou $\pi-\gamma$ que pour $\gamma+\pi$ ou $-\gamma$.

Dans les deux cas les valeurs de $\rho'$ répondant à $\gamma+\pi$ et $-\gamma$ sont égales; il en est de même des valeurs répondant à $\gamma$ et $\pi-\gamma$.

2° Changeons maintenant $\varphi$ en $-\varphi$, $\rho'$ et $\gamma$ restant les mêmes. On a

$$\sigma = \tfrac{3}{2}\,\mathrm{M}\sin\varphi\,(3-5\sin^2\varphi)\rho'^2 - \mathrm{MD}(1-3\sin^2\varphi)\,\rho' + 3\cos\varphi\sin\gamma\sqrt{a^2+b^2} - (\mathrm{MD}^2+3n)\sin\varphi.$$

Dans cette valeur, le premier et le dernier terme seuls changent quand $\varphi$ devient $-\varphi$, et leur somme peut s'écrire

$$\begin{aligned}&\tfrac{9}{2}\,\mathrm{M}\sin\varphi\,\rho'^2 - \tfrac{15}{2}\,\mathrm{M}\sin^3\varphi\,\rho'^2 - \mathrm{MD}^2\sin\varphi - 3n\sin\varphi\\ &= -\mathrm{M}\sin\varphi\,(\mathrm{D}^2-\tfrac{9}{2}\rho'^2) - \tfrac{15}{2}\,\mathrm{M}\sin^3\varphi.\rho'^2 - 3n\sin\varphi.\end{aligned}$$

Comme $\mathrm{D} > \frac{3\rho'}{\sqrt{2}}$, vu les conditions de la question, et que $n$ est supposé positif, cette somme est négative quand $\varphi$ est positif.

Elle devient positive quand $\varphi$ se change en $-\varphi$ et par conséquent $\sigma$ augmente *algébriquement* pour les mêmes valeurs de $\rho'$ et de $\gamma$; c'est-à-dire que si $\sigma$ est positive, elle reste positive et augmente; si elle est négative, elle le reste en prenant une valeur absolue moindre, ou devient positive.



Dans tous les cas donc, comme $\varphi(\rho')$ n'a pas changé, la somme $\varphi(\rho')D^4 + \sigma$ augmente algébriquement et par conséquent, quelle que soit $\varphi(\rho')$, $\rho'$ est plus grand pour $-\varphi$ que pour $+\varphi$.

Ce résultat provient de ce que le centre d'inertie O de M est placé sur l'axe des $z'$ négatifs.

3° Ces points établis, soit (fig. 3) O' la projection de l'axe OO'z' sur le plan $x'O'y'$; le plan MO'N faisant avec $x'O'$ l'angle $\xi_1$ dont la tangente est $-\frac{a}{b}$ contient la section de la surface, symétrique par rapport à $O'z'$.

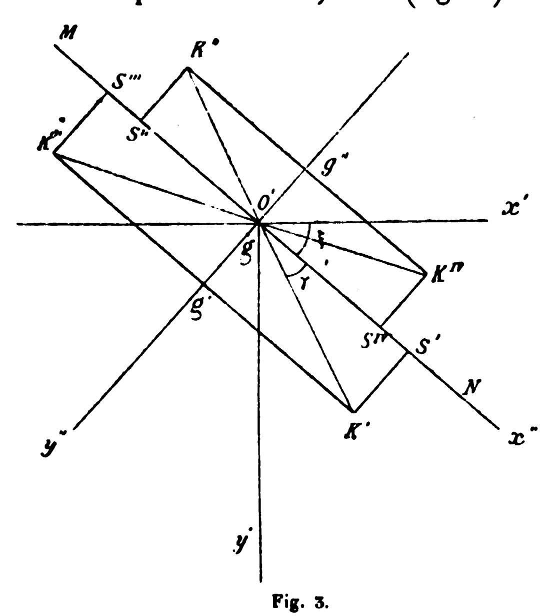


Fig. 3.

Supposons $\sqrt{a^2 + b^2} > 0$.

On déduit de la remarque 1° qu'un point K' de la surface de M' ayant pour coordonnées $\xi_1 + \gamma$ et $\varphi$ a un rayon vecteur $\rho'$, projeté en O'K' sur $x'O'y'$, plus grand que le rayon vecteur $\rho''$ du point K'' dont les coordonnées sont $\xi_1 + \gamma + \pi$ et $\varphi$.

Le rayon vecteur $\rho'''$ de K''' $(\xi_1 + \pi - \gamma, \varphi)$ égale le rayon $\rho'$; le rayon $\rho^{\text{iv}}$ de $K^{\text{iv}}$ $(\xi_1 + 2\pi - \gamma, \varphi)$ égale $\rho''$.

Il en résulte que les perpendiculaires égales K'S', K'''S''', abaissées de K' et K''' sur le plan MO'N, sont plus grandes que les perpendiculaires égales K''S'', $K^{\text{iv}}S^{\text{iv}}$ abaissées de K'' et $K^{\text{iv}}$ sur le même plan.

Ainsi, à tout point K' de la masse M' répond un point $K^{\text{iv}}$ tel que la distance $K^{\text{iv}}S^{\text{iv}}$ au plan MO'N est moindre que K'S'. (Si $\sqrt{a^2 + b^2}$ était négatif, $K^{\text{iv}}S^{\text{iv}}$ serait $>$ K'S'.)

La somme algébrique de toutes les perpendiculaires abaissées de tous les points de M' sur le plan MO' N n'est donc pas nulle.

Si nous considérons les quatre molécules de M' primitivement situées sur la surface sphérique de rayon $\rho'$, que la déformation de la masse a transportées en K', K'', K''' et $K^{\text{iv}}$, le centre d'inertie du système de ces quatre molécules égales se trouve donc projeté sur $x'O'y'$ en $g$ au milieu de la

distance $g'O'g''$ prise sur la perpendiculaire à MO'N. Il n'est donc pas contenu dans ce plan. En étendant ceci à toute la masse M', on conclut également que le centre d'inertie de cette masse n'est pas contenu dans le plan MO'N, mais dans un plan normal à celui-là mené par l'axe OO'Z', et que par suite les intégrales $\int y'dm'$, $\int x'dm'$ ne sont pas nulles.

De la remarque 2° on déduirait également que $\int z'dm'$ est différent de zéro et que le centre d'inertie de M' a une ordonnée $z_1$ négative, puisque, pour la même valeur de $\gamma$, $\rho'$ est plus grand pour $-\varphi$ que pour $+\varphi$.

Ceci posé, prenons pour axes coordonnés l'axe primitif $O'z'$ et les traces $O'x''$, $O'y''$ sur $O'x'y'$ du plan MO'N et du plan perpendiculaire qui lui est mené par $O'z'$.

Les moments de rotation L, K, N donnés plus haut s'obtiendront en remplaçant $x$ et $y$, $x'$ et $y'$ par $x''$ et $y''$; $a$ et $b$ par les valeurs $a''$, $b''$ qui conviennent aux nouveaux axes.

Les formules de transformation sont

$$x'' = x\cos\xi_1 + y\sin\xi_1$$
$$y'' = y\cos\xi_1 - x\sin\xi_1.$$

On en déduit

$$a'' = \int x''z\,dm = \cos\xi_1\int xzdm + \sin\xi_1\int yzdm = a\cos\xi_1 + b\sin\xi_1$$
$$b'' = \int y''z\,dm = \cos\xi_1\int yzdm - \sin\xi_1\int xzdm = b\cos\xi_1 - a\sin\xi_1.$$

Donc, à cause des valeurs de $\cos\xi_1$ et $\sin\xi_1$,

$$(10) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} a'' = \dfrac{\pm ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \mp \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0 \\[2ex] b'' = \dfrac{\pm b^2 \pm a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{a^2+b^2}. \end{cases}$$

On a aussi par raison de symétrie et grâce au choix des axes :

$$(11) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \left|\begin{array}{l} \int x''dm' = 0 \\ \int z'x''dm' = 0 \\ \int \rho'^2 x''dm' = 0 \\ \int x''^3 dm' = 0 \\ \int y''^2 x''dm' = 0 \\ \int z'^2 x''dm = 0 \end{array}\right.$$

Transportant les conditions (10) et (11) dans les valeurs (6) (7) et (8) des moments de rotation, on obtient pour les valeurs $L''$, $K''$ et $N$ par rapport aux nouveaux axes :

$$\left\{\begin{aligned} &(12) \quad \ldots \quad L'' = \frac{-M\int y''dm'}{D^2} + \frac{3M\int z'y''dm'}{D^3} \\ &\qquad - \frac{3n\int y''dm' + 3M\int \rho'^2 y''dm' - \frac{3}{2} M\int (x''^2 + y''^2)\, y''dm'}{D^4} \\ &\qquad - \frac{3M\int z'^2 y''dm' + 3b''\int z'dm'}{D^4} \\ &(13) \quad \ldots \quad K'' = 0 \\ &(14) \quad \ldots \quad N = 0. \end{aligned}\right.$$

Ainsi les moments $K''$ et $N$ autour des axes $O'y''$ et $O'z'$ sont nuls. Le moment $L''$ ne l'est pas; c'est donc l'axe $O'x''$ qui est l'axe de rotation de la masse déformée $M'$ et cet axe de rotation est l'un des trois axes d'inertie principaux relatifs au point fixe $O'$, puisque

$$\left\{\begin{aligned} &\int z'x''dm' = 0 \\ &\int y''x''dm' = 0. \end{aligned}\right.$$

La position de cet axe est d'ailleurs parfaitement déterminée par la relation

$$\operatorname{tg} \xi_1 = -\frac{a}{b}.$$

Cette relation montre que si l'un des plans d'inertie principaux de $M$ passe par le centre $O'$, l'axe de rotation de $M'$ est perpendiculaire à ce plan et par conséquent parallèle à l'un des axes d'inertie principaux de $M$.

Quant au signe du moment de rotation, à mesure que $D$ devient plus grand, c'est le signe du terme en $\frac{1}{D^2}$ qui devient prépondérant (*). Or $\int y''dm'$ est positive si $b''$ l'est, nulle avec $b''$ et négative si $b''$ est négative.

Ainsi, eu égard au terme prépondérant $-\frac{\int y''dm'}{D^2}$, et pour de très-grandes

(*) Il faut remarquer que les intégrales qui forment les numérateurs des termes de $L''$ varient elles-mêmes quand $D$ augmente ou diminue; mais ces variations ne sont pas comparables à celle de $D$, puisque ces intégrales, quand $D$ augmente de sa valeur actuelle jusqu'à l'infini, ne diminuent que depuis leurs valeurs actuelles jusqu'à zéro et que leurs rapports tendent vers des nombres finis, quand $D$ tend vers l'infini.



valeurs de D, $L''$ est négatif, nul ou positif suivant que $b''$ est positif, nul ou négatif.

Il importe de remarquer à cet égard que si $b''=0$, tous les termes de $L''$ sont nuls. En se reportant à l'équation (9) on voit en effet qu'alors l'axe $Oz'$ devient axe de symétrie de M', ce qui entraîne la nullité de toutes les intégrales contenues dans $L''$.

Dans le cas où l'un des axes d'inertie principaux de M passe par le point fixe O', l'équilibre est donc possible, quel que soit $\varphi(\rho')$, sinon il est impossible. Ainsi, quelle que soit la fonction $\varphi(\rho')$ :

1° La rotation de la masse déformable se fait autour de l'un des trois axes d'inertie principaux de cette masse passant par le point fixe O'. Cet axe de rotation est perpendiculaire à l'un des plans d'inertie principaux de M si O' est contenu dans ce plan.

2° La rotation est nulle et les équations d'équilibre satisfaites quand l'un des axes d'inertie principaux de M passe par le point fixe.

3° Pour de faibles angles de l'axe d'attraction maximum de M avec la ligne OO', la rotation de M' s'effectue autour de son axe dans le sens même du déplacement de l'axe d'attraction de M autour d'un axe parallèle; c'est-à-dire (fig. 4) que si M a son axe d'attraction maximum en OA, la rotation de M' se fait dans le sens de la flèche *f*.

Fig. 4.

7. *Cas de la masse M' libre dans l'espace.* — Si la masse M' était libre dans l'espace, il faudrait, on le sait, pour déterminer sa forme, retrancher de chacune des composantes $\Delta X$, $\Delta Y$, $\Delta Z$ agissant sur chacun de ses points, les composantes $\Delta X_0$, $\Delta Y_0$, $\Delta Z_0$ qui agissent au centre O' des rayons $\rho'$. De cette manière, en effet, le centre O' est réduit au repos, et l'on obtient pour chaque point de M' la force accélératrice qui détermine son mouvement relatif par rapport à O'. Or, en conservant l'approximation du § 6, on trouve que dans ce cas la forme de M' est symétrique par rapport à la ligne OO' (fig. 2) et que les moments de rotation sont nuls. Il devient donc nécessaire de considérer dans les valeurs de $\Delta X$, $\Delta Y$, $\Delta Z$, les termes en $\frac{1}{D^5}$.

En partant des valeurs générales de ces composantes données par la dif-

férentiation du potentiel (p. 6 de l'*Influence de la forme sur l'attraction*) (*), on trouve, en conservant les notations du § 6 et posant en outre $\int xydm = c$,

$$(1)\quad \Delta X = -\frac{Mx'}{D^3} + \frac{3Mx'z' + 3a}{D^4} + \frac{-\frac{15}{2}Mz'^2x' + \frac{3}{2}M\rho'^2x' + 3x'\int x^2dm + 3y'.c - \frac{3}{2}\int \rho^2 xdm - 12z'a}{D^5}$$
$$+ \frac{\left(\frac{3}{2}\int \rho^2 dm - \frac{15}{2}\int z^2 dm\right)x' + \frac{15}{2}\int z^2 xdm}{D^5},$$

$$(2)\quad \Delta Y = -\frac{My'}{D^3} + \frac{3My'z' + 3b}{D^4} + \frac{-\frac{15}{2}Mz'^2y' + \frac{3}{2}M\rho'^2y' + 3y'\int y^2dm + 3x'.c - \frac{3}{2}\int \rho^2 ydm - 12z'b}{D^5}$$
$$+ \frac{\left(\frac{3}{2}\int \rho^2 dm - \frac{15}{2}\int z^2 dm\right)y' + \frac{15}{2}\int z^2 ydm}{D^5},$$

$$(3)\quad \Delta Z = -\frac{M}{D^2} + \frac{2Mz'}{D^3} + \frac{-\frac{9}{2}Mz'^2 + \frac{3}{2}M\rho'^2 - \frac{9}{2}\int z^2dm + \frac{3}{2}\int \rho^2 dm}{D^4}$$
$$+ \frac{-6M\rho'^2z' + 10Mz'^3 - 12x'a - 12y'b + 18z'\int z^2dm - 6z'\int \rho^2 dm}{D^5}$$
$$+ \frac{-\frac{3}{2}\int \rho^2 zdm - 10\int z^3dm + \frac{15}{2}\int \rho^2 zdm}{D^5}.$$

En faisant $x' = y' = z' = 0$ dans ces valeurs, on aura les composantes $\Delta X_0$, $\Delta Y_0$, $\Delta X_0$ agissant en O′ et, par conséquent, les valeurs à considérer pour la détermination de la forme de M′ sont

$$(4)\quad \Delta X' = \Delta X - \Delta X_0 = -\frac{Mx'}{D^3} + \frac{3Mx'z'}{D^4} + \frac{-\frac{15}{2}Mz'^2x' + \frac{3}{2}M\rho'^2x' + 3x'\int x^2dm + 3y'.c - 12z'a}{D^5}$$
$$+ \frac{\left(\frac{3}{2}\int \rho^2 dm - \frac{15}{2}\int z^2dm\right)x'}{D^5},$$

$$(5)\quad \Delta Y' = \Delta Y - \Delta Y_0 = -\frac{My'}{D^3} + \frac{3My'z'}{D^4} + \frac{-\frac{15}{2}Mz'^2y' + \frac{3}{2}M\rho'^2y' + 3y'\int y^2dm + 3x'.c - 12z'b}{D^5}$$
$$+ \frac{\left(\frac{3}{2}\int \rho^2 dm - \frac{15}{2}\int z^2dm\right)y'}{D^5},$$

$$(6)\quad \Delta Z' = \Delta Z - \Delta Z_0 = \frac{2Mz'}{D^3} + \frac{-\frac{9}{2}Mz'^2 + \frac{3}{2}M\rho'^2}{D^4}$$
$$+ \frac{-6M\rho'^2z' + 10Mz'^3 - 12ax' - 12by' + 18z'\int z^2dm - 6z'\int \rho^2dm}{D^5}.$$

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, juillet 1877.

L'équation de la surface de M' est comme précédemment

$$\Delta X'.\cos\varphi\cos\xi+\Delta Y'\cos\varphi\sin\xi+\Delta Z'\sin\varphi+\varphi(\rho')=0.$$

Elle devient en y remplaçant $x', y', z'$ par leurs valeurs $\rho'\cos\varphi\cos\xi$, $\rho'\cos\varphi\sin\xi$, $\rho'\sin\varphi$ :

$$(7)\quad \left\{\begin{array}{l|l|l|l}
-\frac{15}{2}M\sin^2\varphi\cos^2\varphi & \rho'^3+3MD\cos^2\varphi\sin\varphi & \rho'^2-MD^2\cos^2\varphi & \rho'+\varphi(\rho')D^5=0. \\
+\frac{3}{2}M\cos^2\varphi & \quad+\frac{3}{2}MD\sin\varphi & \quad+2MD^2\sin^2\varphi & \\
-6M\sin^2\varphi & \quad-\frac{9}{2}MD\sin^3\varphi & \quad+3\cos^2\varphi\cos^2\xi\int x^2dm & \\
+10M\sin^4\varphi & & \quad+3\cos^2\varphi\sin^2\xi\int y^2dm & \\
& & \quad+18\sin^2\varphi\int z^2dm & \\
& & \quad-6\sin^2\varphi\int\rho^2dm & \\
& & \quad+6c\sin\xi\cos\xi\cos^2\varphi & \\
& & \quad-24a\sin\varphi\cos\varphi\cos\xi & \\
& & \quad-24b\sin\varphi\cos\varphi\sin\xi & \\
& & \quad+\left(\frac{3}{2}\int\rho^2dm-\frac{15}{2}\int z^2dm\right)\cos^2\varphi &
\end{array}\right.$$

Quant aux moments de rotation autour des axes coordonnés $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$, ils sont respectivement :

$$(8)\quad L=\frac{3M\int z'y'dm}{D^3}+\frac{\frac{3}{2}M\int\rho'^2y'dm'-\frac{15}{2}M\int y'z'^2dm'}{D^4}$$
$$+\frac{\frac{35}{2}M\int z'^3y'dm'-\frac{15}{2}M\int\rho'^2y'z'-12a\int x'y'dm'-12b\int y'^2dm'-3c\int x'z'dm'+12b\int z'^2dm'}{D^5}$$
$$+\frac{\left(-\frac{15}{2}\int\rho^2dm+\frac{51}{2}\int z^2dm-3\int y^2dm\right)\int z'y'dm'}{D^5},$$

$$(9)\quad K=-\frac{3M\int z'x'dm'}{D^3}-\frac{\frac{3}{2}M\int\rho'^2x'dm'-\frac{15}{2}M\int z'^2x'dm'}{D^4}$$
$$-\frac{\frac{35}{2}M\int z'^3x'dm'-\frac{15}{2}M\int\rho'^2x'z'-12a\int x'^2dm'-12b\int x'y'dm'-3c\int y'z'dm'+12a\int z'^2dm'}{D^5}$$
$$+\frac{\left(-\frac{15}{2}\int\rho^2dm+\frac{51}{2}\int z^2dm-3\int y^2dm\right)\int z'x'dm'}{D^5},$$

$$(10)\quad N=\frac{3\left(\int y^2dm-\int x^2dm\right)\int x'y'dm-12b\int z'x'dm'+12a\int z'y'dm'}{D^5}$$
$$+\frac{3c\left(\int x'^2dm'-\int y'^2dm'\right)}{D^5}.$$

Supposons maintenant que l'un des axes d'inertie principaux de M coïncide avec l'axe $Ox$. Nous aurons

$$a=\int xzdm=0,$$
$$c=\int xydm=0,$$

et l'équation (7) deviendra

$$(11)\quad \left\{ \begin{array}{l|l|l|l} -\frac{15}{2} M \sin^2\varphi \cos^2\varphi & \rho'^3 + 3MD \cos^2\varphi \sin\varphi & \rho'^2 - MD^2 \cos^2\varphi & \rho' + \varphi(\rho')\,D^5 = 0. \\ +\ \frac{3}{2} M \cos^2\varphi & \quad + \frac{3}{2} MD \sin\varphi & \quad + 2MD^2 \sin^2\varphi & \\ -\ 6 M \sin^2\varphi & \quad - \frac{9}{2} MD \sin^3\varphi & \quad + 3 \cos^2\varphi \cos^2\xi \int x^2 dm & \\ +\ 10 M \sin^4\varphi & & \quad + 3 \cos^2\varphi \sin^2\xi \int y^2 dm & \\ & & \quad + 18 \sin^2\varphi \int z^2 dm & \\ & & \quad - 6 \sin^2\varphi \int \rho^2 dm & \\ & & \quad - 24 \cos\varphi \sin\varphi \sin\xi \,.\, b & \\ & & \quad + \left(\frac{3}{2}\int \rho^2 dm - \frac{15}{2}\int z^2 dm\right) \cos^2\varphi & \end{array} \right.$$

Pour $\xi$ et $\pi - \xi$, les valeurs de $\rho'$ sont les mêmes, $\varphi$ restant constant. Le plan $y'O'z'$ est donc un plan de symétrie de la surface.

Lorsque $\varphi$ est positif, $-24 \sin\varphi \cos\varphi \sin\xi\, b$ est négatif ($b$ et $\sin\xi$ étant supposés positifs). En changeant $\xi$ en $-\xi$, ce terme devient positif. La valeur algébrique de la somme des trois premiers termes de (11) augmente donc et, par conséquent, comme il a été démontré au § 6, $\rho'$ augmente.

Si $\varphi$ est négatif, au contraire, en changeant $\xi$ en $-\xi$, $\rho'$ diminue.

On déduit de ces remarques : d'abord qu'à une même valeur de $y'$ ou de $z'$ répondent deux valeurs de $x'$ égales et de signes contraires, d'où il résulte que les intégrales $\int z'x'dm'$, $\int x'y'dm'$ sont nulles. L'axe $O'x'$ est donc l'un des trois axes d'inertie principaux de la masse déformée $M'$, relatif au point $O'$.

Les conditions réunies

$$c = 0,$$
$$a = 0,$$
$$\int x'z'dm' = 0,$$
$$\int x'y'dm' = 0,$$

donnent

$$N = 0.$$

Les conditions précédentes jointes aux relations également vraies

$$\int \rho'^2 x'z' = 0, \quad \int z'^3 x'dm' = 0, \quad \int z'^2 x'dm' = 0, \quad \int \rho'^2 x'dm' = 0$$

donnent $K = 0$.

C'est donc l'axe $O'x'$ qui est l'axe de rotation résultant. La rotation de $M'$ s'effectue autour de l'un de ses trois axes principaux.

Quant au signe de L, ce qu'il est surtout important de connaître, c'est le

signe du terme d'ordre supérieur en $\frac{1}{D^3}$. Or il suit des remarques que nous avons faites plus haut sur les valeurs de $\rho'$, qu'à tout produit négatif $y'z'$ répond, quand $b$ est positif, un produit positif $y'z'$ moindre en valeur absolue. L'intégrale $\int z'y'dm'$ étendue à toute la masse M' est donc toujours négative quand $b$ est positif; elle est positive quand $b$ est négatif et passe par zéro, ainsi que tous les termes qui composent le moment de rotation, quand $b$ est nul, la masse étant alors symétrique par rapport à l'axe des $z'$.

Les mêmes conséquences sont donc communes au cas où la masse M' a un point fixe et à celui où elle est libre dans l'espace. Dans le premier cas, le terme en $\frac{1}{D^2}$ de L était toujours de signe contraire à $b$ et l'on ne pouvait dire généralement que le terme en $\frac{1}{D^3}$, $\frac{3M\int z'y'dm'}{D^3}$ était négatif que pour de faibles valeurs positives de $b$. Dans le second cas, au contraire, le terme $\frac{3M\int z'y'dm'}{D^3}$ est le premier terme de L et il est toujours de signe contraire à $b$.

Remarque. — Si nous traçons l'intersection du plan du symétrie $z'O'y'$ avec M' (fig. 5) et que l'axe d'inertie minimum ou d'attraction maximum de M soit en ADB, auquel cas $b$ est positif, à tout rayon vecteur O'C, tracé dans l'angle $y'O'z$ des $y'$ positifs et des $z'$ négatifs, répond un rayon vecteur O'F, moindre, tracé dans $z'O'y'$. A tout rayon O'D répond de même un rayon plus grand O'E; la courbe a donc une forme allongée dans le sens GH. La forme de cette courbe donne une idée de celle de M' qui est sphéroïdale, avec un grand axe dans le sens HG et symétrique par rapport au plan $z'O'y'O$ qui contient cet axe.

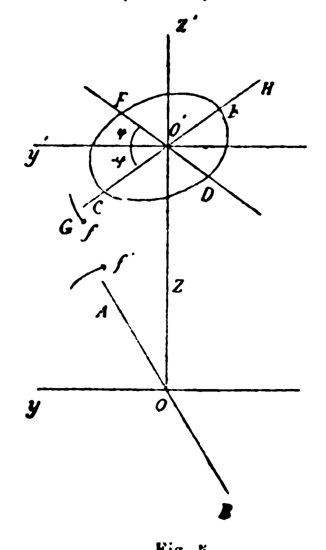


Fig. 5.

Le moment de rotation L autour de l'axe des $x'$, projeté en O', étant négatif, la rotation de M' tend à s'effectuer dans le sens de la flèche $f$ comme dans le cas où cette masse avait un point fixe.

8. *Les deux masses sont libres.* — Si la masse attirante M, supposée fixe dans la question précédente était elle-même libre dans l'espace, les deux

masses graviteraient l'une vers l'autre sous leurs attractions réciproques.

Ainsi, en se reportant à la figure 5 et y supposant libre la masse M dont le centre d'inertie est O et l'axe d'attraction maximum OA, cet axe tourne dans le sens de la flèche $f'$ autour de O, pendant que ce centre se déplace lui-même sous l'action accélératrice de M'.

La distance D des centres O'O varie à chaque instant ainsi que la position de l'axe OA par rapport à la ligne OO'; la forme de M' varie donc constamment aussi; mais, en chaque instant, les forces accélératrices qui agissent sur M' ont des expressions analytiques identiques à celles du § précédent et la rotation que M' reçoit de ces forces accélératrices autour de O', tend à s'effectuer en chaque instant dans le sens indiqué au § précédent, toujours dans les mêmes conditions d'approximation.

**9.** *Cas où la masse déformable n'est pas continue.* — Nous avons supposé jusqu'ici le système déformable continu. La rotation pourrait-elle encore s'établir si ce système ne l'était pas, s'il se composait d'un nombre fixe de masses soumises à la force accélératrice $\varphi(\rho)$ sur leurs rayons respectifs? — Nous pouvons-nous convaincre par les considérations suivantes qu'alors même la rotation peut s'établir.

Supposons les rayons sur lesquels se meuvent ces masses égales, régulierement disposés autour du centre O' et de telle sorte que (ce qui est toujours possible) en faisant tourner le système d'angles successifs égaux, $\varphi$, autour de l'axe de rotation déterminé plus haut dans le cas de la masse continue, chaque rayon vienne successivement se placer dans la position qu'occupait un autre rayon, avant le déplacement angulaire.

Évidemment ce système se retrouvera identique à lui-même après chaque déplacement. Il en est donc de même du moment de rotation. Supposons que le moment ne soit pas nul dans la position initiale du système. Les positions de toutes les masses peuvent être déterminées en fonction d'une seule. Pour que le moment ne soit jamais nul, il faut et il suffit qu'il ne le soit pas pendant le déplacement angulaire $\varphi$, de l'une des masses. $\varepsilon$ étant un nombre $< 1$, ce moment ne doit pas être nul pour un déplacement angulaire quelconque $\varepsilon\varphi$.

Or, $\varepsilon$ étant supposé donné, on peut toujours, en prenant $\varphi$ suffisamment petit, rendre $\varepsilon\varphi$ moindre que toute valeur donnée. Mais lorsque cet angle tend vers zéro, le moment tend vers la valeur différente de zéro qu'il est supposé avoir dans la position initiale du système. On pourra donc toujours, en prenant $\varphi$ assez petit, faire différer le moment de rotation pour toute valeur de $\varepsilon$, aussi peu que l'on voudra de la valeur qu'il a pour $\varepsilon = 0$ et par conséquent le rendre toujours de même signe.

La rotation sera dès lors continue.

La condition analytique nécessaire à ce résultat, l'angle $\varphi$ étant donné, est que, pour $\frac{dL}{d\varepsilon} = 0$, le moment ait le même signe que pour $\varepsilon = 0$.

Il est à remarquer que, si l'équilibre de rotation peut être satisfait, il l'est pour deux positions différentes du système, c'est-à-dire que $L = 0$ pour deux valeurs au moins de $\varepsilon$. A l'une de ces valeurs répond un équilibre instable, à la seconde un équilibre stable. Quand ces valeurs se confondent, l'équilibre est instable et, quand il se rompt, la rotation a toujours lieu dans le même sens que pour $\varepsilon = 0$. Quand ces valeurs sont imaginaires, l'équilibre est impossible.

**10.** Après avoir étudié les variations de forme des masses déformables et établi l'existence de leur rotation par l'action seule de l'attraction réciproque, il reste à examiner l'influence de la rotation ainsi engendrée, sur les mouvements des systèmes attractifs.

La rotation a pour premier effet de modifier la forme de la masse qu'elle anime, et cette forme modifiée exerce ensuite son influence sur les trajectoires des masses soumises à l'attraction de la première.

Étudions le premier de ces effets.

**11.** *Influence de la rotation sur la forme de la masse.* — Ce n'est pas uniquement la *force centrifuge par rapport à l'axe de rotation* qui détermine les changements de forme. Si la masse est de révolution autour de cet axe, la force centrifuge augmente tous les rayons des parallèles de la surface, et c'est le seul changement qu'elle subit. Si son équateur est le parallèle de plus grand rayon, il devient plan de maximum d'attraction.



L'influence que nous avons à examiner est différente. Elle provient de l'inégalité des distances à l'axe de rotation des points d'un même parallèle de la surface; ou, en d'autres termes, des différences de courbure des parties d'un même parallèle et s'exercerait même s'il n'y avait pas de force centrifuge autour de l'axe de rotation, si, par exemple, cet axe était à l'infini, les rayons étant parallèles.

Plaçons-nous d'abord dans ce cas idéal, afin de bien isoler l'influence dont il s'agit.

Supposons que suivant les droites parallèles AA′, BB′,... (fig. 6) agissent certaines forces telles que des molécules matérielles placées sur ces droites soient en équilibre stable dans les positions A, B, C,... Supposons aussi que tout le système des molécules soit entraîné dans le sens de la flèche *f* perpendiculaire aux droites. Si la vitesse d'entraînement était insensible, chaque molécule viendrait se placer successivement dans les positions que quitte celle qui la précède. Ainsi A occuperait les positions B, C, D,... et la trajectoire décrite serait A, B, C, D, E... Si la vitesse d'entraînement V est sensible, il n'en peut être ainsi. La molécule A se trouve dans le cas d'un mobile animé d'une vitesse initiale et soumis à l'action d'une force centrale (le centre est ici à l'infini et la force varie avec la position du rayon AA′, BB′, ...). Dans ce mouvement, il faut que la force qui sollicite le mobile suivant la normale à la trajectoire soit égale et contraire à la force centrifuge de ce mobile rapportée au centre de courbure. Or sur tout le parcours de la courbe ABCDE..., la première de ces forces est nulle; il faut donc nécessairement que la trajectoire soit transformée. Ainsi il est évident que la molécule A viendra occuper une position B″, intermédiaire entre celle qu'elle occuperait par l'action de la vitesse V seule ou de la force centrale seule. De même C viendra en D″ et la trajectoire décrite deviendra AB″C″D″E″...

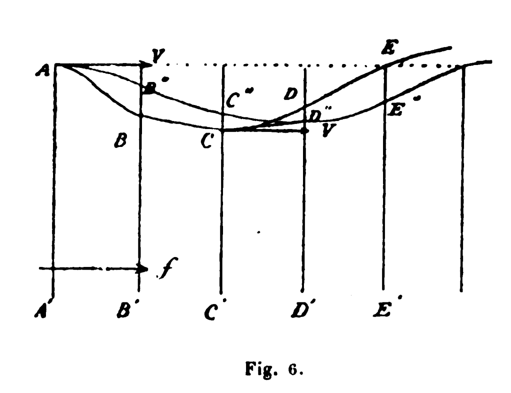


Fig. 6.

**12.** La même modification dans la forme s'observera si les rayons émanent d'un centre non situé à l'infini. Elle serait nulle si la trajectoire ABCD.. était alors un cercle, ce qui répondrait dans le cas précédent à la ligne droite AE.

Considérons la masse sphéroïdale M′ qui possède un axe d'attraction maximum suivant DM, FA′ (fig. 7) et supposons que cette masse reçoive un mouvement de rotation autour d'un axe projeté en M, sur le plan de la figure.

DEFG étant la section de M′ par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation $M_1$, la rotation s'effectuant dans le sens indiqué par la flèche $f$, et $M_1A'$ étant l'axe de maximum d'attraction, une molécule $\Delta m$ placée en H sera sollicitée à se mouvoir tangentiellement au cercle de rayon $M_1H$ suivant HK, tandis que la molécule $\Delta m'$ placée en H′, par exemple, sera sollicitée suivant H′K′ vers l'intérieur de la masse. Ces molécules, au lieu de suivre la surface suivant HE′ et H$f'$, prendront donc des chemins intermédiaires en HL et HL′.

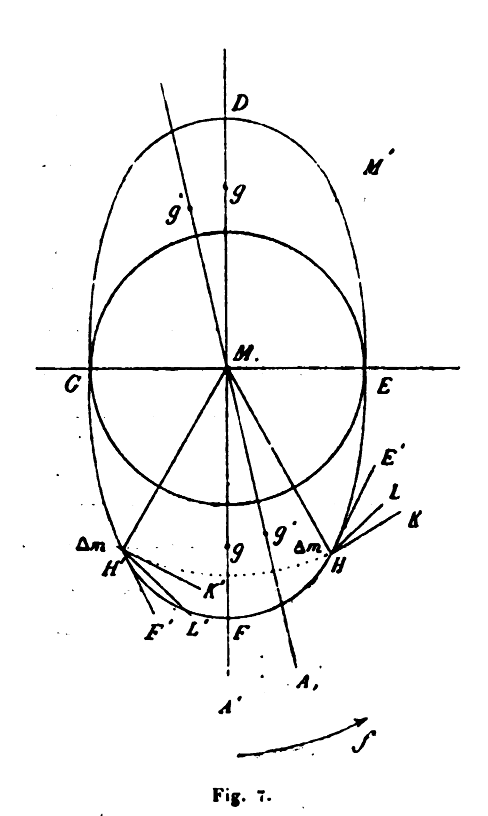


Fig. 7.

Semblablement de E en D les molécules seront sollicités vers l'intérieur de la masse et de D en G vers l'extérieur. Il y aura donc (si je puis m'exprimer ainsi pour mieux peindre la chose) refoulement de la matière vers les quadrants EMF et DMG, et la masse M′ prendra une forme dépendant de l'équilibre entre les forces centripètes vers $M_1$ et les quantités de mouvement communiqués aux molécules par la rotation.

En inscrivant à M′ la sphère de rayon $M_1G$, condensant la matière de cette sphère au centre $M_1$ et supposant de même les parties restantes de la masse condensées en des centres d'action $g$, $g$ également distants de $M_1$ sur

l'axe d'attraction maximum, on sait que l'effet de la rotation est de déplacer dans son sens ces centres d'action en $g'g'$, la droite $g'g'$ passant toujours par $M_1$, puisque les effets exercés de E en D et G sont identiques à ceux qui affectent la partie GFE. L'axe de maximum d'attraction $M_1A'$ est donc déplacé en $M_1A_1$ dans le sens de la rotation de la masse.

Si la masse M', au lieu d'un seul axe d'attraction, en avait plusieurs et présentait une forme ondulée, en inscrivant à cette masse la plus grande sphère possible, sphère qui ne donne lieu à aucune différence d'action, et concentrant les parties restantes en des centres d'action, on arriverait de même à la conclusion que tous ces centres d'action sont déplacés dans le sens de la rotation et, avec eux, tout le système des axes d'attraction maximum.

**13.** Si l'on suppose la masse déformable M' en rotation (fig. 8) soumise à l'attraction d'un point attirant *m*, l'axe d'attraction maximum OA développé par l'attraction de ce point est déplacé en OA' dans le sens de la rotation; le déplacement est tel qu'il y ait équilibre entre les forces qui tendent constamment à conserver à la masse sa forme ACBC' et celles que développe la rotation, comme on vient de l'expliquer.

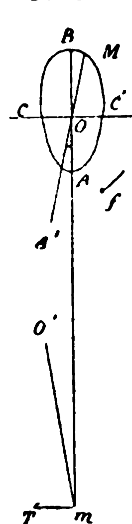


Fig. 8.

L'attraction exercée sur *m* sera donc déviée en *m*O' de manière à donner lieu à une composante *m*T normale au rayon vecteur *m*O et dirigée dans le sens de la rotation de M'.

A la déviation *m*O' de l'attraction exercée sur *m*, répond un moment de rotation qui tend à faire tourner M' en sens inverse de sa rotation actuelle; — de telle sorte que la somme des aires décrites par les rayons vecteurs du système entier autour de O reste proportionnelle au temps (*).

**14.** *Trajectoire d'un point matériel soumis à l'attraction de la masse*

(*) Si la masse déformable M est un globe dont la condensation s'opère (comme nous le verrons dans la 2e partie), on conçoit très-bien la déviation constante de l'axe d'attraction en remarquant que, par la condensation même, la rotation de M s'accélère continuellement.

*déformable.* — Les remarques du paragraphe précédent nous conduisent à l'examen de la trajectoire d'un point matériel attiré par une masse déformable en rotation.

Prenons pour origine des coordonnées $x$, $y$ le centre de rotation O (fig. 9) de la masse attirante M'. La rotation s'effectuant autour d'un axe projeté en O, l'axe d'attraction maximum de M' est continuellement en avance sur le rayon vecteur O$m$ du point attiré, d'un angle $\xi_1$. Outre sa composante centripète R suivant $m$O, la force attractive a une composante $m$T normale au rayon, qui tend à lui donner un mouvement angulaire autour de O, vers OA.

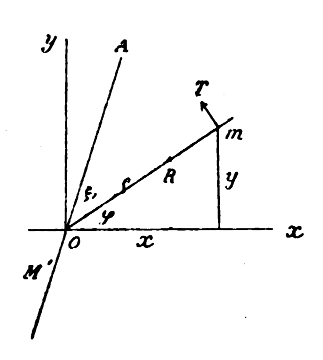


Fig. 9.

$\alpha$ étant l'angle du rayon vecteur O$m = \rho$ avec l'axe des $x$, $t$ le temps, $x$ et $y$ les coordonnées de $m$, les forces accélératrices suivant les axes sont

$$(1) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -R\frac{x}{\rho} - T\frac{y}{\rho}$$

$$(2) \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{Ry}{\rho} + \frac{Tx}{\rho}$$

Dans ces équations, R et T sont des fonctions de $\rho$, de $\xi$, et de la forme de M', forme qui elle-même varie avec la vitesse de rotation de la masse.

Sans rien préjuger sur ces fonctions, et en nous basant seulement sur ce que T augmente avec $\xi_1$ tant que cet angle n'est pas trop grand, et diminue ainsi que R quand $\rho$ augmente, examinons d'une façon générale le mouvement du point attiré.

Ce mouvement est le même que si le centre attirant était mobile en même temps que le point attiré. Il existe en effet sur la direction de la résultante de R et T un point où l'on peut supposer concentrée la masse entière M', qui donne à $m$ l'accélération $\sqrt{R^2 + T^2}$. Ce point se déplace continuellement. S'il était fixe, le mobile décrirait une conique (en lui supposant une vitesse initiale normale à son rayon vecteur). Comme il est mobile, $m$ peut partir du repos et ne jamais atteindre ce centre.

*Principe des aires.* — Multiplions par $y$ les deux membres de l'équation (1), par $x$ ceux de (2); nous aurons :

$$\begin{cases} y\,\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{Rxy}{\rho} - \dfrac{Ty^2}{\rho}, \\ x\,\dfrac{d^2y}{dt^2} = -\dfrac{Rxy}{\rho} + \dfrac{Tx^2}{\rho}, \end{cases}$$

d'où :

(3) . . . . . . . . $$y\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{T(y^2+x^2)}{\rho} = -T\rho$$

et par suite

$$y\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt} = -\int T\rho dt + c,$$

$c$ étant une constante.

Comme $xdy - ydx = \rho^2 d\varphi$, c'est-à-dire le double de l'aire $d$A décrite pendant le temps $dt$ par le rayon vecteur, on a

(4) . . . . . . . . . . . $$dA = \tfrac{1}{2}\,dt\int T\rho\, dt + c'dt$$

L'équation (3) est remarquable. Elle montre la force déviatrice T agissant normalement au rayon vecteur $\rho$ pour le faire tourner autour de l'origine avec un moment $T\rho$. Cette équation revient à

$$2\frac{d.dA}{dt} = T\rho dt.$$

comme T et $\rho$ sont toujours positifs, $d.dA$ l'est également toujours et l'aire décrite pendant le temps $dt$ est indéfiniment croissante.

On en déduit que si après des temps $t$, $t'$ $(t' > t)$ la vitesse angulaire $\frac{d\varphi'}{dt}$, répondant à $t'$, est égale à $\frac{d\varphi}{dt}$, répondant à $t$, ou $< \frac{d\varphi}{dt}$, le rayon $\rho'$ est $>$ le rayon $\rho$; car on a

$$\rho^2 d\varphi < \rho'^2 d\varphi'.$$

D'où

$$\rho'^2 > \frac{\frac{d\varphi}{dt}}{\frac{d\varphi'}{dt}}\cdot\rho^2.$$

A mesure donc que $\rho$ diminue, la vitesse angulaire augmente. Il en est de même de la vitesse réelle $v_1$ normale au rayon vecteur, puisque

$$\frac{\rho^2 d\varphi}{dt} = \rho v_1,$$
$$\frac{\rho'^2 d\varphi'}{dt} = \rho' v_1',$$

comme

$$\rho' v_1' > \rho_1 v_1, \quad v_1' > v_1 \frac{\rho}{\rho'} > v_1 \quad \text{si} \quad \rho' < \rho.$$

En faisant $T=0$ dans l'équation (4) on retrouve l'équation $dA = c'dt$, ou le *principe des aires* dans le cas d'une force à centre fixe.

La force normale T fait croître les aires plus que proportionnellement aux temps.

*Vitesse réelle.* — Nous pouvons aussi, des équations (1) et (2), déduire l'expression de la vitesse réelle V du mobile sur sa trajectoire.

En multipliant la première par $dx$, la seconde par $dy$ et les ajoutant, on a en effet

$$\frac{1}{2} dV^2 = -\frac{R}{2} \frac{d.\rho^2}{\rho} + T \frac{xdy - ydx}{\rho}$$

d'où :

(5) . . . . . . . . . $$V^2 = -2\int R d\rho + 2\int T\rho d\varphi + c,$$

$c$ est une constante.

Comme $d\varphi$ est sans cesse positif, $\int T\rho d\varphi$ croît continuellement avec le temps et l'angle $\varphi$. Ainsi *de ce chef* V augmente sans cesse. Cette vitesse augmente également à mesure que $\rho$ diminue.

*Expressions de* R *et* T. — Cherchons maintenant les expressions des forces accélératrices suivant le rayon vecteur et normalement à ce rayon.

Dans (1) et (2) remplaçons $x$ et $y$ par leurs valeurs $\rho \cos\varphi$ et $\rho \sin\varphi$. Nous obtiendrons finalement

(6) . . . . . . . . . . . . $$\frac{d^2\rho}{dt^2} = \rho \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - R,$$

(7) . . . . . . . . . . . . $$\frac{d.\rho d\varphi}{dt^2} + \frac{d\rho}{dt}\frac{d\varphi}{dt} = T.$$



De (6) on déduit

$$(8) \quad \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 = 2\int \rho \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 d\rho - 2\int R\,d\rho + c''$$

et de (7)

$$(9) \quad \left(\frac{\rho\,d\varphi}{dt}\right)^2 = 2\int T\rho\,d\varphi - 2\int \rho \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 d\rho + c'''$$

(6) et (8) montrent que le rayon diminue, tant que le travail de la force centrale R est plus grand que celui de la force centrifuge, estimée autour du centre attractif.

Il atteint un minimum quand ces deux travaux sont égaux ; à partir de ce moment le rayon recommence à croître, la force centrifuge étant alors plus grande que la force centrale. Il peut atteindre un maximum si, par l'augmentation même du rayon, la force centrifuge diminue jusqu'à devenir moindre que la force centrale, puis un nouveau minimum, et ainsi de suite.

Ce qu'il est important d'observer, c'est le premier minimum de $\rho$ par suite de l'augmentation continue de la force centrifuge.

Le mobile ne peut jamais rencontrer la masse attractive réduite à un point ; mais il pourrait rencontrer cette masse si elle avait des dimensions finies. Il suffit que la force déviatrice soit très-faible par rapport à la force centrale, dans chaque cas donné.

La vitesse du mobile vers le centre, qui serait continuellement croissante sans la force centrifuge, croît d'abord et d'autant plus faiblement que cette force croît plus vite, atteint un maximum, puis s'annule, $\rho$ atteignant son minimum.

En même temps, la vitesse angulaire du rayon vecteur est continuellement croissante ; il en est de même de la vitesse du mobile sur sa trajectoire.

L'équation (9) montre que, $d\rho$ étant négatif, le carré de la vitesse normale au rayon s'augmente de la quantité dont est diminué le carré de la vitesse radiale. C'est ce qui explique fort bien comment la vitesse normale croît rapidement à mesure que l'autre diminue jusqu'à s'annuler.

Concluons de là que la trajectoire est du genre *spirale* et que l'angle du

rayon vecteur avec la tangente, nul quand le mobile occupe sa position initiale, croît constamment de O à $\frac{\pi}{2}$; il atteint cette valeur quand $\rho$ est minimum.

La spirale tend donc constamment à devenir normale à son rayon vecteur et le devient effectivement.

Au delà, $\rho$ recommençant à croître, elle s'éloigne du centre, l'angle de la tangente et du rayon devenant obtus; cet angle atteint un maximum et redevient égal à $\frac{\pi}{2}$ si $\rho$ atteint un maximum pour diminuer ensuite, redevenir minimum, et ainsi de suite. Si la force T continue indéfiniment à agir, la trajectoire peut finir par s'éloigner indéfiniment du centre attirant.

**15.** *Trajectoire décrite quand* T *devient nul à un moment donné.* — Nous devons maintenant examiner ce qui arrive quand T vient à s'anéantir au bout d'un temps fini. Le mobile étant alors animé d'une vitesse $v_1$, tangente à la courbe et dirigée en dehors du centre attractif, décrit une conique autour de lui.

Cherchons à fixer les idées sur la nature et la position de la trajectoire du second degré ainsi parcourue.

Soient : M la masse attirante, $\rho_1$ le rayon vecteur de la spirale au moment où T s'anéantit; $\varphi_1$ l'angle de la tangente avec le rayon en cet instant. La force centrale devient $\frac{M}{\rho^2}$ et il est facile de calculer l'excentricité $e$ de la conique décrite. Elle a pour valeur

$$e = \frac{\sqrt{\rho_1^2 v_1^4 \sin^2\varphi_1 + M^2 - 2M\rho_1 v_1^2 \sin^2\varphi_1}}{M}.$$

La trajectoire est une ellipse si $e < 1$, une parabole si $e = 1$, une hyperbole si $e > 1$.

Or $e \lesseqgtr 1$ suivant que

$$\rho_1^2 v_1^4 \sin^2\varphi_1 + M^2 - 2M\rho_1 v_1^2 \sin^2\varphi_1 \lesseqgtr M^2,$$

c'est-à-dire que

$$v_1^2 \lesseqgtr \frac{2M}{\rho_1}.$$



Or, la valeur générale de $v$ déduite des équations du § 15 est

$$v^2 = \frac{2M}{\rho} - \frac{2M}{\rho'} + 2\int_{\rho'}^{\rho} T\rho\, d\varphi,$$

$\rho'$ étant le rayon vecteur initial du mobile.

$v_1^2$ sera donc $\lesseqgtr \frac{2M}{\rho_1}$ selon que

$$\int_{\rho'}^{\rho_1} T\rho\, d\varphi \lesseqgtr \frac{M}{\rho'}.$$

Si la constante $\frac{2M}{\rho'}$ est nulle, ce qui arrive si le rayon initial $\rho'$ est infini, la trajectoire est toujours une hyperbole.

Si ce rayon vecteur initial a une valeur finie, la trajectoire est une ellipse, une parabole, ou une hyperbole, suivant qu'au moment où la force déviatrice T cesse d'agir, le travail de cette force normalement au rayon vecteur est $\lesseqgtr$ le travail fictif $\frac{M}{\rho'}$ effectué par $\frac{M}{\rho^2}$ pour amener la masse attirée de l'infini jusqu'à sa position initiale.

Pour donner lieu à une hyperbole, le travail de la force déviatrice devra être d'autant plus grand que le rayon vecteur initial est plus faible.

Comme $\int T\rho d\varphi$ croît sans cesse, les trois courbes du second degré peuvent être ainsi engendrées en général.

Si $\int T\rho d\varphi$ est $< \frac{M}{\rho'}$ au moment où $\rho$ atteint son minimum, il ne pourra se produire que des ellipses pendant toute la période où la spirale se rapproche du centre, et tend à devenir normale à son rayon vecteur.

**16.** *Variations de l'excentricité.* — Cherchons les variations de l'excentricité $e$, correspondantes aux variations des positions et vitesses initiales.

On a

$$e^2 = 1 - \frac{\rho_1 v_1^2}{M} \sin^2\gamma_1 \left(2 - \frac{\rho_1 v_1^2}{M}\right).$$

Quand $\rho_1 = \rho'$, $v_1 = 0$, $\varphi_1 = 0$; le facteur $2 - \frac{\rho_1 v_1^2}{M}$ diminue à mesure que $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}$ augmente. La somme de deux facteurs $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}$ et $2 - \frac{\rho_1 v_1^2}{M}$ étant constante, leur produit augmente et tend vers un maximum qui répond à $\frac{\rho_1 v_1^2}{M} = 1$.

$\sin\varphi_1$ augmente d'ailleurs sans cesse, comme on l'a vu, de 0 à $\frac{\pi}{2}$. Le produit $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\sin^2\varphi_1\left(2-\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\right)$ augmente donc également et par conséquent $e$ diminue de plus en plus, la courbe décrite restant toujours une ellipse. Au delà de $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=1$, le produit $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\left(2-\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\right)$ dépasse son maximum et commence à diminuer pour devenir nul quand $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=2$, auquel cas la courbe est une parabole. Au delà de $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=2$, $e$ est $>1$, et la trajectoire décrite, une hyperbole.

On voit donc que depuis $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=0$, à $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=$ une valeur $>1$ (*), l'ellipse décrite diminue constamment d'excentricité et se rapproche du cercle, que depuis cette valeur jusqu'à $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=2$, l'excentricité augmente de nouveau jusqu'à ce que la trajectoire soit une parabole et qu'au delà elle devient hyperbolique.

Aux environs de son minimum, la valeur de $e=\cos\varphi_1$ comme on le déduit des équations précédentes, en remarquant que le maximum de $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\left(2-\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\right)$ est égal à l'unité. Or $\cos\varphi_1$ tend vers 0; le minimum d'excentricité peut donc être très-petit.

La position de l'axe de la trajectoire du second degré est donnée par l'équation

$$\operatorname{tg}\varphi'=\frac{\rho_1 v_1^2\sin\varphi_1\cos\varphi_1}{\rho_1 v_1^2\sin^2\varphi_1-M},$$

$\varphi'$ étant l'angle de cet axe avec le rayon vecteur $\rho_1$ au moment où la déviatrice T cesse d'agir.

**17.** *Forme de la trajectoire pour différentes valeurs de* T. — Faisons varier maintenant la grandeur de la force déviatrice T, la force R restant la même. Si T est infinie, la trajectoire décrite est une droite normale au rayon vecteur initial; T étant extrêmement grand, la trajectoire est très-peu inclinée sur le rayon vecteur initial, le rayon vecteur augmente sans cesse. T diminuant, mais restant très-grand, la force centrifuge devient dans les premiers instants moindre que R, le rayon vecteur diminue donc à partir de

(*) Comme $\sin\varphi_1$ continue à croître alors que $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\left(2-\frac{\rho_1 v_1^2}{M}\right)$ dépasse son maximum, le minimum d'excentricité n'a pas lieu pour $\frac{\rho_1 v_1^2}{M}=1$, mais pour une valeur plus grande que 1.

sa position initiale; mais il atteint rapidement son minimum et se remet à croître (comme dans le cas d'une trajectoire hyperbolique due à une vitesse initiale). $\rho$ atteint son minimum d'autant plus rapidement que T est plus grande. T diminuant encore, l'angle de la trajectoire et du rayon vecteur initial est de plus en plus faible; le rayon vecteur n'atteint son minimum qu'après avoir parcouru un angle de plus en plus grand, la force T devant, pour donner lieu à une force centrifuge suffisante, travailler sur un espace d'autant plus grand qu'elle est plus faible.

C'est donc pour de faibles valeurs de T, que la trajectoire devient réellement spirale autour du centre attirant. Il est à remarquer que dans le parcours de cette spirale, les deux conditions essentielles du mouvement circulaire dû à une force centrale tendent d'abord constamment à s'établir : vitesse normale au rayon vecteur, et égalité entre la force centrifuge et la force centrale. Si donc la force déviatrice T cesse d'agir dans cette première partie du mouvement, les trajectoires décrites pourront être des ellipses à faibles excentricités (*).

18. *Rotation d'une masse déformable soumise à l'attraction d'une autre masse déformable en rotation.* — Nous avons vu comment la force déviatrice normale au rayon vecteur pouvait être produite par l'attraction d'une masse non sphérique dont l'un des axes d'attraction ne se confondait pas avec ce rayon, et nous venons d'étudier la trajectoire que cette force, *agissant d'une façon continue*, fait parcourir à un point attiré.

Nous devons dire encore quelques mots d'un objet remarquable résultant de la même cause. Cet objet est la rotation d'une masse déformable telle que nous l'avons considérée jusqu'à présent, par l'attraction d'une autre masse déformable en rotation. C'est une conséquence simple des notions données jusqu'ici. Soient (fig. 10) M et M′ les deux masses déformables. Si elles sont immobiles toutes deux, leur attraction réciproque détermine dans chacune d'elles un axe d'attraction maximum suivant la ligne de leurs centres AA′.

(*) Nous devons prévenir que cette considération n'est pas la seule qui serve à rendre compte des faibles excentricités des orbites dans tout le système solaire et qu'une autre cause fort importante entre dans la production du fait.



Supposons que M soit animée d'un mouvement de rotation dans le sens de la flèche $f$. On a vu au § 12 que l'effet de cette rotation est de déplacer l'axe de maximum d'attraction de M en MA'' dans le sens du mouvement. Il résulte de là que, par l'effet de la rotation, la masse déformable M' est soumise à l'attraction d'un système à un axe $A_1MA''$ et l'on a vu (§§ 6, 7) que, dans ce cas, M' est soumise à un moment de rotation constant autour d'un axe perpendiculaire au plan de $A_1A''$ et du centre M', dans le sens de la flèche $f'$.

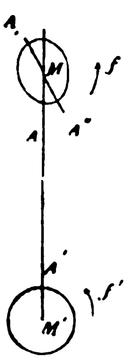


Fig. 10.

Ce moment, quelque faible qu'il soit, agissant d'une façon constante, imprime à M' une vitesse de rotation croissante.

Nous n'irons pas plus loin dans cette question à l'examen détaillé de laquelle suffiraient les notions données jusqu'ici. Nous nous contenterons de constater cette conséquence remarquable, qu'*une masse déformable soumise à l'attraction d'une autre masse déformable en rotation, prend une rotation de même sens.*

**19.** Récapitulation. — Récapitulons maintenant les différentes parties du problème étudié dens les paragraphes précédents.

Nous avons supposé une *masse déformable* soumise à l'attraction d'un système matériel et montré que cette masse prend généralement un mouvement accéléré de rotation sur elle-même, qu'elle soit libre dans l'espace ou douée d'un point fixe. Ensuite, nous avons cherché la forme de la masse déformable en supposant très-grandes les distances des points attirants à cette masse, que ces points attirants formassent masse compacte ou fussent isolés dans l'espace. — Nous avons reconnu ensuite que l'effet de la rotation était non-seulement d'allonger une masse déformable perpendiculairement à son axe de rotation et par conséquent de rendre son équateur plan de maximum d'attraction, mais encore de déplacer les axes d'attraction maximum de cette masse, produits par l'attraction d'un système matériel, dans le sens de sa rotation, ces axes se trouvant donc toujours en avance sur la position qu'ils occuperaient si la rotation n'existait pas.

Enfin, nous avons étudié la trajectoire décrite par un point matériel

soumis à l'attraction d'une masse déformable en rotation, en ramenant ce cas à celui d'un point matériel sollicité par une force centrale et par une force normale à son rayon vecteur et nous avons reconnu que si, à un moment donné, cette force normale vient à s'anéantir, le point décrit une conique dont les éléments sont déterminés par sa vitesse acquise et sa position dans l'espace en ce moment-là.

Nous avons terminé en remarquant qu'une masse déformable soumise à l'attraction d'une autre masse déformable en rotation prend une rotation de même sens.

Telles sont quelques-unes des conséquences de l'attraction réciproque des systèmes déformables dans les conditions que nous leur avons assignées. Pour les appliquer à l'étude des mouvements astronomiques, il nous reste à montrer que l'attraction réciproque a donné lieu à des systèmes déformables tels que nous les avons admis.

C'est ce que nous tenterons de prouver dans la seconde partie de ce travail qui traitera de l'origine et de l'établissement des révolutions et rotations des globes.

---

### Note I.

---

M. Catalan, l'un des savants et bienveillants rapporteurs de mon travail sur l'*Influence de la forme des corps sur leur attraction*, a fait très-justement remarquer qu'il eût été nécessaire de joindre aux séries qui y sont employées la démonstration de leur convergence, pour légitimer les conclusions qu'on en déduit.

C'est ce que je vais faire. Les séries qui représentent les valeurs X, Y, Z des composantes de l'attraction d'une masse sur un point matériel extérieur, sont convergentes si le développement du potentiel en série est convergent. Cela est évident, puisque ces valeurs sont alors la limite de la différence de deux séries convergentes.

La série du potentiel elle-même est convergente si le développement de $\frac{1}{u}$ est convergent, car alors cette série est une somme de séries convergentes. Tout revient donc à démontrer la convergence de la série

$$\frac{1}{u}=\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\delta^3}\left(\varphi-\frac{\rho^2}{2}\right)+\frac{1.3}{1.2}\frac{\left(\varphi-\frac{\rho^2}{2}\right)^2}{\delta^5}+\frac{1.3.5}{1.2.3}\frac{\left(\varphi-\frac{1}{2}\rho^2\right)^3}{\delta^7}+\cdots+\frac{1.3.5..(2n-1)}{1.2.3...n}\frac{\left(\varphi-\frac{1}{2}\rho^2\right)^n}{\delta^{2n+1}}$$

ou comme

$$u^2=\delta^2+\rho^2-2\varphi$$

$$\varphi-\frac{\rho^2}{2}=\frac{\delta^2-u^2}{2}$$

$$\frac{1}{u}=\frac{1}{\delta}+\frac{1}{\delta^3}\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)+\frac{1.3}{1.2}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)^2}{\delta^5}+\cdots+\frac{1.3.5...2n-1}{1.2.3...n}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)^n}{\delta^{2n+1}}+\frac{1.3.5...2n+1}{1.2.3...\ n+1}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)^{n+1}}{\delta^{2n+3}}+\cdots$$

Deux cas sont à examiner

$$\left.\begin{array}{ll}1^\circ & \delta^2-u^2>0\\ 2^\circ & \delta^2-u^2<0\end{array}\right\}$$

1° Si $\delta^2-u^2>0$ tous les termes de la série sont positifs; la série est alors convergente si le rapport d'un terme au précédent devient moindre qu'une quantité plus petite que l'unité quand $n$ croit indéfiniment.



Or le $(n+1)^e$ terme a pour expression

$$\frac{1.3.5\ldots 2n-1}{1.2.3\ldots n}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)^n}{\delta^{2n+1}}$$

et le $(n+2)^e$

$$\frac{1.3.5\ldots 2n+1}{1.2.3\ldots\ n+1}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)^{n+1}}{\delta^{2n+3}}.$$

Le rapport de ces deux termes égale

$$\frac{2n+1}{n+1}\frac{\left(\frac{\delta^2-u^2}{2}\right)}{\delta^2}=\frac{2+\frac{1}{n}}{2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\left(1-\frac{u^2}{\delta^2}\right),$$

ce rapport tend vers $\left(1-\frac{u^2}{\delta^2}\right)$ quand $n$ augmente indéfiniment. Il est donc $< 1$ si $\delta > u$, ce qui est le cas actuel.

2° Si $\delta^2 - u^2 < 0$, les termes sont alternativement positifs et négatifs. La série peut s'écrire alors :

$$\frac{1}{u}=\frac{1}{\delta}-\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)\frac{1}{\delta^3}+\frac{1.3}{1.2}\frac{1}{\delta^5}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)^2-\ldots$$

$$\frac{1}{u}=\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\delta^3}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)\left\{1-\frac{3}{2}\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}\right\}-\ldots-\frac{1}{\delta^{2n+1}}\frac{1.3.5\ldots 2n-1}{1.2.3\ldots n}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)^n\left(1-\frac{2n+1}{n+1}\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}\right)$$

$$-\frac{1.3.5}{1.2.3}\frac{1}{\delta^7}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)^3\left(1-\frac{7}{4}\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}\right)\ldots-\frac{1}{\delta^{2n+5}}\cdot\frac{1.3.5\ldots 2n+3}{1.2.3\ldots\ n+2}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)^{n+2}\left\{1-\frac{2n+5}{n+3}\cdot\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}\right\}$$

$$-\ldots$$

Dans cette série tous les termes sont de même signe, si l'on a toujours $u^2-\delta^2 < \delta^2$ comme c'est le cas dans la question qui nous occupe. Car les rapports $\frac{2n+1}{n+1}$, $\frac{2n+5}{n+3}$, toujours moindres que 2 atteignent cette limite quand $n=\infty$, et alors les facteurs

$$1-\frac{2n+1}{n+1}\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2},\quad 1-\frac{2n+5}{n+3}\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2},\quad \text{etc...}$$

deviennent $1 - \frac{u^2 - \delta^2}{\delta^2} > 0$. Le rapport d'un terme au précédent vaut

$$\frac{2n+1\,.\,2n+3}{n+1\,.\,n+2}\cdot\frac{1}{\delta^4}\left(\frac{u^2-\delta^2}{2}\right)^2\frac{1-\frac{2n+5}{n+3}\cdot\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}}{1-\frac{2n+1}{n+1}\cdot\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}}$$

$$=\frac{\left(2+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{3}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{n}\right)}\left(\frac{u^2-\delta^2}{\delta^2}\right)^2\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\frac{2+\frac{5}{n}}{1+\frac{3}{n}}\cdot\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}}{1-\frac{2+\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}\cdot\frac{u^2-\delta^2}{2\delta^2}}.$$

La limite de ce rapport, quand $n$ croit indéfiniment, est $\left(\frac{u^2}{\delta^2}-1\right)^2$ évidemment $< 1$, dans le cas actuel.

---

## NOTE II.

---

On m'a signalé dans mon travail sur l'*Influence de la forme des corps sur leur attraction*, une erreur de calcul que je vais rectifier.

Je développerai en même temps avec plus de soin la question subsidiaire dans laquelle cette erreur a été commise.

Au § 7, au lieu de la valeur $\varphi' = 4fm\mu \frac{b\sqrt{2}}{\delta''^3}$, il faut évidemment $\varphi' = 4fm\mu \frac{d}{\delta''^3}$.

Le résultat général du § 7, c'est-à-dire la preuve qu'à de faibles distances du centre d'inertie, l'axe d'inertie maximum peut devenir axe d'attraction maximum, subsiste toujours; mais les valeurs numériques du tableau que contient ce paragraphe sont modifiées, ainsi que quelques-unes des remarques particulières déduites de ces valeurs et qui le terminent.

Il faut donc remplacer la fin du § 7 à partir de la valeur erronée de $\varphi'$, par ce qui suit :

« On a $\varphi' = 4fm\mu \frac{d}{\delta''^3}$ et, comme $\delta''^2 = 2b^2 + d^2$, $\varphi' = 4fm\mu \frac{d}{(d^2 + 2b^2)^{3/2}}$.

On sait par les formules générales du § 5 que pour de très-grandes valeurs de $d$, $\varphi' < \varphi$, c'est-à-dire que l'axe d'inertie maximum est axe d'attraction minimum.

Il n'en est plus de même pour de petites valeurs de $d$ et l'on peut mettre le fait en évidence en posant $\frac{d}{b} = a$ et donnant à $a$ des valeurs décroissantes.

En remplaçant $d$ par $ab$ dans les expressions de $\varphi$ et $\varphi'$, on obtient :

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \varphi = \frac{2fm\mu}{b^2}\left\{\frac{a+1}{\left[(a+1)^2+1\right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{a-1}{\left[(a-1)^2+1\right]^{\frac{3}{2}}}\right\},$$

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \varphi' = \frac{4fm\mu}{b^2} \cdot \frac{a}{(a^2+2)^{\frac{3}{2}}}.$$

En prenant $\frac{fm\mu}{b^2}$ comme unité de force attractive réciproque, on obtient pour $\varphi$ et $\varphi'$ les valeurs du tableau suivant correspondantes à différentes valeurs de $a$.

| $a$ | $\varphi$ | $\varphi'$ | $\varphi - \varphi'$ |
|---|---|---|---|
| 10 | + 0.0405 | + 0.0388 | + 0.0017 |
| 5 | + 0.1673 | + 0.1425 | + 0.0248 |
| 2 | + 0.8968 | + 0.5443 | + 0.3525 |
| 1 | + 0.3577 | + 0.7698 | − 0.4121 |
| 0.5 | − 0.2035 | + 0.5926 | − 0.7961 |
| 0.1 | − 0.0698 | + 0.1404 | − 0.2102 |
| 0 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |

Pour faire voir clairement les variations de $\varphi$ et $\varphi'$, portons sur un axe OA (fig. 1^bis^) à partir d'une origine O, des longueurs O1, O2, O3, etc., proportionnelle aux valeurs de $a$. (L'unité, ou 01, est de $0^m,02$ sur la figure et sur les ordonnées correspondantes les valeurs de $\varphi$ et $\varphi'$.) (La valeur $\frac{fm\mu}{b^2}$ est représentée par la longueur $3B = O3 = OB' = 0^m,10$.)

Nous obtiendrons ainsi des points $\alpha$, $\alpha'$, $\alpha''$... de la courbe des $\varphi$, et des points $\beta$, $\beta'$, $\beta''$... de celle des $\varphi'$.

L'allure de cette dernière est simple. Comme le montre la formule (2) $\varphi'$ est toujours de même signe que $a$. Tant que $a$ est positif, c'est-à-dire tant que $d$ est comptée sur l'axe d'inertie maximum du même côté du plan du carré, $\varphi'$ est positif, c'est-à-dire dirigé vers le centre O de ce carré (fig. 1), $\varphi'$ est nulle pour $a = 0$, augmente avec $a$, atteint un maximum et décroît jusqu'à s'annuler de nouveau quand $a = \infty$.

La valeur de $a$ qui donne le maximum de $\varphi'$ est remarquable. On a en effet :

$$\frac{d\varphi'}{da} = \frac{8fm\mu}{b^2}\frac{1-a^2}{(a^2+2)^{\frac{5}{2}}};$$

$\varphi'$ est donc maximum pour $a = 1$ ou $d = b$ et la tangente à la courbe des $\varphi'$ est horizontale en $\beta''$.

Quand $a = 0$, $\frac{d\varphi'}{da} = \frac{fm\mu}{b^2}\sqrt{2}$; si donc, d'après ce qui précède, on décrit du point O comme centre avec OB pour rayon l'arc de cercle BC, et qu'on ramène C en C' par une parallèle à OA, la droite OC' sera tangente à la courbe des $\varphi'$ au point O.

De plus O est un point d'inflexion, car $\frac{d^2\varphi'}{da^2} = -24\,\frac{fm\mu}{b^2}\cdot\frac{a(3-a^2)}{(a^2+2)^{7/2}}$ est nul pour $a = 0$. Il y a un second point d'inflexion pour $a = \sqrt{3}$ au delà du maximum.

Ces données suffisent pour construire la courbe des $\varphi'$ telle que la donne la figure (1^bis^)

$$(O + \beta + \beta' + \beta'' \ldots \beta^v).$$

Passons à la courbe des $\varphi$. Pour $a = 0$, c'est-à-dire au centre du carré, $\varphi$ est nulle. Pour de petites valeurs de $a$ positif, $\varphi$ est négatif, c'est-à-dire tend à éloigner le point $\mu$ du centre du carré. Cela est montré également par la formule (1); car en y supposant $a$ très-petit et négligeant $a^2$, on a :

$$\varphi = \frac{2fm\mu}{b^2}\left\{\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}\sqrt{1+a}} - \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-a}}\right\} < 0.$$

$\varphi$ atteint un minimum, redevient nul pour une valeur de $a$ comprise entre 0,5 et 1,00, puis augmente jusqu'à devenir égal à $\varphi'$ entre $a = 1$ et $a = 2$, atteint un maximum supérieur à celui de $\varphi'$ et diminue ensuite jusqu'à s'annuler pour $a = \infty$, en restant constamment supérieur à $\varphi'$.



La différentiation par rapport à $a$ donne

$$\frac{d\varphi}{da}=\left\{2\frac{1-2(a+1)^2}{\left[(a+1)^2+1\right]^{\frac{5}{2}}}+2\frac{1-2(a-1)^2}{\left[(a-1)^2+1\right]^{\frac{5}{2}}}\right\}\frac{fm\mu}{b^2}.$$

Quand

$$a=0,\quad \frac{d\varphi}{da}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{fm\mu}{b^2}.$$

En prenant donc en dessous de OA, $1D=\frac{1C'}{2}$, OD sera la tangente à la courbe des $\varphi$ au point O.

Quant au maximum de $\varphi$, on a pour

$$a=1.00 \qquad \varphi=0.3577,$$

$$a=1.50 \qquad \varphi=0.9714\ldots\frac{d\varphi}{da}=+0.49\frac{fm\mu}{b^2},$$

$$a=1.60 \qquad \varphi=0.9971\ldots\frac{d\varphi}{da}=+0.11\frac{fm\mu}{b^2},$$

$$a=1.75 \qquad \varphi=0.9875,$$

$$a=2.00 \qquad \varphi=0.8968,$$

Le maximum de $\varphi$ a donc lieu entre $a=1{,}60$ et $a=1{,}75$ et il est fort rapproché de $\frac{fm\mu}{b^2}$.

C'est à l'aide de ces données qu'a été construite la courbe des $\varphi$ de la figure 1$^{\text{bis}}$ $O\alpha\alpha'\alpha''\ldots\alpha^{\text{VIII}}$.

On voit bien clairement par cette figure qu'entre $d=b$ et $d=2b$ l'axe d'inertie minimum devient axe d'attraction minimum, et inversement; et, qu'en ce moment, le maximum d'attraction a déjà été atteint sur l'axe d'inertie minimum et ne l'est pas encore sur l'axe d'inertie maximum (en considérant $d$ comme décroissant).

On remarquera aussi que le centre du carré est une position d'équilibre stable sur l'axe d'inertie maximum perpendiculaire au plan du carré, et d'équilibre instable sur les axes d'inertie minimum situés dans ce plan et perpendiculaire aux côtés.

Les positions d'équilibre stable sont sur ces axes à des distances du centre moindre que $b$. Elles répondent dans la figure 1$^{\text{bis}}$ au point E.

Terminons ces remarques sur la distribution de l'attraction autour du système attractif considéré, en observant les variations de cette attraction sur l'axe formé par l'une des diagonales du carré.

Pour de grandes valeurs de $d$, cette attraction est la même que sur l'axe d'inertie minimum perpendiculaire aux côtés, car le moment d'inertie du carré autour d'une droite quelconque de son plan menée par son centre est constant et égal à $4b^2$.

Il en est différemment pour de faibles valeurs de $d$.

En appelant $\varphi''$ l'attraction exercée sur un point $\mu$ de la diagonale quand $d > b\sqrt{2}$, on a

$$\varphi'' = \frac{2fm\mu d}{(d^2+2b^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{fm\mu}{(d-b\sqrt{2})^2} + \frac{fm\mu}{(d+b\sqrt{2})^2},$$

et, en faisant $d = ab$,

$$\varphi'' = \frac{2fm\mu}{b^2}\left\{\frac{a}{(a^2+2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{a^2+2}{(a^2-2)^2}\right\}.$$

Quand $d < b\sqrt{2}$, l'attraction devient

$$\varphi''' = \frac{2fm\mu}{b^2}\left\{\frac{a}{(a^2+2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{2a\sqrt{2}}{(a^2-2)^2}\right\}.$$

Au centre du carré l'attraction est nulle, mais l'équilibre est instable, car en supposant $a$ très-petit et négligeant $a^2$, on a

$$\varphi''' = \frac{-2fm\mu}{b^2}\cdot\frac{a}{2^{\frac{3}{2}}} < 0.$$

Quand

$$a = \sqrt{2}, \quad \varphi''' = \infty \quad \text{et} \quad \varphi'' = \infty.$$

$a$ augmentant, $\varphi''$ diminue et sa diminution est très-rapide.

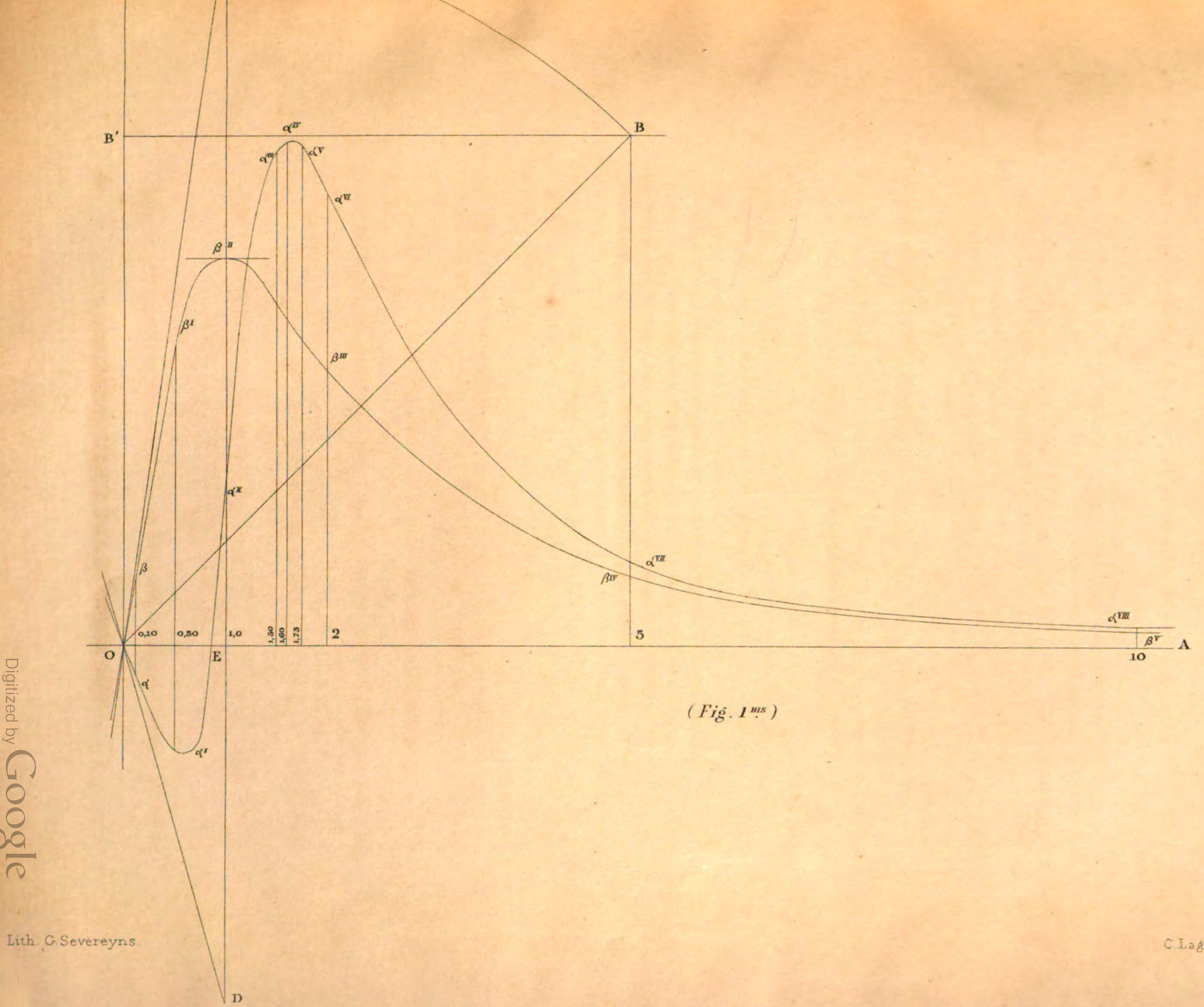
Voici quelques valeurs de $\varphi''$ pour diverses valeurs de $a$ :

| $\frac{a}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\varphi''}{\infty}$ |
|---|---|
| 2 | $3.27\,\frac{fm\mu}{b^2}$, |
| 4 | $0.28\,\frac{fm\mu}{b^2}$, |
| 10 | $0.04\,\frac{fm\mu}{b^2}$. |

Ainsi quand la distance au centre du système passe de la valeur $10b$ à la valeur $2b$, c'est-à-dire devient 5 fois moindre, l'attraction sur un point de la diagonale, au lieu de devenir 25 fois plus grande, le devient $\frac{3.27}{0.04} = 81.75$ fois plus, ce qui revient à dire que l'attraction varie *à peu près* entre ces limites en raison inverse du cube des distances au centre du système (plus exactement en raison inverse des puissances 2.7).

Cette remarque et d'autres analogues sur la rapide croissance de l'attraction des systèmes attractifs formés de points distants, peuvent trouver leur application dans des questions de physique moléculaire. »






(Fig. 1^bis)

Lith. G. Severeyns

C. Lagrange del.

# DE L'ORIGINE ET DE L'ÉTABLISSEMENT

DES

# MOUVEMENTS ASTRONOMIQUES;

PAR

M. C. LAGRANGE,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE MILITAIRE DE BRUXELLES,
ASTRONOME-ADJOINT A L'OBSERVATOIRE ROYAL.

---

(Présenté à la Classe des sciences de l'Académie dans la séance du 1er juin 1878.)





DE L'ORIGINE ET DE L'ÉTABLISSEMENT

DES

# MOUVEMENTS ASTRONOMIQUES.

## SECONDE PARTIE.

SOMMAIRE. — Formation des globes. — Le problème du monde matériel consiste à déterminer les mouvements d'atomes primitivement au repos et soumis à leurs actions réciproques. — Digression sur la nature des forces en action : attraction et répulsion. — En partant de là, on trouve que, dans leur formation, les globes arrivent à une période telle qu'ils sont assimilables aux masses déformables de la 1re partie.— Plusieurs globes soumis à leurs actions réciproques prennent des mouvements de rotation.— Conséquences de la rotation d'un globe : Mouvements de révolution des globes environnants ; Combinaison de la force centrifuge et de la condensation. — Causes de la faible excentricité des orbites. — Application au système solaire : Discussion de l'origine des planètes. Les planètes sont des globes formés indépendamment du soleil, en dehors de son atmosphère. — Particularités du système solaire. — Considérations générales.

1. — Dans la première partie de ce mémoire j'ai fait voir que, dans certaines conditions, des systèmes matériels au repos dans leurs positions initiales et soumis à leurs attractions réciproques, peuvent prendre sur eux-mêmes des mouvements de rotation et que de ces rotations naissent des révolutions des systèmes les uns autour des autres. Je vais chercher maintenant à faire l'application de ces théorèmes de mécanique à l'établissement des mouvements astronomiques.

Les masses auxquelles appartiennent ces mouvements sont les globes



répandus dans l'espace. Si nous considérons l'un d'eux, l'ensemble de tous les autres constitue un système attractif sous l'action résultante duquel il prend ses mouvements. Chacun de ses points matériels a ainsi un mouvement de translation, mais les vitesses de translation n'étant pas égales, il en résulte en général un mouvement instantané de rotation du globe sur lui-même.

Si l'on assimile les globes à des corps solides, la rotation ainsi déterminée doit finir par changer de signe, parce que l'équilibre stable de rotation d'un corps solide attiré est toujours possible et que par conséquent aucune rotation continue ne peut s'établir dans ce cas.

Si, conformément à une opinion depuis longtemps fort répandue, on admet, au contraire, que les globes ont été ou sont encore des masses fluides (liquides ou gazeuses dans le sens de la mécanique rationnelle), il est pareillement impossible d'expliquer leurs mouvements continus de rotation sur eux-mêmes, l'équilibre stable de semblables masses sous l'action attractive d'un système quelconque étant toujours possible, comme dans le cas précédent.

J'ai cherché et trouvé dans la 1re partie les conditions générales de déformation que doit affecter une masse pour prendre une rotation continue sous l'action d'un système. L'existence de tels mouvements dans les globes nous permet d'induire légitimement qu'à une certaine époque ils ont possédé les conditions de déformation dont il s'agit.

Je pourrais donc m'appuyer sur ces conditions à titre d'hypothèse, en déduire les mouvements de rotation des globes et ensuite leurs révolutions; mais il me paraît plus clair, plus méthodique et plus intéressant de commencer par chercher dans la génération même des conséquences de l'attraction universelle, la manière graduelle dont ces conditions se sont réalisées et de faire voir ainsi dans un coup d'œil d'ensemble que la même puissance qui règle les mouvements des globes est la cause première de ces mouvements.

Dans la courte et simple exposition synthétique qui va suivre, je puis, d'ailleurs, me tenir en dehors des discussions de détail auxquelles donne encore lieu la divergence des opinions sur les principes de la philosophie naturelle, et ne prendre pour points de départ que des objets reconnus par la science. Ceci posé, j'entre en matière.

2. *Problème général du monde matériel*, §§ 2, 3, 4. — Les masses dont nous avons à étudier la formation sont les *globes;* les globes sont formés de *corps*, les corps en général de *molécules* et les molécules d'*atomes*, de telle sorte qu'en dernière analyse chaque globe est un système d'atomes matériels.

3. — Les globes n'ont pas toujours été tels qu'ils sont au moment actuel; l'étude du monde physique nous prouve que les forces de ce monde ne sont pas seulement *conservatrices*, mais aussi *formatrices;* l'astronomie et la géologie témoignent que c'est par la condensation graduelle d'une masse peu dense occupant un énorme volume que se forment les systèmes sidéraux, composés de faibles espaces occupés par de la matière avec de grandes densités et d'espaces extrêmement grands dans lesquels la matière n'existe plus qu'à des densités négligeables par rapport aux premières. « Il nous a suffi, » dit Arago, « de grouper convenablement les diverses formes qu'affectent les nébuleuses diffuses pour arriver à la plus importante conclusion cosmogonique. A l'aide de la combinaison naturelle et sobre de l'observation et du raisonnement, nous avons établi avec une grande probabilité qu'une condensation graduelle de la matière phosphorescente conduit comme dernier terme à des apparences sidérales, *que nous assistons enfin à la formation de véritables étoiles* (*). »

4. — A travers toutes les formations de molécules et de corps qui accompagnent cette condensation graduelle des globes, les seuls objets qui restent constants et identiques à eux-mêmes sont les *atomes*, qui constituent les molécules, les corps et les globes, et l'état de la condensation est en chaque instant défini par les positions relatives de ces atomes.

Dans le langage géométrique de la mécanique rationnelle, *condensation* signifie *diminution des distances des atomes;* l'observation prouvant que les globes ont occupé primitivement des volumes beaucoup plus considérables qu'aujourd'hui, il s'ensuit que les distances des atomes d'un globe étaient alors beaucoup plus grandes qu'à l'instant actuel. Ce qui est vrai d'un globe

(*) *Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1842.

est vrai de tous, est vrai des nébuleuses que nous voyons donner naissance à des globes innombrables, est vrai du monde physique tout entier. Si donc nous voulons arriver par la pensée à une conception nette de ce monde avant la formation, nous pouvons légitimement le concevoir comme un *système d'atomes matériels placés à distance les uns des autres, soumis à leurs actions réciproques et au repos dans leurs positions initiales*. Je dis *au repos dans leurs positions initiales,* attendu que le *mouvement* étant un objet complexe qui résulte de l'*espace,* de la *force* et du *temps,* principes premiers, rien ne nous oblige à supposer nécessairement outre la *force* un résultat de l'action de la *force* (*).

5. *Lois générales des mouvements.* — Les forces qui agissent sur les atomes tendent à les rapprocher ou à les éloigner; elles sont attractives ou répulsives.

Partons de l'existence aujourd'hui scientifiquement établie d'une force d'attraction réciproque et voyons quelles sont les conséquences de l'action d'une telle force sur un système d'atomes matériels. Le problème serait résolu si l'on connaissait la trajectoire décrite par un quelconque des atomes du système sous l'impulsion de la résultante des attractions de tous les autres.

L'analyse n'est pas encore parvenue à résoudre les équations de ce mouvement dans le cas général, mais elle a déduit de ces équations des lois auxquelles satisfont les mouvements des différents atomes du système.

Ces lois, dans le cas des vitesses initiales nulles, sont les suivantes :

1° Le centre d'inertie des atomes est immobile dans l'espace;

2° La somme des projections sur un plan quelconque des aires décrites par les rayons vecteurs des atomes, multipliées par leurs masses, est constamment nulle (les rayons vecteurs émanent d'un point quelconque);

3° La somme des forces vives des atomes sur leurs trajectoires égale en chaque instant le double du travail des forces réciproques depuis le temps zéro jusqu'à cet instant.

(*) En toute hypothèse sur la nature de la force on peut la définir une *cause* de mouvement; donc aussi en toute hypothèse il est légitime de chercher à déduire tous les mouvements de l'action des forces reconnues. C'est procéder du simple au composé et éviter une hypothèse nouvelle.



Elles nous fournissent quelques résultats généraux importants. Ainsi la seconde loi prouve que les atomes par leurs attractions réciproques ne peuvent tous posséder à la fois un mouvement angulaire commun autour d'un axe, ou autrement que leur ensemble ne peut prendre de mouvement de rotation continu sur lui-même (mouvement qui, d'après la première loi, ne pourrait avoir lieu qu'autour d'un axe passant par le centre d'inertie).

La troisième loi nous montre que la somme des forces vives des atomes ne peut dépasser un maximum qui serait atteint *si* tous les atomes se réunissaient au contact en une masse compacte. En ce moment-là, en effet, tout le travail disponible de la force d'attraction serait dépensé.

6. *Existence d'une force de répulsion.* — Si l'attraction réciproque était seule agissante et si les atomes se réunissaient au contact, *rien* ne pourrait leur restituer en sens inverse la force vive acquise (*). L'existence d'une force réciproque répulsive capable d'équilibrer l'attraction deviendrait donc nécessaire et serait prouvée si cette réunion, conforme d'ailleurs à la loi des aires, avait lieu.

Cependant l'analyse ne donne pas cette dernière réunion comme nécessaire, mais seulement comme possible. Il n'en est pas de même de l'observation des faits du monde physique et des inductions que l'on peut en déduire.

Tous les phénomènes de ce monde sont en effet la réalisation du problème de mécanique qui nous occupe; par conséquent, si l'étude de quelques-uns de ces faits nous prouvait que, dans le cas de l'Univers, la rencontre aurait dû se produire au moins pour certains groupes d'éléments, en supposant que l'attraction réciproque soit la seule force agissante, nous serions fondés à en déduire l'existence d'une force de répulsion. Or je puis dès à présent indiquer quelques faits où cette rencontre fatale des éléments est en évidence. Ces faits sont ceux des constructions moléculaires des corps et en particulier les *cristallisations régulières.* Je suis arrivé sur ce sujet important à démontrer que les formes des cristaux (surtout des cristaux du système cubique) dépendent essentiellement des positions initiales des centres d'inertie des éléments avant

(*) Supposer les atomes élastiques, c'est invoquer une force répulsive.

la formation de ces cristaux; or, *ces positions sont telles que si l'attraction réciproque est la seule force agissante, la réunion des molécules suivant les lignes de leurs centres est inévitable.*

De cette théorie de la cristallisation, que j'espère présenter dans un travail subséquent, je conclus donc qu'une *force de répulsion* est nécessaire pour équilibrer les effets de l'attraction réciproque des éléments des corps et que par conséquent elle existe.

Je n'ai pas à discuter ici où cette force réside, il me suffit de constater son existence. Elle est d'ailleurs en évidence dans les faits aussi bien que l'attraction. C'est grâce à cette répulsion, manifeste dans l'expansion des gaz, l'élasticité des solides, la dilatation, etc., que deux atomes qui se meuvent l'un vers l'autre atteignent un maximum de vitesse, puis des vitesses nulles à une distance déterminée de leurs centres, quand le travail de la répulsion égale celui de l'attraction. A partir de ce moment, la répulsion l'emporte sur l'attraction et les atomes se meuvent en s'éloignant.

Il ne paraît donc pas que la répulsion soit une force centrale dont l'intensité varie uniquement avec la distance des atomes : aucun rapprochement permanent ne serait possible dans ce cas, aucune condensation, aucune formation stable ne pourraient s'effectuer (*).

Cette remarque a pour but de prévenir une objection que ne manquerait pas de soulever ce qui va suivre, quand nous arriverons à la formation par condensation.

**7.** *Identité de la force répulsive et de la température.* — Quels doivent être les effets généraux de la répulsion dont l'existence nécessaire a été con-

(*) Pour préciser ma pensée je *comparerai* la force de répulsion à l'élasticité d'un fluide expansif dont les éléments occuperaient l'espace entre les autres atomes; en se rapprochant les atomes comprimeraient ce fluide et s'arrêteraient au moment où la pression aurait détruit leur force vive, mais la force vive qu'ils reprendraient en sens inverse par l'expansion du fluide ainsi comprimé ne redeviendrait pas égale à celle qu'ils possédaient avant la compression; une partie de cette force vive serait communiquée au fluide, qui, la transmettant en tous sens autour du point de compression, diminuerait ainsi d'autant sa pression, c'est-à-dire l'intensité de la répulsion. Les atomes ne retourneraient donc pas jusqu'à leurs positions initiales et par conséquent se rapprocheraient d'une manière permanente. Ceci, je le répète, est uniquement à titre de comparaison et je ne prétends pas formellement qu'il en soit ainsi.



statée et qui doit être aussi universelle que l'attraction? — Il est clair qu'à mesure que son intensité croît, elle tend de plus en plus à l'emporter sur l'attraction, c'est-à-dire à augmenter les distances des éléments des corps et même les amener à un point tel qu'elle devient prépondérante et que pour l'équilibrer l'action de forces extérieures aux corps devient nécessaire. Or tous ces effets de la répulsion sont réalisés en effet par la *chaleur* qu'on a toujours regardée en toute hypothèse comme la force qui équilibre les attractions élémentaires. Je puis donc dès à présent, pour fixer les idées, identifier la force répulsive avec la chaleur et son intensité avec la température.

8. — La digression des paragraphes précédents sur l'espèce des forces en action dans le monde physique, en nous conduisant à la conception de deux puissances opposées (attraction et répulsion) qui déterminent les mouvements des atomes, va nous permettre de tracer très-simplement les grandes lignes de sa formation.

9. *Formation des corps.* — La distribution initiale la plus générale que nous puissions concevoir est celle d'atomes inégalement massifs et inégalement distants.

Il est naturel cependant de supposer que les moins massifs sont les plus nombreux et occupent les espaces existant entre les plus massifs.

Chaque atome tend à condenser autour de lui les atomes environnants : la force accélératrice qu'il exerce croît avec la masse et diminue par la distance; la vitesse de condensation ne dépend pas des atomes extérieurs, mais varie seulement avec leurs distances à l'atome central attirant.

Par suite de l'inégalité de la distribution et parce que les masses les plus fortes exercent les plus grandes forces accélératrices, ces masses deviennent les centres de petits noyaux de formation ou molécules, inégalement distribués eux-mêmes, et dans lesquels les atomes extérieurs condensés ne font plus, sous la double action de l'attraction et de la répulsion, qu'osciller autour de positions d'équilibre stable par rapport à la masse centrale et leurs oscillations peuvent même diminuer d'amplitude jusqu'à s'annuler (ainsi qu'il résulte de l'observation faite à la fin du § 6).

Ces molécules se conduisent entre elles sous leurs attractions réciproques

comme les atomes, c'est-à-dire que les plus massives condensent les molécules environnantes les plus rapprochées et qu'ainsi se forment de nouveaux systèmes matériels, groupes de molécules, ou *corps*.

**10.** — Ce n'est pas ici le lieu de s'occuper spécialement de la formation des corps; arrêtons-nous-y cependant un instant pour faire remarquer que les molécules, formées d'atomes, sont des systèmes matériels qui possèdent des axes d'attraction maximum et minimum. Dans leur réunion pour former les corps, elles obéissent à ces axes qui jouent un grand rôle dans les propriétés de ces derniers. (Ils sont facteurs premiers dans la dureté et en général dans toutes les cristallisations.)

On conçoit facilement que, dans les solides les axes d'attraction sont énergiques et s'opposent aux mouvements relatifs des molécules (solidité), que dans les liquides l'influence de ces axes est nulle ou peu sensible et laisse une liberté plus ou moins grande à ces mouvements et que, dans les gaz la force de répulsion l'emporte sur l'attraction et doit être équilibrée par une *pression* extérieure (*).

(*) L'existence des tensions maximum des vapeurs dans le passage de la gazéité à la liquidité, se déduit aisément de l'existence des deux forces d'attraction et de répulsion.

Soient $p$ la pression d'un gaz ou vapeur, T la tension ou tendance à l'expansion due à la force de répulsion, S la quantité dont T est diminuée par le pouvoir moléculaire du gaz. On a $p = T - S$, T et S sont fonctions de la densité $\delta$ du gaz et augmentent avec cette densité; mais leur différence peut ne pas croître et ne croit pas en effet indéfiniment avec $\delta$; c'est-à-dire que, si l'on réduit le volume du gaz, $p$ augmente jusqu'à un maximum P, déterminé par la relation

$$\frac{d(T - S)}{d\delta} = 0.$$

Or cette pression maximum présente un caractère mécanique extrêmement remarquable, c'est que, si on la dépasse, les éléments du gaz sont alors dans un état d'équilibre instable. En effet, si dans ces conditions un élément gazeux se déplace dans une direction quelconque, la densité $\delta$ du gaz augmente dans cette direction et diminue d'autant dans la direction diamétralement opposée; donc aussi la *pression diminue* dans la direction du déplacement et *augmente* en sens opposé. Il en résulte que si un élément quelconque se déplace de sa position d'équilibre, la différence de pression résultante, au lieu de le ramener dans cette position, l'en déplace de plus en plus. Si donc on comprime un gaz au delà de sa tension maximum, il arrivera nécessairement qu'une partie de sa masse se condensera, et cette partie sera déterminée par la condition que la *pression* dans le reste de cette masse soit redevenue égale à la *tension maximum*. — Tel est le véritable principe de la théorie des vapeurs saturées. L'équation $\frac{d(T-S)}{d\delta} = 0$ est la loi qui lie la densité d'une vapeur saturée à la température.



**11.** *Formation des globes.* — Continuons maintenant l'examen de la formation. Ce qui a lieu pour les atomes et les molécules a lieu pour les *corps;* les plus massifs, condensant autour d'eux les corps environnants, deviennent les centres de nouveaux noyaux de formation plus considérables ou *globes,* de telle sorte que finalement il existe dans l'espace un nombre plus ou moins grand de centres de formation prépondérants (globes) inégalement distribués, plus ou moins énergiques les uns que les autres, qui continuent encore à condenser les *atomes, molécules, corps* et *globes* moins massifs qui les environnent.

Il convient de remarquer ici que tous les globes ne se forment pas en même temps, ou, plus exactement, qu'ils n'arrivent pas tous en même temps aux différentes périodes qui caractérisent leur formation. Il est clair que si l'on considère plusieurs noyaux inégaux en puissance, la condensation se fera d'autant plus vite autour d'eux qu'ils seront plus massifs et qu'ainsi, en thèse générale, au bout d'un temps déterminé, c'est la formation des globes les plus considérables qui sera aussi la plus avancée.

La condensation continuerait comme précédemment, les globes pouvant se réunir aux globes les plus voisins pour donner lieu à des globes de plus en plus massifs, ou pour être détruits par leur force vive de chute transformée en chaleur, chaleur qui provoquerait la dispersion de leurs éléments dans les espaces, si, par leur constitution même, une partie du travail de l'attraction ne leur imprimait de la force vive normalement aux lignes qui joignent leurs centres.

**12.** *Coup d'œil régressif sur la formation des corps.* — Avant de montrer à l'aide de quel mécanisme ce résultat est atteint, il importe de faire une observation pour justifier ce qui précède.

Nous avons conçu la *matière diffuse* qui donne naissance aux globes comme formée d'atomes à distance et nous avons dit que ces atomes par leurs attractions peuvent former des corps solides.

Or il serait bien difficile de concevoir cette formation de solides si l'on assimilait l'ensemble des atomes ou des molécules avant la formation des corps à une masse de gaz ou de vapeurs portés à une haute température.

Dans les gaz et les vapeurs, en effet, la force d'expansion l'emporte constamment sur l'attraction des parties et l'élévation de la température a pour effet de l'exalter au delà de toute limite. Mais la diffusion de la matière ne nous oblige en rien à supposer cette matière à l'état de *dissociation par la chaleur*. Bien au contraire, si nous nous appuyons sur la corrélation intime de la chaleur et de son intensité avec le travail des forces, nous serons logiquement conduits à conclure qu'avant toute dépense de travail, la quantité de chaleur de l'Univers et son intensité étaient nulles et que la température s'est graduellement élevée au-dessus du zéro absolu aux dépens du travail effectué par l'attraction réciproque pour diminuer les distances des atomes (*).

La chaleur pouvant résulter de la transformation de l'énergie potentielle des forces d'attraction, c'est faire une hypothèse gratuite que de supposer avant la dépense d'aucune énergie, l'existence d'une certaine quantité de chaleur.

**13.** *Détails sur la formation des globes.* — Revenons maintenant dans cet ordre d'idées à la formation des globes.

La formation des solides a dû précéder celle des liquides et des gaz, mais n'a pu continuer indéfiniment à cause de l'accroissement graduel de la température.

Des corps solides étant d'abord formés à très-basse température et se trouvant en présence décrivent des trajectoires et se précipitent les uns vers les autres selon des lois connues.

Ainsi se forme le noyau d'un globe.

Leur force vive de chute se transformant en une quantité de chaleur équivalente, ils s'échauffent ainsi que les corps environnants.

L'élévation de la température est d'autant plus grande :

1° Que ces corps sont plus massifs;

2° Que les chemins qu'ils ont parcourus sont plus considérables.

Cette élévation pourra donc être très-faible s'ils sont très-peu distants.

(*) Cette dernière idée est une extension des idées de Mayer, Thomson et Helmholtz (Helmholtz, *Conservation de la force*. Thomson, *On the mechanical energies of the solar system. Philosophical Magazine*. Vol. VIII, p. 419).



Les corps voisins attirés par le groupe des premiers corps viendront de même se joindre à eux; leur force vive de chute se transformera en chaleur et ils s'échaufferont ainsi que les corps de la couche extérieure du globe sur lequel ils tombent; les corps des couches intérieures pourront s'échauffer également après un certain temps par conductibilité.

La force vive de chute des corps, donc la quantité de chaleur équivalente, augmentent à mesure que le globe devient plus massif et que ces corps appartiennent à des couches plus éloignées du centre du globe.

Ainsi, dans la première période de sa formation, un globe se réduit à un noyau de corps à basse température; ce noyau augmente graduellement par l'adjonction des corps environnants; en même temps que la masse du noyau, augmente sa température, mais cet accroissement de température a constamment lieu à sa surface et se propage par conductibilité vers ses couches intérieures, en même temps qu'elle rayonne vers l'espace extérieur et échauffe les corps de la surface.

En vertu de cet accroissement de température il doit arriver un moment où, certains corps, ne pouvant plus exister à l'état solide à la surface du globe, passeront à l'état liquide; d'autres ne pourront plus même conserver cette dernière forme et se transformeront en vapeurs.

Ces derniers, retenus autour du globe par attraction, lui forment une atmosphère dense dans laquelle les pressions vont en diminuant suivant les rayons, de la surface vers l'extérieur, chaque couche gazeuse concentrique au noyau équilibrant par sa force expansive le poids total de celles qui lui sont extérieures, — et ces pressions, à une distance donnée du centre augmentent continuellement et très-rapidement à mesure que la masse du noyau s'accroît.

Mais, tandis que les tensions de l'atmosphère gazeuse croissent autour du globe, la résistance offerte aux corps solides dans leur chute devient plus considérable; cette chute est donc ralentie après avoir passé par un maximum de vitesse et il arrive un moment où, la force d'attraction égalant la résistance offerte par l'atmosphère dense à leurs surfaces, ces corps ne peuvent plus qu'osciller autour de positions d'équilibre stable, à distance du noyau central.

L'amplitude de ces oscillations est d'autant moindre que la quantité de chaleur due à la chute et communiquée à l'atmosphère pour faire vibrer ses éléments ou les disperser dans l'espace environnant est plus grande.

**14.** *Dispersion de la chaleur due à la chute des corps.* — La quantité de chaleur due à la force vive de chute se dépense donc en partie en communiquant de la force vive aux éléments de l'atmosphère. Ces éléments vibrent autour de positions d'équilibre stable ou sont dispersés par expansion. Leurs forces vives se communiquent par couches concentriques autour du globe et diminuent d'autant sa quantité de chaleur totale. On peut induire que de là proviennent les pouvoirs lumineux, calorifiques, électriques des globes; que c'est par la force vive ainsi communiquée que les globes agissent les uns sur les autres, que par elle l'état superficiel et intérieur d'un globe dépend en grande partie des positions relatives et de la puissance d'action des globes environnants.

**15.** *Condensation de l'atmosphère.* — Il résulte de ces considérations que la température de l'atmosphère, après avoir crû jusqu'à un maximum, diminue graduellement. A mesure que le refroidissement augmente, la réunion des éléments de l'atmosphère pour former des corps solides ou liquides devient plus facile et elle se dégage ainsi de ces éléments qui vont se joindre au noyau central pour augmenter sa masse; d'autres corps solides restent encore suspendus dans l'atmosphère si elle est suffisamment dense et oscillent autour de positions d'équilibre stable comme il est dit plus haut.

Je ne dois pas, dans ce court aperçu de la construction des globes, chercher à faire l'histoire des formations géologiques ni tâcher de montrer comment les précipitations des corps de l'atmosphère sont déterminées, objets dans lesquels l'influence des globes environnants paraît jouer un rôle prépondérant.

Il me suffit fort heureusement d'avoir montré comment les globes arrivent forcément dans leur formation à se composer d'un noyau central entouré d'une atmosphère dense renfermant des corps solides en équilibre à distance de ce noyau, et il me reste à examiner plus attentivement cette importante conséquence.

**16.** *Conditions de déformation de l'atmosphère.* — Les corps solides ainsi suspendus dans l'atmosphère dense du globe en formation obéissent dans leurs mouvements à des lois connues; chacun d'eux a son système d'axes d'attraction; tant à cause de l'influence prépondérante de la masse centrale que parce que l'atmosphère dense qui l'entoure de toutes parts agit, à peu près comme une sphère attirante, son axe d'attraction maximum le plus énergique coïncide, sinon exactement, du moins à très-peu près, avec le rayon qui joint son centre d'inertie à celui de la masse centrale.

Si un effort quelconque est exercé sur le corps pour le déplacer de sa position d'équilibre, il est donc sollicité suivant ce rayon avec une énergie maximum. Si on l'éloigne du noyau central, il est sollicité à s'en rapprocher par la différence positive de l'attraction de ce noyau et de la résistance de l'atmosphère dense; si on l'en rapproche, cette différence devient négative et il est sollicité à s'en éloigner.

**17.** — Remarquons maintenant qu'à un milieu déformable ainsi constitué les conditions de l'équilibre des fluides ne sont pas applicables. Ces conditions sont en effet basées sur l'égale transmission des pressions, ce qui suppose la liberté complète des éléments et l'uniformité de leur distribution en tous sens. Ni l'une ni l'autre de ces conditions ne sont remplies : dans l'atmosphère d'un globe en formation, des éléments différents inégalement distribués se sont réunis pour former des corps de structures et de formes variées, dont les mouvements relatifs sont entravés par les axes d'attraction. De plus, dès qu'il y a solidarité entre un certain nombre d'éléments, la pression exercée en un point de l'agrégat qu'ils forment, se conserve maximum dans le sens où elle a été exercée.

**18.** — Il résulte de là que les globes en formation sont exactement assimilables aux masses déformables qui ont fait le sujet de la 1[re] partie, masses idéales dans lesquelles les molécules ne sont pas libres de se mouvoir avec une égale facilité en tous sens, et spécialement à celles que nous avons étudiées et dans lesquelles chaque molécule est assujettie à se mouvoir sur le rayon qui émane d'un centre. Ce centre est, dans le cas d'un globe, le centre

du noyau de ce globe. Les conséquences que nous avons déduites de ces conditions de déformation sont donc aussi applicables aux globes.

**19.** *Rotation des globes en formation.* — Après ce que nous avons démontré dans la 1[re] partie, cette application est simple et évidente. Nous avons vu, en effet (§ 5, 1[re] partie), qu'en général l'équilibre statique de rotation d'un système matériel tel que celui dont il vient d'être question ne peut s'établir sous l'action d'un système attractif extérieur et que par conséquent ce système doit prendre une rotation continue dans un sens déterminé.

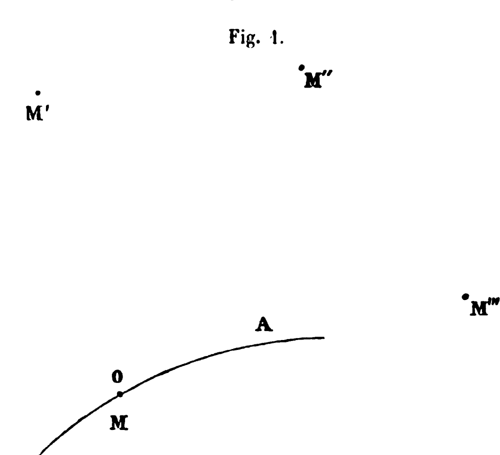


Fig. 1.

Si maintenant nous considérons (fig. 1) plusieurs globes M, M', M''... formés dans l'espace, les mouvements de l'un d'eux, M, sont déterminés par l'attraction du système de tous les autres M', M''.... Sous cette action le centre O du globe M prend un mouvement de translation et décrit une trajectoire OA.

La forme de M s'obtiendra en appliquant d'abord à chacun de ses points une force accélératrice égale et de signe contraire à celle qui sollicite le point O, composant cette force avec celle que le système M', M''... exerce directement sur lui et décomposant la *résultante* suivant le rayon qui joint ce point au centre O. En égalant cette composante radiale à la force qui sollicite le point considéré vers le centre (et qui dans le cas du globe est la différence entre l'attraction du noyau et la tension de l'atmosphère dense), on obtient l'équation de la surface limite du globe M déformé.

La *résultante* indiquée ci-dessus donne en outre pour chaque point de M, une composante normale au rayon. De l'ensemble de ces composantes normales résulte un moment de rotation qui sollicite le globe à tourner autour d'un axe instantané. Ce moment, comme nous l'avons suffisamment montré dans la 1[re] partie, dépend essentiellement de la forme de M, et n'est pas nul en général.

S'il l'était, le seul mouvement de rotation du globe, rotation qui ne serait pas nécessairement toujours de même sens, serait dû au déplacement de O sur sa trajectoire courbe OA, le globe changeant insensiblement de forme à mesure que ce déplacement s'opérerait. Nous n'avons pas à nous en occuper ici.

Le moment de rotation n'étant pas nul, l'équilibre statique de rotation de M est impossible et une rotation continue doit s'établir autour du point O.

**20.** — Ce qui a lieu pour l'un des globes, M, a lieu pour chacun des autres globes M′, M″.... Leur équilibre statique de rotation est impossible et par conséquent tous prennent sur eux-mêmes des mouvements continus de rotation.

La valeur et le sens du moment de rotation qui sollicite l'un d'eux est fonction de sa forme, de sa masse, de celles des globes attirants et des positions relatives de ces globes. Ces positions relatives sont déterminées par les distances des centres et les angles que font entre elles les lignes de ces centres. Elles varient donc d'une manière continue à mesure que s'accomplissent les mouvements de translation des globes. Il en résulte qu'au bout d'un temps déterminé, le sens du moment de rotation qui sollicite un globe peut changer; dans ce cas la vitesse angulaire croît jusqu'à un maximum pour diminuer ensuite.

Si les distances des globes sont extrêmement grandes, leurs centres pourront parcourir des chemins considérables et les angles de leurs rayons vecteurs varier très-peu; il en sera de même des longueurs de ces rayons qui ne diminueront ou n'augmenteront également que de petites fractions de leurs grandeurs. Il en résulte (d'après ce qui précède) que le sens des moments de rotation pourra dans ce cas rester le même pendant que les globes parcourront dans l'espace des distances absolues considérables. Le grand éloignement des globes favorise donc le maintien pendant une longue période de temps du sens constant d'action des moments de rotation.

Pour déterminer exactement les variations de ces moments, il faudrait connaître les trajectoires décrites par les globes sous leurs attractions mutuelles; la solution de ce problème nous serait indispensable si les globes conservaient

indéfiniment la constitution qu'ils possèdent dans la période considérée jusqu'ici. Mais, par l'effet de leur condensation, la rotation qui leur a été imprimée leur reste acquise. On conçoit en effet que si un globe déformable, après avoir acquis une rotation, venait à se solidifier, les forces qui seraient capables de lui donner une rotation contraire s'annihileraient en même temps.

Résumons-nous : Le fait capital que nous cherchons à mettre en évidence et qui nous suffit, c'est que les globes se formant par la condensation de la matière autour de certains centres prépondérants, prennent sur eux-mêmes par leurs attractions réciproques des mouvements continus de rotation, chacun dans un sens déterminé; la distribution dissymétrique des globes en masses et en distances est nécessaire à l'établissement de ces rotations, et elle dérive forcément de l'inégalité de la distribution des atomes avant la formation.

Si les centres des globes étaient fixes, la rotation de chacun d'eux continuerait éternellement dans le même sens; comme ils sont libres, il se peut qu'avec le temps leurs positions relatives changent assez pour que les moments de rotation prennent des signes contraires, en supposant que leur constitution reste la même; mais, en tous cas, jusqu'à cet instant leurs rotation restent de même sens, et comme la condensation des globes s'effectue peu à peu pendant toute cette première période et, qu'avec ses progrès, diminue graduellement l'énergie des composantes déviatrices qui produisent la rotation, il en résulte que les rotations imprimées ainsi graduellement croissent jusqu'à un maximum et restent acquises aux globes.

Il est fort intéressant de remarquer que l'établissement des mouvements précédents ne suppose point connues les lois de l'attraction et de la répulsion; il suffit simplement d'admettre que ces forces augmentent à mesure que la distance des éléments diminue. Ils constituent une conséquence de la théorie générale des forces centrales et auraient pu être réalisés par d'autres lois d'action que celles de la nature.

**21.** *Conséquences de la rotation des globes.* — Nous avons à examiner actuellement les conséquences des rotations imprimées aux globes M, M′, M″... à divers points de vue :

1° Au point de vue des mouvements des centres de ces globes les uns par rapport aux autres;

2° Au point de vue des mouvements qu'un globe déformable en rotation M imprime à des globes moins massifs M, M′, M″... qui se forment autour de lui;

3° Au point de vue des formes que prennent ces globes sous l'influcnee de la force centrifuge et des effets de la combinaison de cette force centrifuge et de la condensation des globes.

22. *Mouvements des globes* M, M′, M″.... — L'analyse est impuissante à déterminer dans le cas général les mouvements de révolution de ces globes. Je me propose seulement de rappeler ici que par leurs rotations deux globes qui gravitent l'un vers l'autre peuvent être maintenus à distance dans un mouvement de révolution (1re partie, § 14), la révolution s'établissant aux dépens de la rotation. Comme je développe cette transformation dans le paragraphe suivant, je puis me dispenser de le faire ici.

Ainsi la rotation des globes M, M′, M″..., résultat de leur attraction mutuelle, les empêche de se réunir suivant les lignes de leurs centres (*).

23. *Mouvements imprimés par un globe en rotation à des globes qui se forment autour de lui par la condensation de la matière.* — Ces mouvements dérivent du principe que nous venons de rappeler. Avant d'en faire l'application, nous dirons quelques mots de la formation successive des globes de différents ordres de grandeur, sur laquelle déjà nous avons attiré l'attention et qu'il est nécessaire de bien saisir pour la compréhension de l'établissement des mouvements.

Les centres les plus puissants exerçant à une distance donnée la plus grande force accélératrice, c'est vers eux que doit se précipiter la plus grande quantité de matière, ce sont eux qui doivent s'accroître le plus rapidement et par conséquent arriver le plus rapidement aussi, en thèse générale, aux différentes phases de leur contruction.

(*) On peut induire que cette transformation de la vitesse de révolution des globes joue ou a joué un rôle important dans les conditions d'équilibre dynamique des nombreux soleils que l'observation montre comme *pressés les uns contre les autres* dans certaines nébuleuses.

Si du centre de l'un de ces globes prépondérants on décrit une série de sphères concentriques et que l'on considère les couches sphériques que comprennent ces sphères successives, il est visible qu'au bout d'un temps donné en vertu de la loi de décroissance de la force accélératrice, la quantité de matière contenue dans les couches les plus rapprochées du centre (à volume égal) est moindre que celle que contiennent encore les couches les plus éloignées. En d'autres termes, le globe central par son attraction prépondérante raréfie les espaces les plus rapprochés de lui.

Les éléments que contiennent les couches sont entraînés vers le globe central, mais si l'on considère un groupe de ces éléments et qu'on fasse abstraction de leur vitesse commune, on voit qu'en mouvement relatif, ils doivent donner lieu aux mêmes phénomènes que les globes considérés jusqu'ici, c'est-à-dire se réunir pour former des corps et ces corps pour former des globes, globes d'ordre inférieur au globe central sous le rapport des masses et qui, d'après l'observation ci-dessus, sont généralement d'autant plus puissants que les distances du centre auxquelles ils se sont formés sont plus grandes.

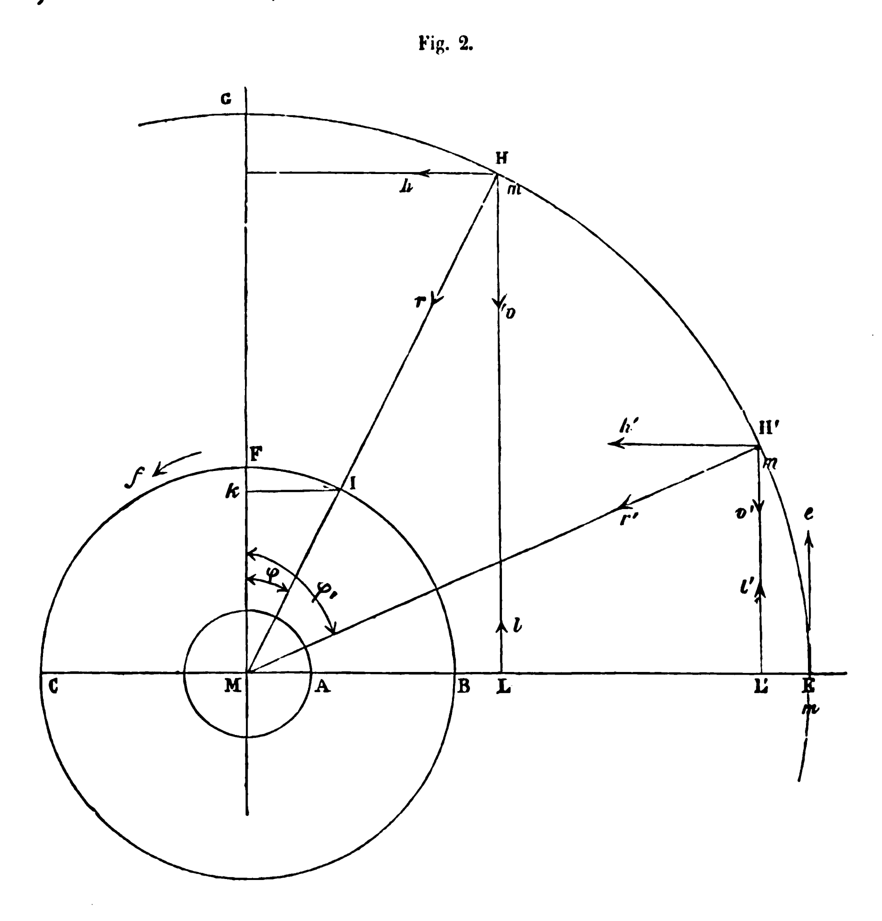
On peut nommer le globe central et ceux qui lui sont comparables en grandeur, *globes du 1er ordre,* et les globes moindres que nous venons de voir se former autour de ces derniers, *globes du 2e ordre.*

Ce qui a lieu pour les globes du 1er ordre arrive pour ceux du second, c'est-à-dire que les éléments non encore réunis à ces derniers et compris dans des couches concentriques décrites de leurs centres, se réunissent pour former des globes inférieurs en grandeur, qui sont du *3e ordre;* autour de ces globes du 3e ordre peuvent s'en former du 4e ordre, et ainsi de suite.

D'après ce que nous avons dit au commencement de ce paragraphe, on conçoit que la formation des globes du 1er ordre a dû précéder celle des globes d'ordres suivants et être plus rapide; que celle des globes du 2e ordre a suivi celle des globes du 1er ordre et précédé celle des globes des 3e, 4e,.... ordres, et ainsi de suite. Telle a dû être, en thèse générale, d'après la loi d'action de la gravitation, qui agit proportionnellement à la quantité de matière, la loi de succession dans la formation des mondes. Il est donc permis, pour fixer les idées au sujet du grand problème qui nous occupe, d'accen-

tuer ces différentes périodes et d'en considérer une première dans laquelle les globes du 1er ordre, étant formés, ont établi leurs rotations sur eux-mêmes par leurs attractions réciproques; une seconde dans laquelle les globes du 2e ordre se formant autour d'un globe central en rotation subissent l'influence de cette rotation que nous allons étudier; une troisième où les mouvements des globes du 2e ordre étant établis, ceux du 3e en subissent à leur tour l'influence, et ainsi de suite.

Fig. 2.




**24.** — Ceci posé, considérons un globe du 1er ordre M (fig. 2) en rotation dans le sens $f$ autour d'un axe projeté en M, formé d'un noyau central MA et d'une atmosphère déformable AB dans laquelle la condensation s'effectue graduellement.

Sous l'influence de la force centrifuge, l'équateur CB de M a un rayon

maximum et devient plan de maximum d'attraction du globe qui prend une forme sphéroïdale de révolution autour de son petit axe projeté en M.

Supposons maintenant qu'à une distance M*m* = *d* de M se forme un globe d'ordre inférieur *m*.

Soit CMAB*m* la trace sur le plan de l'équateur de M (plan de la figure) du plan méridien de ce dernier globe qui contient le centre de *m*. Rabattons ce plan autour de sa trace, sur le plan équatorial; le centre de *m* viendra se rabattre en un point du cercle EG de rayon *d* et nous allons examiner ce qui doit résulter des différentes positions initiales de *m*. (L'intersection du plan méridien avec M est une ellipse dont le grand axe est CB. En rabattement sur l'équateur, nous confondrons pour plus de facilité cette ellipse avec le cercle CFB, cette substitution n'ayant aucune importance dans les considérations qui suivent.)

**25.** — Supposons *m* en G sur le prolongement de l'axe de rotation de M. Sous son influence attractive, l'atmosphère de M s'allongera suivant cet axe et M aura un axe d'attraction maximum dirigé dans cette direction; mais sa forme ne cessera pas d'être celle d'une surface de révolution autour de son axe de rotation et la résultante de son attraction sur *m* sera constamment dirigée suivant cet axe.

Les globes *m* et M graviteront donc l'un vers l'autre suivant l'axe de rotation jusqu'à se réunir en leur centre d'inertie.

**26.** — Si *m* est au point rabattu en H, l'axe d'attraction est dirigé suivant la ligne MH faisant avec l'axe de rotation un angle GMH = $\varphi$. Cet axe, conformément à ce que nous avons vu dans la 1re partie, est constamment dévié en avant de la ligne MH dans le sens de la rotation, c'est-à-dire se déplace sur le cercle de rayon KI = IM sin $\varphi$, base du cône droit d'angle $\varphi$ dont l'axe de rotation de M est l'axe de figure.

La résultante de l'attraction de M sur *m* n'est donc plus dirigée suivant HM, mais suivant une direction oblique à cette droite. Cette résultante, outre une composante H*r* dans le sens HM, en a une normale à ce rayon vecteur de *m*, située dans le plan tangent au cône droit, mené par la génératrice MH, et projetée en L*l* sur le plan de l'équateur.



La manière la plus simple de se représenter le mouvement de $m$ est de concevoir ce mobile se mouvant à la surface du cône droit en vertu de la force H$r$ et tournant autour de l'axe de rotation de M par l'action de la force L$l$.

On pourrait aussi décomposer H$r$ suivant HL et H$v$. L'action combinée de H$h$ et L$l$ a pour effet de faire parcourir à $m$ une trajectoire plane du genre spirale autour de l'axe de M; H$v$ a pour effet de rapprocher $m$ de l'équateur de M.

De quelque manière qu'on décompose le mouvement, on reconnaît facilement que $m$ décrit une trajectoire héliçoïdale à double courbure en se rapprochant de M et tournant autour de l'axe de rotation de ce dernier globe.

27. — La composante normale L$l$ est d'autant plus faible que $\varphi$ est plus petit (elle devient nulle quand $\varphi = 0$). Ainsi pour de faibles valeurs de $\varphi$, la vitesse angulaire de $m$ autour de l'axe de rotation de M est très-faible relativement à la force H$r$. La trajectoire décrite par $m$ n'aura qu'une très-faible courbure et les deux globes $m$ et M finiront par se rencontrer comme dans le cas où $m$ se trouvait sur le prolongement de l'axe de rotation de M. Si, au contraire, $m$ était en H$'$, l'angle $\varphi$ ayant la valeur $\varphi'$, la composante normale au rayon vecteur serait $L'l' > Ll$.

Enfin, si $m$ était en E, $\varphi = 90°$, la composante normale E$e$ serait maximum et le globe $m$ décrirait une trajectoire tout entière contenue dans le plan de l'équateur de M.

28. *Conclusion.* — Concluons de cette analyse que si les composantes normales L$l$, L$'l'$, E$e$ sont très-faibles relativement aux composantes dirigées suivant les rayons vecteurs M$m$, pour des valeurs même assez considérables de l'angle $\varphi$, les deux globes finiront par se rencontrer.

Il n'en est plus de même pour des valeurs de $\varphi$ voisines de 90°, c'est-à-dire si le globe $m$ est formé dans la zone équatoriale du globe M parce que dans cette zone la composante déviatrice acquiert sa valeur maximum et que son action peut devenir comparable à celle qui sollicite $m$ suivant le rayon vecteur.

29. *Révolution du globe extérieur.* — Ce globe se trouve alors relativement au globe M exactement dans le cas du point matériel du § 14 de la 1re partie et son centre décrit la trajectoire que nous avons déterminée dans ce paragraphe et les suivants.

Fig. 3.

En d'autres termes, *m* au lieu de suivre le rayon vecteur *m*M (fig. 3) qui le joint au centre de M est lentement dévié par la composante normale à ce rayon dans le sens *f* de la rotation de M et décrit la trajectoire *m*B, l'axe d'attraction MA étant constamment dévié en avant du rayon vecteur dans le sens de cette rotation. En même temps augmente la force centrifuge, estimée par rapport à M, et l'angle du rayon vecteur et de la tangente à la trajectoire tend vers 90°.

Dans le cas théorique examiné (§ 14, 1re partie) nous avons supposé que la force déviatrice pouvait agir indéfiniment. Il n'en est pas ainsi dans la nature.

En effet, à mesure que le globe M se condense, son atmosphère devient moins dense, par conséquent l'axe d'attraction MA devient de moins en moins énergique et avec lui s'affaiblit la composante normale.

Il arrive donc un moment où cette composante peut être considérée comme nulle ou insensible quelle que soit la vitesse de rotation du globe M.

Soit B′ la position de *m* sur sa trajectoire en ce moment et V sa vitesse acquise suivant la tangente TT′ à la trajectoire. A partir de là, *m* se mouvra comme s'il avait été lancé suivant T′T avec une *vitesse initiale* égale à V, vitesse qui a été réellement *acquise* peu à peu à partir d'une valeur nulle, — et, sous l'action attractive de M, qui agit alors à très-peu près comme une masse sphérique, le globe *m* décrit autour de M une section conique dans le plan de la tangente TT′ et du centre M.

Remarquons en terminant ce paragraphe que la condensation de M, augmentant continuellement sa vitesse angulaire, est une cause constante de

déplacement de l'axe d'attraction en avant du rayon vecteur et favorise donc la déviation de ce rayon.

Remarquons aussi qu'en vertu du principe des aires la révolution de $m$ s'établit aux dépens des moments des quantités de mouvement de M.

**30.** *Inclinaison de l'orbite.* — Si la position initiale de $m$ se trouve exactement située dans l'équateur de M, sa trajectoire $m$B est tout entière plane et située dans cet équateur. Si $m$ est formé en dehors de l'équateur, *dans la zone équatoriale de* M, nous savons que la révolution peut encore s'établir comme précédemment, mais la tangente TT′ à la trajectoire sera inclinée sur l'équateur de M, donc aussi le plan de l'orbite. C'est le cas général.

L'inclinaison sera généralement faible d'abord parce que, comme on l'a vu, les globes $m$ de la zone équatoriale de M peuvent seuls ne pas se réunir à ce dernier et ensuite parce que le plan de l'équateur de M étant un plan de maximum d'attraction, les orbites sont continuellement sollicitées à se confondre avec ce plan.

**31.** *Rotation du globe extérieur.* — Tandis que le globe $m$ gravite ainsi vers M, il passe par les diverses phases de sa formation et dès qu'il est arrivé à se composer d'un noyau solide entouré d'une atmosphère dense, non fluide proprement dite, mais déformable dans le sens que nous avons jusqu'ici attaché à ce mot, il se trouve exactement dans le cas (examiné au § 18 de la 1re partie) d'une masse déformable soumise à l'attraction d'une autre masse déformable en rotation. Cette seconde masse est ici le globe M.

La forme d'équilibre stable de $m$ est donc impossible et ce globe doit prendre sur lui-même un mouvement continu de rotation dans le même sens que M, rotation qui peut être très-faible d'abord, mais que la condensation de $m$ accélère de plus en plus et qui atteint un maximum au moment où cette condensation peut être regardée comme terminée.

**32.** *Direction de l'axe de rotation.* — Si $m$ se trouvait dans l'équateur de M, son axe de rotation serait parallèle à celui de M; s'il se trouve seulement dans la zone équatoriale, cet axe doit par cette cause faire un petit

angle avec celui de M. Nous aurons plus loin occasion de signaler une autre cause de déviation de l'axe de rotation, déviation qui peut être fort grande.

33. *Cas de plusieurs globes extérieurs. Révolutions et rotations.* — Si au lieu d'un seul globe $m$, nous en considérons plusieurs $m, m', m''$... situés dans la zone équatoriale de M, la question devient plus compliquée dans le cas général; mais elle se simplifie si les globes $m, m', m''$... sont d'ordre de grandeur inférieur au globe central M, parce qu'alors leurs attractions réciproques sont aussi d'ordre inférieur à celles que ce globe central exerce sur eux et qu'on peut dans une première approximation négliger les premières attractions pour n'avoir égard qu'aux secondes.

34. — Sous l'attraction du système des masses $m, m', m''$... situées dans la zone équatoriale de M, cette dernière masse déformable prend une forme généralement ondulée dans cette zone.

Si tous les globes $m, m', m''$... étaient placés sur une même droite passant par le centre de M, ou si leurs rayons vecteurs faisaient tous de faibles angles avec une telle droite, ils détermineraient dans M un axe unique d'attraction qui, dévié par la rotation en avant de cette droite, déterminerait comme il a été expliqué les déplacements de tous ces rayons vecteurs dans le sens de la rotation.

Généralement les globes $m, m', m''$... ne sont pas placés sur une même droite passant par le centre de M.

Alors leurs attractions déterminent dans la masse M un certain nombre d'axes d'attraction maximum tous situés dans la zone équatoriale de ce globe.

Par la rotation et la condensation, le système entier de ces axes est constamment dévié dans le sens de la rotation et constamment sollicité à revenir dans sa position première par l'attraction du système des globes $m, m', m''$... dont les rayons vecteurs par réciprocité prennent tous un mouvement angulaire autour du centre de M.

35. — Ce mouvement angulaire n'est pas d'abord nécessairement pour tous les globes dirigé dans le sens de la rotation. Mais s'il en est qui soient

d'abord sollicités en sens inverse par des axes d'attraction maximum, leurs rayons vecteurs se mouvront dans ce sens inverse à la rencontre des axes et jusqu'à se confondre avec eux et, à partir de là, les forces déviatrices agiront dans le sens de la rotation.

Aucun mouvement angulaire continu des rayons vecteurs ne pourra donc s'établir en sens inverse de la rotation de M parce que les axes d'attraction tendent constamment à être déviés en avant de ces rayons dans le sens de cette dernière; dès lors les forces déviatrices finissent toujours par agir dans ce même sens.

**36.** — Puisque les globes qui acquièrent des mouvements de révolution autour de M sont soumis à l'action d'axes d'attraction déviés en avant de leurs rayons vecteurs, ils prennent sur eux-mêmes des mouvements de rotation dans le même sens que le globe central. Ces rotations peuvent s'accélérer considérablement par la condensation des globes.

**37.** — Les révolutions de $m, m', m''$... s'établissent aux dépens de la rotation de M, en vertu du principe des aires. Ce dernier globe conserve la vitesse de rotation qu'il possédait encore au moment où les forces déviatrices sont devenues insensibles.

**38.** *Mouvements des globes d'ordres de grandeur successifs.* — Si l'on considère maintenant l'un des globes $m$, de 2e ordre, en rotation pendant que sa condensation s'opère, les globes de 3e ordre $\mu, \mu', \mu''$... formés autour de lui prendront identiquement pour les mêmes raisons que ci-dessus des mouvements de révolution et de rotation sur eux-mêmes dans le sens de la rotation de $m$.

Autour des globes $\mu, \mu', \mu''$... pourront de même s'établir les révolutions et rotations de globes $\nu, \nu', \nu''$... d'ordre inférieur et ainsi de suite, les révolutions et rotations de tous ces globes d'ordres successifs s'établissant aux dépens des forces vives de rotation des globes supérieurs, lesquelles, en dernière analyse, dépendent toutes de la force vive de rotation du globe supérieur central M.

**39.** *Causes qui modifient l'excentricité des orbites.* — Il nous reste à examiner la nature particulière des trajectoires décrites par les globes $m, m', m''...$ autour du globe central M. Déjà nous savons que, dans une première période à partir de l'origine de la formation, si les forces déviatrices deviennent insensibles après des temps de plus en plus longs, les orbites sont des ellipses dont les excentricités sont de plus en plus faibles; nous pouvons rechercher maintenant l'influence sur cette excentricité :

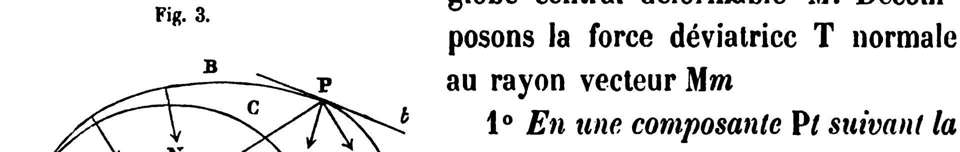
1° De l'action combinée des forces déviatrices (qui ne deviennent nulles que lorsque la condensation des globes central est terminée) et de la résistance exercée à la surface des globes par le milieu dans lequel ils se meuvent;

2° De l'augmentation graduelle de la masse du globe central par la réunion à ce globe de la matière environnante.

**40.** *Résistance du milieu.* — Étudions d'abord l'action combinée des forces déviatrices et de la résistance interstellaire, qui dérive nécessairement de l'existence des éléments au sein de l'espace (*).

Considérons le globe $m$ (fig. 4) décrivant une trajectoire sous l'action du globe central déformable M. Décomposons la force déviatrice T normale au rayon vecteur M$m$

Fig. 3.




1° *En une composante* P$t$ *suivant la tangente à la trajectoire;*

2° *En une composante* PN *suivant la normale à la trajectoire* et combinons ces deux composantes avec *la résistance* R du milieu dans lequel se meut le globe.

La résistance R s'exerce sur le globe $m$ suivant la tangente à la trajectoire. Elle est donc diamétralement opposée à la force P$t$. D'ailleurs elle est fonction de la vitesse tangentielle

(*) Si l'on veut nier l'existence actuelle d'un milieu matériel résistant interplanétaire, on ne peut cependant se refuser à admettre que cette résistance a existé lors de la formation des mondes, alors que tous les atomes dispersés dans l'espace n'étaient pas encore réunis aux globes en formation.

du mobile et l'on sait que, dans ces conditions, l'accélération de ce dernier diminue très-rapidement et que sa vitesse tend vers une valeur limite constante (Poisson, t. I[er], n° 207). En un mot, l'effet de la résistance du milieu est d'annuler celui de la composante tangentielle accélératrice P*t*. La vitesse *due à l'action de* P*t et de la résistance* R devenant constante, la trajectoire décrite de ce chef autour du globe M devient une conique, et, en supposant que la vitesse acquise ne dépasse pas certaines limites, une ellipse dont M occupe un foyer.

Ainsi la combinaison de la force centrale de M, de la composante P*t* et de la résistance R, tend à faire décrire au globe *m* une trajectoire elliptique ABA'B' autour de M.

La composante PN normale à la trajectoire agit comme force perturbatrice et vient modifier d'une façon continue la forme de cette ellipse. C'est cette modification que nous avons à apprécier.

Il est visible que la composante PN suivant la normale provient uniquement de l'excentricité de l'ellipse et qu'elle ne s'annule qu'avec cette excentricité, ainsi qu'il résulte de son expression analytique, facile à trouver, ou de la construction de la figure.

Dans le parcours ABA', le rayon vecteur MP augmente continuellement; de A' en A, il diminue.

Supposons le globe *m* dans la position P. La force déviatrice normale T est dirigée vers l'intérieur de l'ellipse, ainsi que sa composante normale PN, pour tout point de ABA'.

Dans la position P', au contraire, sur l'arc A'P'A, la force déviatrice T' est dirigée vers l'extérieur; il en est de même de sa composante normale P'N', non équilibrée par la résistance du milieu.

Ainsi, tant que l'excentricité n'est pas nulle, il existe suivant toutes les normales à l'ellipse des forces NNN...dirigées intérieurement sur l'arc ABA' et extérieurement, N, N, N ... sur l'arc A'P'A. La trajectoire doit donc forcément être modifiée tant que son excentricité n'est pas nulle.

Quand l'ellipse est un cercle, la directrice T normale au rayon est dirigée suivant la tangente et est entièrement équilibrée par la résistance du milieu; $N = 0$, $N' = 0$. Alors l'équilibre dynamique est stable et aucune modification ne peut plus être apportée à la trajectoire par les forces accélé-



ratrices (*). Or un équilibre stable tend toujours à s'établir. L'ellipse doit donc diminuer d'excentricité jusqu'à ce que cette excentricité soit nulle.

*Remarque.* — On se rend bien compte de cet effet en examinant la figure. Le mobile décrivant l'ellipse dans le sens ABA'P', l'arc ABA' est dévié en ACD, sa courbure augmente; l'arc A'P'A est, au contraire, dévié en A'P'D'; c'est-à-dire que A' se rapproche de M et que A s'en éloigne, la courbure de la trajectoire tendant à s'égaliser, le foyer M se rapproche donc du centre de la courbe.

**41.** *Augmentation de la masse centrale.* — Voyons en second lieu l'effet résultant de la variation de masse du globe central M.

Soient : $e$ l'excentricité de la conique décrite par $m$;

$v_1$ la vitesse réelle de $m$ au périhélie (j'emploie ce mot pour désigner le sommet le plus voisin de M).

$\rho_1$ la valeur de son rayon vecteur au même point.

On a pour expression de l'excentricité

$$(1) \qquad e = \sqrt{\left(\frac{\rho_1 v_1^2}{M} - 1\right)^2}.$$

En faisant croître M de 0 à $\infty$, on trouve que $\rho_1$ et $v_1$ restant les mêmes, $e$ prend les valeurs suivantes (**) :

| M | $e$ | *genre de la courbe* |
|---|---|---|
| 0 | $+\infty$ | hyperbole |
| $\frac{\rho_1 v_1^2}{2}$ | 1 | parabole |
| $>\frac{\rho_1 v_1^2}{2}$ | $<1$ | ellipse |
| $\rho_1 v_1^2$ | 0 | cercle |
| $>\rho_1 v_1^2$ | $<1$ | ellipse |
| $\infty$ | 1 | ellipse limite. |

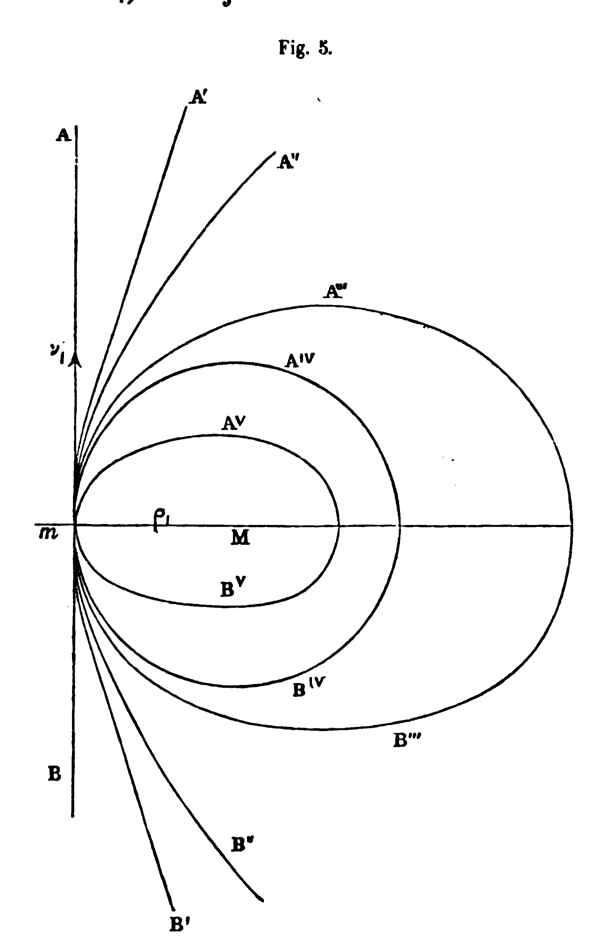
Ainsi l'excentricité décroît d'abord jusqu'à un minimum égal à zéro pour croître ensuite jusqu'à l'unité.

(*) L'équilibre est stable; il résulte en effet de ce qui précède que si le rayon vecteur tend à devenir plus grand que le rayon du cercle, la composante normale, instantanément développée, agit pour le diminuer; s'il devient plus petit, la composante normale agit en sens inverse et l'augmente.

(**) En mouvement relatif, M doit être remplacé par $M + m$, mais cela n'a ici aucune importance.

Pour la même distance périhélie $mM = \rho_1$ (fig. 5) et la même vitesse réelle $\nu_1$, la trajectoire est successivement la ligne droite BA, l'hyperbole B'mA', la parabole B''mA'', l'ellipse B'''mA''', le cercle $B^{IV}mA^{IV}$, l'ellipse $B^{V}mA^{V}$, enfin l'ellipse limite dont le grand axe égale $\rho_1$ et qui se réduit à la ligne $mM$ quand $M = \infty$, $m$ oscillant alors avec une vitesse infinie de $m$ à M et inversement. [Il faut remarquer pour concevoir ce dernier cas limite que $\nu_1$ n'étant pas nulle, la force centrifuge qui existe toujours devient infinie quand $m$ arrive en M (autour duquel il tourne dans un rayon infiniment petit) et peut ainsi équilibrer l'action infinie de cette dernière masse].

Fig. 5.




$e = 0$ quand $M = \rho_1\nu_1^2$. Quand $M < \rho_1\nu_1^2$, $\rho_1$ est la distance périhélie, quand $M > \rho_1\nu_1^2$, $\rho_1$ est la distance aphélie.

Concluons de là que dans une ellipse, l'accroissement de la masse focale M diminue l'excentricité quand elle a lieu à l'instant du périhélie et l'augmente quand elle a lieu à l'aphélie.

C'est ce que montrent d'ailleurs les formules suivantes qui se déduisent de (1).

$\rho_1$ et $\rho_2$ étant les rayons vecteurs du périhélie et de l'aphélie de l'ellipse, $\nu_1$ et $\nu_2$ les vitesses correspondantes perpendiculaires à ces rayons, on a :

$$\rho_1\nu_1^2 > M > \rho_2\nu_2^2$$

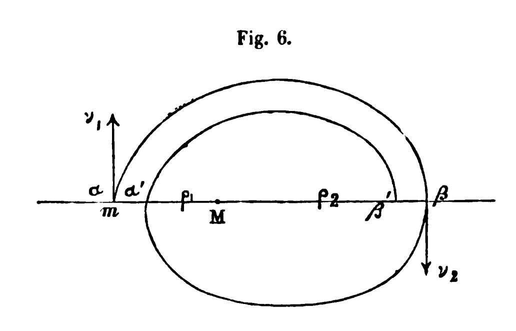
(2) $$e = \frac{\rho_1\nu_1^2}{M} - 1$$

(3) $$e = 1 - \frac{\rho_2\nu_2^2}{M}$$

Il résulte de là que si M reçoit des accroissements, quelle que soit la position de $m$ sur son ellipse, il convient de rechercher si les accroissements d'excentricité dus aux passages dans la région de l'aphélie sont moindres ou plus grands que les diminutions dues aux passages dans celle du périhélie.

Il nous suffit de supposer que M reçoit un accroissement moyen chaque fois que $m$ passe à l'aphélie ou au périhélie et nous chercherons l'influence définitive de ces accroissements sur l'excentricité.

Fig. 6.




Cet accroissement moyen reçu à l'aphélie ou au périhélie est celui qui remplacerait la somme des accroissements reçus par M *dans les régions aphélie et périhélie.*

Commençons par rappeler les formules qui déterminent $\nu_2$ et $\rho_2$ (vitesse et rayon à l'aphélie) par $\nu_1$ et $\rho_1$ (vitesse et rayon au périhélie) et inversement.

On trouve aisément

$$\left\{\begin{aligned} \nu_2 &= \frac{2M - \nu_1^2\rho_1}{\nu_1\rho_1} \\ \rho_2 &= \frac{\nu_1^2\rho_1^2}{2M - \nu_1^2\rho_1} \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{2M - \nu_2^2\rho_2}{\nu_2\rho_2} \\ \rho_1 &= \frac{\nu_2^2\rho_2^2}{2M - \nu_2^2\rho_2} \end{aligned}\right.$$

En vertu du principe des aires, on a

$$\nu_1\rho_1 = \nu_2\rho_2 = k, \text{ constante indépendante de M.}$$

On en déduit :

$$\nu_2 = \frac{2M}{k} - \nu_1 \tag{4}$$

$$\nu_1 = \frac{2M}{k} - \nu_2 \tag{5}$$

$$\rho_2 = \frac{k^2}{2M - k\nu_1}$$

$$\rho_1 = \frac{k^2}{2M - k\nu_2}$$

et, par conséquent,

(6) $$e = \frac{kv_1}{M} - 1$$

(7) $$e = 1 - \frac{kv_2}{M}.$$

Considérons maintenant $m$ partant du périhélie $\alpha$ avec une vitesse $v_1$, la masse M ayant la valeur M'.

La valeur $e'$ de l'excentricité de la demi-ellipse parcourue jusqu'à l'aphélie $\beta$ sera par la formule (6)

(a) $$e' = \frac{kv_1}{M'} - 1.$$

Arrivé en $\beta$, $m$ a une vitesse $v_2$ donnée par (4)

$$v_2 = \frac{2M'}{k} - v_1.$$

En ce point, M' reçoit un accroissement $\Delta_1$ et devient

$$M'' = M' + \Delta_1.$$

La formule (7) donne l'excentricité $e''$ de la demi-ellipse parcourue jusqu'au nouveau périhélie $\alpha'$, et l'on a

$$e'' = 1 - \frac{k\left(\frac{2M'}{k} - v_1\right)}{M''} = 1 - \frac{2M' - kv_1}{M''}.$$

On obtiendra semblablement l'excentricité $e'''$ de la demi-ellipse de $\alpha'$ à $\beta'$ par les formules (5) et (6) en appelant $v'_1$ la vitesse en $\alpha'$ et en remarquant que M'' devient $M'' + \Delta_2$, $\Delta_2$ étant le nouvel accroissement de la masse focale.

$$v'_1 = \frac{2M''}{k} - v_2 = \frac{2M''}{k} - \frac{2M'}{k} + v_1$$

et $$e''' = \frac{k\left(\frac{2M''}{k} - \frac{2M'}{k} + v_1\right)}{M'''} - 1 = \frac{2M'' - 2M' + kv_1}{M'''} - 1.$$

On obtiendrait de même pour les excentricités successives $e^{\text{IV}}$, $e^{\text{V}}$,... etc.

$$\left.\begin{aligned} e^{\text{IV}} &= 1 - \frac{2M''' - 2M'' + 2M' - k\nu_1}{M^{\text{IV}}} \\ M^{\text{IV}} &= M''' + \Delta_3 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} e^{\text{V}} &= \frac{2M^{\text{IV}} - 2M''' + 2M'' - 2M' + k\nu_1}{M^{\text{V}}} - 1 \\ M^{\text{V}} &= M^{\text{IV}} + \Delta_4 \end{aligned}\right\} \text{etc.}$$

et enfin, pour expressions générales des excentricités $e_{2n}$ d'un aphélie à un périphélie et $e_{2n+1}$ d'un périhélie à un aphélie,

$$\left\{\begin{aligned} e_{2n} &= 1 - \frac{2M_{2n-1} - 2M_{2n-2} + \cdots + 2M' - k\nu_1}{M_{2n}} \\ e_{2n+1} &= \frac{2M_{2n} - 2M_{2n-1} + 2M_{2n-2} - \cdots - 2M' + k\nu_1}{M_{2n+1}} - 1 \end{aligned}\right.$$

expressions générales qui à cause de

$$\left\{\begin{aligned} M'' &- M' = \Delta_1 \\ M''' &- M'' = \Delta_2 \\ &\vdots \\ M_{2n} &- M_{2n-1} = \Delta_{2n-1} \\ M_{2n+1} &- M_{2n} = \Delta_{2n} \end{aligned}\right.$$

prennent les formes

$$\left\{\begin{aligned} e_{2n} &= 1 - \frac{2(\Delta_{2n-2} + \Delta_{2n-4} + \cdots + \Delta_2 + M') - k\nu_1}{\Delta_{2n-1} + \Delta_{2n-2} + \Delta_{2n-3} + \cdots + \Delta_2 + \Delta_1 + M'} \\ e_{2n+1} &= \frac{2(\Delta_{2n-1} + \Delta_{2n-3} + \cdots + \Delta_1) + k\nu_1}{\Delta_{2n} + \Delta_{2n-1} + \Delta_{2n-2} + \cdots + \Delta_2 + \Delta_1 + M'} - 1 \end{aligned}\right.$$

qu'on peut écrire enfin :

$$\left\{\begin{aligned} e_{2n} &= \frac{k\nu_1}{M_{2n}} + 1 - 2\frac{1}{1 + \dfrac{\Delta_1 + \Delta_3 + \Delta_5 + \cdots + \Delta_{2n-1}}{M' + \Delta_2 + \Delta_4 + \Delta_6 + \cdots + \Delta_{2n-2}}} \\ e_{2n+1} &= \frac{k\nu_1}{M_{2n+1}} - 1 + 2\frac{1}{1 + \dfrac{M' + \Delta_2 + \Delta_4 + \Delta_6 + \cdots + \Delta_{2n}}{\Delta_1 + \Delta_3 + \Delta_5 + \cdots + \Delta_{2n-1}}}. \end{aligned}\right.$$

A mesure que le nombre $n$ grandit, les fractions

$$(\gamma) = \frac{\Delta_1 + \Delta_3 + \cdots + \Delta_{2n-1}}{M' + \Delta_2 + \Delta_4 + \cdots + \Delta_{2n-2}}$$

$$(\gamma') = \frac{M' + \Delta_2 + \Delta_4 + \cdots + \Delta_{2n}}{\Delta_1 + \Delta_3 + \cdots + \Delta_{2n-1}}$$

tendent vers l'unité et l'atteignent quand $n = \infty$, par conséquent

$$-1 + \frac{2}{1 + (\gamma)} \qquad \text{et} \qquad 1 - \frac{2}{1 + (\gamma')}$$

tendent vers zéro, et comme il en est de même de $\frac{kv_1}{M_{2n}}$ et $\frac{kv_1}{M_{2n+1}}$, $e_{2n}$ et $e_{2n+1}$ tendent également vers zéro.

42. — On peut rendre cette diminution d'excentricité plus claire encore en remplaçant $\Delta_1, \Delta_2 \ldots \Delta_{2n} \ldots$ par la valeur moyenne $\Delta$ d'un grand nombre de ces accroissements successifs. Les valeurs de $e_{2n}$ et $e_{2n+1}$ deviennent alors

$$\begin{cases} e_{2n} = 1 - \dfrac{2M' - k\nu_1 + (2n-2)\Delta}{M' + (2n-1)\Delta} \\ e_{2n+1} = \dfrac{2n\Delta + k\nu_1}{M' + 2n\Delta} - 1 \end{cases}$$

ou bien, en remarquant que l'équation $(a)$ donne $k\nu_1 - M' = e'M'$,

$$\begin{cases} (b) \quad e_{2n} = e'\dfrac{M'}{M' + (2n-1)\Delta} + \dfrac{\Delta}{M' + (2n-1)\Delta} \\ (c) \quad e_{2n+1} = e'\dfrac{M'}{M' + 2n\Delta}. \end{cases}$$

Ainsi $e_{2n+1}$, c'est-à-dire $e'''$, $e^{v}$... sont toujours plus petits que $e'$.

Pour que $e_{2n}$ soit $< e'$ il faut que

$$e'[M' + (2n-1)\Delta] > e'M' + \Delta$$

ou bien

$$n > \frac{1 + \frac{1}{e'}}{2},$$

Par conséquent, au bout d'un nombre de révolutions déterminé, l'excentricité de toutes les parties de la trajectoire elliptique aura diminué.

Les formules ($b$) et ($c$) montrent que $e_{2n}$ et $e_{2n+1}$ tendent vers zéro quand $n$ tend vers l'infini.

Ainsi, *par le fait de l'accroissement de* M, *la trajectoire elliptique se rapproche indéfiniment de la forme circulaire.*

**43.** *Conclusion.* — En résumé, concluons des paragraphes précédents :

Que dans le mouvement imprimé à des globes extérieurs par un globe en rotation, la force centrifuge croissant de plus en plus et tendant à égaler la force centripète (comme on l'a vu dans la 1re partie), les trajectoires directes tendent de ce chef à être des ellipses de faibles excentricités;

Qu'indépendamment de ces conditions favorables, la résistance du milieu et l'accroissement de masse du globe central concourent séparément à rapprocher indéfiniment les trajectoires elliptiques de la forme circulaire.

Les révolutions des globes extérieurs qui doivent forcément se faire dans la zone équatoriale du globe central s'accomplissent forcément aussi dans des orbes peu excentriques.

**44.** *Effets combinés de la force centrifuge des globes et de leur condensation graduelle.* — Nous avons enfin à aborder le troisième point dont nous nous sommes proposé l'examen et à apprécier l'influence de la rotation, non plus sur les mouvements des globes extérieurs, mais sur le globe même qui en est animé.

*Aplatissement dû à la force centrifuge.* — La force centrifuge croît en même temps que la vitesse angulaire; à égalité de distance du centre d'un globe, elle est maximum dans le plan de son équateur.

A cause de la solidarité des parties du noyau central, on peut considérer comme insensibles les modifications qui en résultent dans la forme de ce noyau; mais il n'en est pas de même des masses déformables qui le recouvrent; il doit en résulter, comme on le sait, une forme sphéroïdale de ces masses, de révolution autour de son petit axe (ligne des pôles). Comme cette forme tend continuellement à se maintenir par l'action incessante des mêmes

causes, la forme du globe quand la condensation est terminée doit encore être sphéroïdale.

Pendant leur formation, les globes ont ainsi des axes d'attraction minimum suivant les lignes de leurs pôles et leurs équateurs sont plans d'attraction maximum. Les différences d'action produites sont d'autant plus considérables que la rotation est plus énergique.

Ainsi, de la rotation naissent de nouvelles actions directrices en vertu desquelles les globes tendent à se placer de façon que leurs plans équatoriaux coïncident et que leurs axes de rotation soient parallèles.

*Force centrifuge et condensation.* — Les effets de la force centrifuge dans la condensation sont ceux qu'invoque la célèbre théorie de la formation du système solaire, émise par Kant et développée par Laplace ; comme j'ai déjà rappelé cette théorie et qu'elle est fort connue, je n'ai pas à l'exposer ici.

Je dois seulement en faire remarquer certains caractères particuliers qui dérivent de mon point de départ.

L'atmosphère d'un globe en formation renferme non-seulement des corps à l'état de vapeurs denses, mais aussi des corps solides suspendus dans cette atmosphère. Comme, en vertu du principe des aires, la vitesse angulaire doit augmenter dans la condensation, il peut arriver que la force centrifuge finisse par égaler l'attraction vers le centre. Cet effet se produisant d'abord dans le plan de l'équateur du globe et sur toute la circonférence de cet équateur, la zone de matière qui en forme la limite circule alors autour du centre sous forme d'anneau.

Cet anneau et les anneaux successifs formés d'une manière semblable, se composent, dans nos idées, non-seulement de vapeurs, mais de corps solides circulant autour du centre dans des orbes circulaires en des temps de révolution à très-peu près égaux. Si l'on fait abstraction de leur vitesse commune, on voit que par leurs attractions mutuelles, les plus massifs doivent devenir les centres de noyaux de formation et condenser autour d'eux les corps environnants; que les noyaux de formation se réunissant autour du plus puissant d'entre eux, il doit en résulter comme ci-dessus, un globe formé d'un noyau central solide prépondérant, ayant une atmosphère dense dans laquelle sont suspendus des corps solides. Le centre de ce globe décrit une orbite circulaire autour du globe central.

Les forces que nous avons cherché à mettre en évidence jusqu'ici ne doivent point être négligées. Le globe extérieur détermine par attraction dans le globe central un axe qui donne lieu à une composante normale au rayon vecteur. Cette composante augmentant la vitesse réelle du globe, le cercle qu'il décrit tend à se transformer en ellipse; cet effet continue jusqu'à ce que la résistance du milieu égale l'accélération tangentielle; alors la trajectoire tend à redevenir circulaire (§ 40).

La rotation du globe extérieur, en raison de sa constitution, peut s'établir encore comme nous l'avons exposé plus haut. A cette cause de rotation, il faut joindre celle qui provient des vitesses réelles inégales autour du globe central des éléments qui se réunissent pour former le globe extérieur.

Qu'on me permette à ce sujet une remarque sur la manière dont les rotations sont supposées engendrées dans l'hypothèse de Laplace.

Après avoir expliqué l'existence des zones de vapeur dans la région équatoriale du globe central, il ajoute : « Ces zones ont dû, selon toute vraisemblance, former par leur condensation et l'attraction mutuelle de leurs molécules, divers anneaux concentriques de vapeurs circulant autour du soleil. *Le frottement mutuel des molécules de chaque anneau a dû accélérer les unes et retarder les autres, jusqu'à ce qu'elles aient acquis un même mouvement angulaire. Ainsi les vitesses réelles des molécules plus éloignées du centre de l'astre ont été plus grandes.*

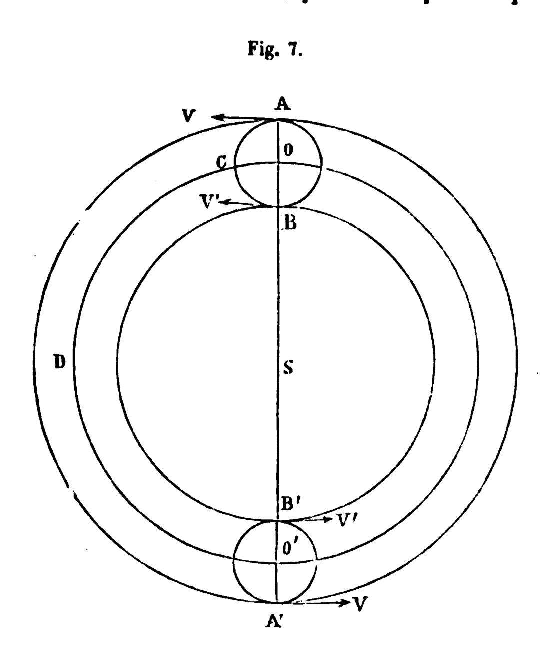
La cause suivante a dû contribuer encore à cette différence des vitesses. Les molécules les plus distantes du soleil et qui, par les effets du refroidissement et de la condensation s'en sont rapprochées pour former la partie supérieure de l'anneau, ont toujours décrit des aires proportionnelles aux temps,...; or cette constance des aires exige un accroissement de vitesse à mesure qu'elles s'en sont rapprochées. On voit que la même cause a dû diminuer la vitesse des molécules qui se sont élevées vers l'anneau pour former sa partie inférieure..., chaque anneau de vapeurs a dû se rompre en plusieurs masses..., ces masses ont dû prendre une forme sphéroïdique avec un mouvement de rotation dirigé dans le sens de leur révolution, puisque leurs molécules inférieures avaient moins de vitesse réelle que les supérieures (*). »

(*) *Système du monde*, note VII.



Il résulte de là que la vitesse de rotation d'une planète ou d'un satellite a commencé par être égale à celle de sa révolution. En effet, dans un anneau (fig. 7) les molécules, comme le dit Laplace, ayant acquis par leur frottement le même mouvement angulaire autour du centre S, les vitesses réelles V et V' des molécules supérieure et inférieure A et B, sont exactement celles qui font décrire à ces molécules en mouvement relatif le cercle ABC autour du point O intérieur à l'anneau, pendant que ce point décrit autour de S le cercle ODO'.

Fig. 7.




Dans la condensation de l'anneau, B et A se rapprochent de O, la vitesse relative de A par rapport à O augmente, celle de B diminue (algébriquement). Autrement dit, la vitesse angulaire du cercle BB' autour de S devient graduellement plus faible et celle du cercle AA' devient plus grande et c'est à cette cause seule que peut être due la différence entre la vitesse de rotation et celle de révolution ; mais il y a des forces retardatrices ; d'abord, le frottement des différentes couches de l'anneau, invoqué déjà pour assurer l'égalité de leurs vitesses angulaires, frottement qui augmente par la condensation, agissant d'une façon continue doit détruire sinon complétement, du moins en partie, la différence de vitesse des molécules qui s'établit par degrés insensibles. D'autre part, dès qu'une masse de vapeurs, telle que ACB, est formée par la division de l'anneau, cette masse sous l'action du globe S prend une figure d'équilibre différente de la sphère, elle a un axe de maximum d'attraction dirigé dans le sens de l'astre central et l'action de cet axe consiste à retarder encore d'une façon continue la vitesse de rotation de la masse, peu différente déjà de sa vitesse de révolution, et tend à ramener à l'égalité parfaite ces deux mouvements.

En un mot, il semble que les considérations émises par l'illustre géomètre pour rendre compte de l'égalité entre les révolutions et les rotations des satel-

lites sont complétement applicables aux planètes pour lesquelles cette égalité n'existe pas le moins du monde.

Pour les planètes, comme pour les satellites, les rotations se sont établies insensiblement et, dès l'origine de leur formation, les forces retardatrices, telles que les frottements et la résistance des axes d'attraction, se sont développées simultanément.

Dans les idées théoriques que j'ai présentées cette objection disparaît, puisque, même dans le cas où le frottement aurait détruit la différence de vitesse qui provient de l'éloignement des molécules intérieures et du rapprochement des molécules extérieures (auquel cas le globe formé aurait un mouvement de rotation égal en durée à celui de révolution), l'existence de l'axe d'attraction développé par l'attraction du globe central, loin d'être une cause de retard, est, au contraire, la cause déterminante d'une rotation plus rapide.

*Conclusion.* — La conclusion de tout ce dernier paragraphe c'est que, théoriquement, la condensation des globes en rotation peut donner lieu à des anneaux de corps circulant autour d'eux ou à des globes extérieurs dont les mouvements de révolution et de rotation présentent les mêmes caractères que ceux qu'on a précédemment examinés.

**45.** *Solution partielle du problème posé au* § 4. — Nous voici arrivés au terme de l'étude des conséquences générales de la rotation des globes énumérées au § 21.

Ces conséquences, jointes à l'établissement de la rotation primitive elle-même, constituent une *partie* capitale de la solution du grand problème que nous nous sommes posé (§ 4) :

*Des atomes primitivement au repos et soumis à leurs actions réciproques (attraction et répulsion) donnent lieu à des globes tournant sur eux-mêmes et décrivant des cercles (ou ellipses de faibles excentricités) les uns autour des autres dans le sens de leurs rotations* (*).

(*) Nous savons (1re partie, § 1 et suivants) que les trajectoires décrites en vertu des forces directrices peuvent être des ellipses de toutes excentricités, des paraboles ou des hyperboles. L'énoncé du texte suppose qu'on tienne compte, comme nous l'avons fait, de toutes les forces en jeu lors de l'établissement des mouvements et qu'on attribue à ces forces des valeurs suffisantes.



Comme rien ne doit, théoriquement, limiter les masses et les dimensions des globes des premiers ordres d'abord formés, on conçoit qu'un de ces globes ayant pris un mouvement de rotation sur lui-même, on puisse, en faisant abstraction du mouvement commun acquis par tous les éléments de son atmosphère immense, leur appliquer toutes les considérations qui précèdent et qu'ainsi, en mouvement relatif, ces éléments donneront lieu à des globes de différents ordres tournant sur eux-mêmes et les uns autour des autres pour reproduire sur une moindre échelle les mouvements des globes d'ordre supérieur dont eux-mêmes font partie. Enfin, dans les atmosphères mêmes de ces globes inférieurs, pourraient se former de nouveaux globes reproduisant ces mêmes mouvements à une échelle moindre encore, et ainsi de suite, jusqu'à ce que les globes ainsi formés d'une manière successive deviennent trop faibles en masses, en dimensions et en forces vives pour donner encore lieu à de tels effets.

46. *Système solaire.* — Le monde physique sidéral paraît être la réalisation de cette conception. La partie de ce monde que nous connaissons le mieux, notre système solaire, en présente un admirable exemple.

47. *Caractères généraux.* — Rappelons les caractères généraux de ce système.

Il se compose :

1° D'un globe central ou *soleil* en rotation sur lui-même autour d'un axe.

2° De globes d'ordre inférieur au soleil ou *planètes* décrivant des ellipses de très-faibles excentricités dont le soleil occupe le foyer commun, dans le sens de sa rotation et dans des plans faiblement inclinés sur son équateur; ces planètes ont des rotations généralement dirigées dans le sens de la rotation solaire;

3° De globes d'ordre inférieur aux planètes, ou *satellites*, décrivant des ellipses de faibles excentricités autour d'elles dans le sens de leurs rotations et dans des plans faiblement inclinés sur leurs équateurs; les rotations des satellites sont également dirigées dans le sens de leurs révolutions et leurs durées observées égales à celles de leurs révolutions.

48. *Origine de la rotation solaire.* — Les révolutions et rotations des planètes et des satellites s'effectuant dans le sens de la rotation solaire, il est naturel d'induire que les premières dérivent de la dernière. Comment le soleil a-t-il *acquis* son mouvement de rotation ?

Ce ne peut être que graduellement par l'action d'un système attractif, à l'époque où sa constitution réalisa les conditions nécessaires que nous avons étudiées.

Ce système attractif, d'après la théorie précédente, se compose soit d'un globe déformable d'ordre supérieur au soleil, en rotation lui-même, soit d'autres globes de même ordre dispersés dans l'espace autour de lui. Il nous est impossible, dans l'état actuel de la science, de décider d'une manière absolue entre ces deux hypothèses possibles. Nous pouvons conclure seulement avec certitude que tous les soleils visibles agissent et ont agi sur le soleil pour déterminer ses mouvements. On pourrait dire, comme je l'ai avancé dans un premier mémoire sur l'*Influence de la forme des corps* (p. 34) que le soleil a pris sa rotation sous l'influence du système attractif des planètes ; mais outre la nécessité de supposer alors que la formation de ces dernières est contemporaine de celle du soleil, il devient nécessaire également de considérer comme ayant concouru à la formation du système, des astres à mouvements rétrogrades, tels que des comètes, ou de supposer au soleil un mouvement rétrograde autour du centre de gravité général du système (*).

Il est plus simple et plus conforme à l'ordre de la formation des globes, de déduire la rotation du soleil de l'attraction du système des autres soleils et nous nous arrêterons à cette explication qui a l'avantage de tenir compte des rapports de notre système avec les autres systèmes et qui seule est en harmonie avec les déductions théoriques de ce travail.

Ces soleils ou systèmes solaires (**) inégalement massifs et distribués d'une manière dissymétrique, ont dû déterminer un mouvement angulaire de notre globe central sur lui-même et la vitesse de rotation a dû s'augmenter encore considérablement par la condensation de cet astre.

(*) La même observation s'applique évidemment à l'idée de l'établissement de la rotation d'Uranus par l'action du système attractif de ses satellites.

(**) Les *étoiles* de la strate stellaire dont notre système fait partie.

Nous ignorons quelles sont les masses des étoiles qui nous entourent; cependant quelque puissantes qu'on les suppose, leurs immenses distances ont pu rendre très-faibles les actions qu'elles exercent. Mais en admettant même une grande faiblesse de ces actions, leur travail accumulé pendant une période de temps extrêmement grande, a pu communiquer au soleil une quantité de force vive comparable à celle qu'il possède actuellement tant en translation qu'en rotation.

Toutes choses égales, le moment de rotation qui a sollicité d'une façon constante la masse à tourner sur elle-même a été d'autant plus grand que les dimensions de cette masse étaient plus considérables. Le volume plus grand occupé par la masse solaire avant sa condensation a donc été favorable à l'établissement d'une rotation énergique.

**49.** *Conséquences théoriques de la rotation du soleil.* — Une fois la rotation du soleil acquise, la théorie nous apprend :

1° Que si des globes d'ordre inférieur au soleil se forment autour de lui, ils doivent se mouvoir équatorialement, exactement comme le font les planètes;

2° Que la force centrifuge et la condensation de l'atmosphère solaire peuvent déterminer dans le plan de l'équateur la formation d'anneaux, qui restent tels ou donnent lieu par leur condensation à des globes ayant la même constitution que les globes directement formés en dehors du soleil, et animés de mouvements présentant les mêmes caractères.

Ainsi, *dans le cas le plus général, il devrait exister autour du soleil des globes tels que les planètes et des anneaux de matière circulant autour de lui.*

**50.** *Origine des planètes.* — Examinons maintenant l'origine des planètes.

1re *hypothèse.* — Les *planètes* ont-elles primitivement appartenu à l'atmosphère elle-même? et se sont-elles formées de la condensation des anneaux?

*Dans cette hypothèse* la masse solaire a dû s'étendre au moins jusqu'à l'orbe de Neptune. La vitesse angulaire imprimée à cette masse par l'attraction des centres stellaires n'a donc pas été de 360° en 164 ans ou de 2° 1/8 en un an, et cette faible vitesse angulaire a pu suffire par la condensation à déterminer les vitesses immenses des globes.

**31.** Mais un point important est à examiner. Pour que la rotation ait pu s'établir, l'atmosphère solaire a dû réunir certaines conditions que nous avons étudiées; elle a dû être assez dense pour que des corps solides pussent y être maintenus en suspension ou, en général, pour qu'une solidarité suffisante existât entre toutes ses parties. Or il est facile de calculer une valeur maximum de la densité $\delta'$ de cette atmosphère si l'on a égard à la masse actuelle du système solaire.

Il faut supposer cette masse uniformément répartie dans la sphère dont le rayon est la distance moyenne de Neptune au soleil ou $1148 \times 10^6$ lieues.

La masse M du soleil égalant 738 fois la masse des planètes réunies, et son rayon étant de 178000 lieues, on a en appelant $\delta$ sa densité :

$$M = \frac{4}{3}\pi \,.\, 178000^3 \,.\, \delta$$

et

$$M\frac{739}{738} = \frac{4}{3}\pi \,.\, 1148^3 \,.\, 10^{18} \,.\, \delta'.$$

D'où :

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{739 \times 178^3}{738 \times 1148^3 \times 10^9} = \frac{373}{10^{14}}.$$

La densité du soleil $\delta$ égale 1.37, celle de l'eau étant prise pour unité.

A 0° et 760^mm^ la densité $\Delta$ de l'hydrogène par rapport à l'eau vaut

$$\Delta = \frac{895}{10^7}.$$

On a donc :

$$\delta' = \frac{373 \times 1.37}{895 \times 10^9}\,\Delta = 0.000\,000\,057\,\Delta.$$

Ainsi $\delta'$ serait seulement une fraction négligeable de la densité du fluide le plus expansif et le plus léger que nous connaissons, et cette densité serait encore un maximum, d'abord parce que, dans l'hypothèse actuelle, l'atmosphère solaire a dû s'étendre au delà de l'orbe de Neptune et ensuite parce qu'une partie de la matière que nous avons supposée uniformément répartie était condensée au centre pour former le globe solaire.

Il est évident qu'avec une pareille densité l'établissement du mouvement de rotation continu de la masse totale serait impossible; il suffit, pour s'en rendre compte, de se rappeler les conditions spéciales de solidarité qui sont nécessaires à cet établissement; en ayant égard à la masse actuelle du système, ces conditions n'existent pas dans la masse de vapeur qui constitue la nébuleuse de l'hypothèse de Laplace.

52. — Peut-être, dira-t-on, la masse solaire occupait, quand elle a reçu sa rotation, un volume beaucoup moindre que la sphère décrite à la moyenne distance de Neptune, et une grande chaleur développée à sa surface, provenant, par exemple, de la chute des masses environnantes, a pu dilater son atmosphère jusqu'aux limites de notre système, et cette atmosphère, en se refroidissant ensuite, détermine la formation des planètes.

Cette hypothèse est inadmissible. En effet, si $\omega$ est la vitesse angulaire imprimée au soleil, $\rho$, son rayon, M, sa masse, $\varphi$, l'unité de force attractive, $m$, une molécule de la surface équatoriale de M, l'attraction de R, qui sollicite $m$, sera

$$R_1 = \frac{\varphi M m}{\rho_1^2}$$

et la force centrifuge

$$F_1 = m\omega_1^2\rho_1.$$

La dilatation éloignant $m$ du centre de M à une distance $\rho > \rho^1$, l'attraction et la force centrifuge deviennent

$$R = \frac{\varphi M m}{\rho^2}$$
$$F = m\omega^2\rho$$

$\omega$ étant la vitesse angulaire.

Le principe des aires donne

$$\omega\rho^2 = \omega_1\rho_1^2.$$

On a donc

$$\frac{F}{R} = \frac{\omega^2\rho^3}{\varphi M} = \frac{\omega_1^2\rho_1^3}{\varphi M}\cdot\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{F_1}{R_1}\cdot\frac{\rho_1}{\rho}.$$

Ainsi $\frac{F}{R}$ sera toujours moindre que $\frac{F_1}{R_1}$ et, par conséquent, dans la conden-

sation qui suivra la dilatation de l'atmosphère, la masse solaire aura repris son volume primitif avant qu'un seul anneau soit formé; ce n'est que par la diminution de ce volume primitif que cette formation est possible.

53. — On pourrait avec plus de vraisemblance invoquer la considération suivante. Des idées que nous avons émises sur la construction des globes, il résulte que c'est la portion de l'atmosphère la plus dense et la plus rapprochée du noyau de l'un d'eux qui présente surtout les conditions nécessaires à l'établissement de la rotation continue; mais, au delà, le globe ne cesse pas d'exercer son pouvoir condensant, et l'atmosphère peut être regardée alors comme divisée en deux parties: l'une plus rapprochée du globe, dont la figure d'équilibre est impossible et qui détermine la rotation; l'autre, plus éloignée dont la figure d'équilibre est possible parce qu'elle se compose plutôt de fluides proprement dits, et qui, par conséquent, ne détermine point la rotation continue.

Cette partie est donc relativement stable par rapport à la partie inférieure. Mais, ces deux portions de l'atmosphère, pressant l'une sur l'autre par suite de l'attraction du globe, il doit en résulter un frottement qui, agissant comme force constante, doit peu à peu faire participer la partie extérieure au mouvement de la partie intérieure, et d'autant plus que la pression est plus forte, c'est-à-dire que les couches mises en mouvement sont plus rapprochées.

A mesure que la vitesse angulaire ainsi communiquée augmente, la force centrifuge des couches extérieures augmente également, donc aussi la pression de ces couches et par suite leur frottement diminue; la vitesse angulaire communiquée doit donc atteindre un maximum au moment où le frottement est nul, ce qui arrive précisément quand la force centrifuge égale l'attraction vers le centre, puisque alors la pression est nulle également.

Les couches extérieures pour lesquelles cet effet se produirait, continueraient donc à circuler autour de l'astre central sous forme d'anneaux.

On voit que le frottement joue ici un rôle semblable à celui des forces déviatrices étudiées ci-dessus.

Mais le frottement diminue en même temps que la pression des couches gazeuses; par conséquent, en ayant égard à la densité infime que nous avons

trouvée pour la masse gazeuse qui entoure le globe solaire, cette explication est sujette à la même objection que celle du § 51; elle ne paraîtrait admissible que pour les planètes les plus rapprochées du soleil, pour les autres, elle est illusoire.

54. 2e *hypothèse.* — Ces considérations nous décident à rejeter la 1re hypothèse suivant laquelle les planètes auraient fait primitivement partie de l'atmosphère solaire.

Examinons donc la seconde hypothèse et voyons si les planètes sont des globes directement formés autour du soleil, et dont les mouvements se sont graduellement établis par l'action des axes d'attraction.

Cet examen porte sur deux points :

1° Faiblesse des forces déviatrices;

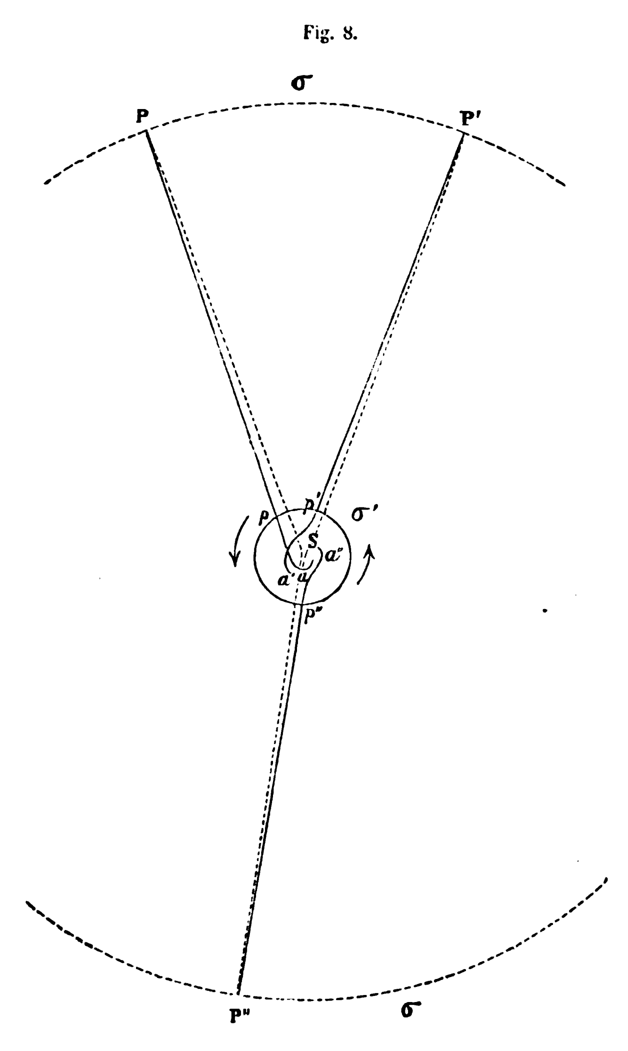
2° Rotation primitive du soleil.

55. 1er *point.* — Si les forces déviatrices ont pu être incomparablement plus grandes qu'elles ne le sont aujourd'hui que la condensation est terminée (ou à peu près), elles ont néanmoins été faibles relativement aux forces d'attraction vers le centre solaire; par conséquent, il a fallu un temps d'action considérable pour leur permettre de produire les mouvements énergiques que nous constatons. Il a donc fallu aussi que les distances parcourues par les planètes vers le centre solaire fussent très-grandes. Or, en ayant égard aux distances énormes qui séparent aujourd'hui le soleil des autres étoiles, sa sphère d'action est extrêmement grande par rapport aux dimensions du système dont il est le centre; la distance de l'étoile la plus voisine ($\alpha$ du Centaure) égale en effet 7523 fois celle de Neptune au soleil.

Si P, P′, P″,...sont des centres planétaires, S, le centre solaire, les trajectoires des planètes auront les formes $Ppa$, $P'p'a'$, $P'',p''a''$,...représentée dans la figure. Pendant qu'elles parcourent l'espace compris entre les spères $\sigma$ et $\sigma'$ concentriques au soleil, leurs déviations s'établissent insensiblement dans le sens de la rotation $f$ de ce dernier. Quand elles arriveront dans la sphère $\sigma'$, leurs déviations seront devenues sensibles et les révolutions s'établiront définitivement dans cette sphère.

En admettant (et, dans l'ignorance où nous sommes de la masse des étoiles, c'est la seule approximation que nous puissions faire) que le rayon d'action du soleil se soit étendu jusqu'à la demi-distance qui le sépare actuellement de l'étoile la plus voisine, on voit que le rayon de la sphère $\sigma$ a pu être 3000 fois plus grand que celui de la sphère $\sigma'$.

Fig. 8.




Cette approximation grossière est suffisante pour faire apprécier combien les déviations des planètes en dehors de la direction du soleil ont pu être faibles relativement aux distances qu'elles ont parcourues vers le centre de cet astre.

La faiblesse des forces déviatrices n'est donc pas une objection contre notre hypothèse actuelle.

(Il a été impossible de donner sur la figure aux rayons ($\sigma$) et ($\sigma'$) des sphères $\sigma$ et $\sigma'$ leurs dimensions relatives; en faisant ($\sigma'$)$=0^{m},001$, ($\sigma$) atteint la valeur de $3^{m}000$).

**56.** 2ᵉ *point.* — Voyons maintenant si, au point de vue de l'énergie des mouvements, cette hypothèse est acceptable.

Puisque les révolutions se sont établies aux dépens de la rotation solaire, il est possible de déterminer quelle a été l'énergie primitive de cette rotation,

et il s'agit de voir si la force centrifuge correspondante est compatible avec l'existence du soleil.

Soient :

$t$ le temps de la rotation du soleil après l'établissement des révolutions des planètes;

$\rho$ la distance d'une de ses molécules à l'axe de rotation ;

$m$, $m'$, $m''$..., les masses planétaires;

$r$, $r'$, $r''$..., leurs moyennes distances au soleil;

T, T', T''..., les durées de leurs révolutions;

le principe des aires donnera (en négligeant les inclinaisons des orbites et les excentricités)

$$\frac{2\pi}{t}\int dm\rho^2 + mr^2\frac{2\pi}{T} + m'r'^2\frac{2\pi}{T'} + m''r''\frac{2\pi}{T''} + \cdots = \frac{2\pi}{\tau}\left[\int dm\,\rho^2\right],$$

$\tau$ étant la durée de la rotation du soleil avant l'établissement des révolutions planétaires et $[\int dm\,\rho^2]$ son moment d'inertie autour de l'axe à la même époque.

Soient :

M la masse du soleil,

R son rayon actuel,

R' son rayon primitif.

On aura

$$\int \rho^2 dm = \frac{2}{5}MR^2$$

$$\left[\int \rho^2 dm\right] = \frac{2}{5}MR'^2.$$

La relation précédente devient donc

$$(1) \qquad \frac{2}{5}\frac{MR'^2}{\tau} = \frac{2}{5}\frac{MR^2}{t} + \sum\frac{mr^2}{T},$$

$\sum$ s'étendant à toutes les planètes.

Prenons pour unités le rayon de l'orbite terrestre, le jour moyen et la masse du soleil.

Les valeurs des masses $m$, $m'$, $m''$..., des temps de révolution T, T', T''...,

et des moyennes distances $r$, $r'$, $r''$..., des planètes sont données par le tableau suivant :

| | $m$ | T | $r$ |
|---|---|---|---|
| Mercure. . . . . | $\frac{1}{4.348\,000}$ | 87j,97 | 0.39 |
| Vénus . . . . . | $\frac{1}{412.150}$ | 224,70 | 0.72 |
| Terre . . . . . | $\frac{1}{324.479}$ | 365,26 | 1.00 |
| Mars. . . . . . | $\frac{1}{2\,968,300}$ | 686,98 | 1.52 |
| Jupiter . . . . . | $\frac{1}{1\,050}$ | 4 332,58 | 5.20 |
| Saturne. . . . . | $\frac{1}{3\,512}$ | 10 759,22 | 9.54 |
| Uranus . . . . . | $\frac{1}{24\,000}$ | 30 686,82 | 19.18 |
| Neptune . . . . | $\frac{1}{20\,334}$ | 60 126,70 | 30.04 |

Pour le soleil, on aura

$$M = 1, \qquad R = 0\,005, \qquad t = 25,33.$$

On trouve

$$\frac{2}{5}\frac{MR^2}{t} = 0,000.000.4$$

et pour les valeurs de

$$\frac{mr^2}{T^2} \times 10^{10}$$

| | |
|---|---|
| Mercure . . . . . . . | 4 |
| Vénus. . . . . . . . | 56 |
| Terre . . . . . . . . | 84 |
| Mars . . . . . . . . | 11 |
| Jupiter . . . . . . . | 59440 |
| Saturne . . . . . . . | 24085 |
| Uranus . . . . . . . | 4995 |
| Neptune . . . . . . . | 7381. |

D'où

$$\sum \frac{Mr^2}{T} = 0,000.009.6$$

On a donc

$$\frac{2}{5}\frac{MR'^2}{\tau} = 0{,}000.01 = 25\left(\frac{2}{5}\frac{MR^2}{t}\right)$$

et

$$\sum \frac{mr^2}{T} = 24\left(\frac{2}{5}\frac{MR^2}{t}\right) = \frac{24}{25}\left(\frac{2}{5}\frac{MR'^2}{\tau}\right).$$

Telles sont les valeurs relatives de la somme des moments des quantités de mouvement des planètes et de celles du soleil avant et après l'établissement de leurs révolutions.

Si l'on suppose $R' = R$, c'est-à-dire si l'on admet que les dimensions du soleil ont toujours été ce qu'elles sont aujourd'hui, on tire des relations précédentes

$$\tau = \frac{t}{25} = 1^{j}015.$$

Ainsi dans cette hypothèse le soleil a dû tourner sur son axe vingt-cinq fois plus vite qu'aujourd'hui. Cette vitesse est un maximum puisque avant la condensation on avait $R' > R$, et que $\tau$ est lié à $R'$ par la relation

$$\frac{2}{5}\frac{r''^2}{\tau} = 0{,}000.01$$

Comparons cette valeur de $\tau$ à celle $\tau'$ qu'il devrait avoir pour qu'à l'équateur solaire la force centrifuge égalât la pesanteur.

$g = 9^{ms}81$ étant l'accélération due à la masse de la terre $m''$ à la distance $r'' = 6\,369.\,426^{ms}$, l'accélération G due à la masse M du soleil sera à la distance $R = 890.000.000^{ms}$

$$G = g.\frac{M}{m''}.\frac{r''^2}{R^2} =$$

$$= 9^{ms}81 \times 324.479 \times \left(\frac{6.369.426}{890.000.000}\right)^2$$

$$= 165^{ms}03.$$

La force centrifuge accélératrice correspondante à $\tau'$ sera $\left(\frac{2\pi}{\tau'}\right)^2 R'$, et si $R'$ est exprimé en mètres et $\tau'$ en secondes, on aura

$$\tau'^2 = \frac{(2\pi)^2 890.000.000}{165{,}23}$$

$$\tau' = 14680^s = 0^j169.$$

On a donc

$$\tau = \frac{1,013}{0,169}\tau' = 6\tau'$$

à peu près.

Ainsi, en supposant au soleil ses dimensions actuelles, on voit que la vitesse angulaire qu'il aura dû avoir pour établir les mouvements des planètes est encore six fois moindre que celle pour laquelle à sa surface la force centrifuge égalerait la pesanteur vers le centre. Rien n'est donc plus vraisemblable que l'établissement des révolutions aux dépens de la rotation solaire. Si l'on remarque qu'en vertu de la condensation, le soleil a dû occuper primitivement un volume beaucoup plus grand, on reconnaîtra que sa vitesse angulaire primitive a pu être encore beaucoup moindre.

Si l'on suppose, par exemple, le rayon primitif égal à cinq fois le rayon actuel, on trouve facilement que la rotation primitive a été égale en durée à la rotation actuelle. Ainsi dans ce cas l'augmentation de vitesse due à la condensation a continuellement compensé la perte due à l'établissement des révolutions planétaires.

Nous n'avons tenu compte que des planètes principales, mais il est facile de se rendre compte qu'en introduisant dans le calcul les masses des satellites et la somme de celles des petites planètes, on ne changerait rien à la conclusion générale qui précède. En effet, elle subsisterait même si les masses de toutes les planètes étaient doublées; dans ce cas $\sum \frac{mr^2}{T}$ serait égale à $2 \times 0{,}000.0096$ ou $0{,}000.0192$ et l'on aurait

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{MR'^2}{\tau} = 0{,}000{,}000.4 + 0{,}000.019.2 = 0{,}000.019.6$$

d'où l'on déduit pour $R' = R$, $\tau = 0^j510$, c'est-à-dire $\tau = 3\tau'$, à peu près.

*Remarque.* — Si l'on applique le même calcul à la terre et à la lune, en appelant

| | |
|---|---|
| Masse terrestre . . . . . . . . . . . . | $m'' = 1$ |
| Masse lunaire. . . . . . . . . . . . | $\mu = \frac{1}{84}$ |
| Rayon terrestre . . . . . . . . . . . . | $r'' = 1$ |
| Distance lunaire. . . . . . . . . . . . | $\delta = 60$ |



| | |
|---|---|
| Durée actuelle de la rotation terrestre . . | $t = 1^j$ |
| Durée de la révolution de la lune . . . . . | $T = 27^j29$ |
| Rayon terrestre lors de l'établissement de la révolution lunaire . . . . . . . . . . | $\rho$ |
| Durée primitive de la rotation . . . . . . . | $\theta$ |

on a la relation

$$\frac{2}{5}\frac{m''\rho^2}{\theta} = \frac{2}{5}\frac{m''r''^2}{t} + \frac{\mu\delta^2}{T}$$

d'où l'on déduit, pour $\rho = r'' = 1$,

$$\theta = 0^j205.$$

Or la durée de la rotation pour laquelle la force centrifuge égalerait la pesanteur à la surface du globe terrestre est

$$\tau = 0^j058 \left(\tfrac{1}{17} \text{ de jour}\right).$$

Ainsi $\theta$ est encore plus de trois fois plus grand que $\tau$.

Comme $\rho$ est $> r''$, $\theta$ a pu être beaucoup plus grand également, donc la vitesse angulaire plus faible.

Si le rayon primitif a été égal à 2,24 du rayon actuel, la vitesse angulaire actuelle du globe a suffi à l'établissement de la révolution lunaire.

57. *Conclusion de l'analyse précédente.* — Il résulte de cette analyse que, tant au point de vue de la grandeur des forces directrices qu'à celui de l'énergie de la rotation primitive du soleil, la seconde hypothèse ne soulève aucune difficulté, les données du système solaire satisfaisant parfaitement aux conditions nécessaires qui en dérivent. Cette seconde hypothèse étant la seule que la théorie indiquait encore comme possible, après l'élimination de la première, nous sommes fondé à conclure que les planètes sont des globes formés dans les espaces qui environnent le soleil, indépendants de son atmosphère et qui ont pris graduellement autour de lui leurs mouvements de révolution et de rotation sous l'action des forces déviatrices que nous avons étudiées.

58. La discussion précédente nous conduit donc à reconnaître l'existence de l'une des conséquences de la rotation du soleil indiquées par la théorie;



elle ne nous autorise pas à nier l'existence d'autres conséquences également indiquées, telles que le mouvement communiqué par le soleil en rotation à l'atmosphère qui l'entoure (§ 53) et la condensation de la matière ainsi mise en mouvement, sous forme de corps et de globes tournant en cercle autour de lui. La réalité de cette conséquence théorique est d'autant plus probable que le nombre des masses qui circulent autour du soleil est plus grand. En effet, si pour les planètes principales, dont le nombre est petit et dont les attractions sont relativement puissantes, on comprend très-bien la mise en mouvement par l'action des axes d'attraction, cette action devient illusoire quand il s'agit d'un nombre extrêmement grand de masses très-faibles. Or l'observation révèle l'existence de telles masses; si les astéroïdes qui circulent entre Mars et Jupiter ou entre Mercure et le Soleil ne proviennent pas de corps d'abord réunis et qui ont été ensuite peu à peu distancés par la résistance du milieu (*), il n'est possible de s'en rendre compte qu'en invo-

(*) L'examen des mouvements des astéroïdes qui circulent entre Mars et Jupiter a conduit à penser que toutes ces petites planètes ont une origine commune. Olbers les considérait comme les fragments d'une seule planète qui à un moment donné aurait été détruite par une force naturelle (Humboldt, *Cosmos.*, t. III, p. 445) telle qu'une explosion. Si l'on se rallie à cette opinion, il reste à déterminer la cause d'une explosion accidentelle capable de détruire ainsi une planète toute formée.

Pour Laplace, les petites planètes sont les portions d'un des anneaux abandonnés par le soleil dans le plan de son équateur.

Voici une hypothèse qui semble très-compatible avec les principes dont nous nous sommes servi jusqu'ici : Les globes, avons-nous dit, se forment par la réunion de corps et d'agrégats de corps primitivement à l'état solide; or, il est possible que la révolution d'un de ces globes s'établisse avant que la réunion des agrégats soit effectuée, puisque l'établissement de cette révolution ne dépend pas de la constitutiou du globe, mais de celle de l'astre autour duquel elle s'établit. L'ensemble des agrégats de corps solides encore indépendants agira à peu près comme si toute leur masse était condensée au centre de l'espace qu'ils occupent; chacun d'eux recevra à peu près la même vitesse normale à son rayon vecteur et tous décriront autour du soleil des orbites à peu près identiques. Mais si les forces attractives accélératrices sont à peu près les mêmes, on n'en peut dire autant de la résistance du milieu dans lequel ils se meuvent; en effet ces agrégats sont variables de masses, de formes et de surfaces et l'effet de la résistance dont il s'agit varie essentiellement avec ces données; les mouvements des uns seront donc graduellement retardés relativement à ceux des autres; ainsi s'établiront peu à peu des différences croissantes de longitude des agrégats ou de leurs groupes en astéroïdes. Quand la résistance deviendra insensible, ces différences atteindront un maximum. Si l'on remarque maintenant les diminutions de vitesse dues à la résistance, et les changements de direction qui résultent de la compo-



quant la conséquence de la rotation exposée au § 53. Toutes ces masses ont alors primitivement fait partie de la matière condensée en atmosphère gazeuse autour du soleil et le frottement, agissant comme force déviatrice, leur a peu à peu communiqué du mouvement jusqu'à ce que la force centrifuge égalât la pesanteur vers le centre.

59. — Ces considérations nous déterminent à conclure que le cas général prévu au § 49 a été réalisé dans le système solaire.

La rotation du soleil a non-seulement déterminé par les axes d'attraction les révolutions des globes environnants, elle a encore provoqué par le frottement et l'entraînement des couches, celle de la matière qui pesait vers lui par attraction; dans les deux cas, c'est aux dépens de sa force vive de rotation que se sont établis les mouvements, dont les caractères sont identiques quelle que soit leur origine.

60. — Il nous reste, pour terminer ce sujet, à dire quelques mots d'autres caractères et particularités remarquables du système solaire, énumérés comme suit :

1° Égalité entre les durées de révolution et de rotation des satellites;
2° Direction des axes de rotation et rétrogradation de certains satellites;
3° Anneaux de Saturne;
4° Ordre des masses et densités des planètes;
5° Figure des planètes.

61. *Comparaison générale des durées de révolution et de rotation et égalité de ces durées pour les satellites.* — Si l'on considère la suite du soleil, des planètes, des satellites, on voit qu'à partir de l'origine de la formation, les mouvements de révolution et de rotation ont dû généralement s'établir après des temps d'autant plus longs que les astres considérés étaient plus loin

sition des vitesses des astéroïdes avec celles des agrégats qu'ils rencontrent dans leur course et attirent autour d'eux, on se rend compte de l'existence de ce vaste anneau d'orbites entrelacées et de la variation des excentricités, des inclinaisons et des axes.

Cette dernière réflexion est également applicable à l'explication du texte que je n'ai préféré mettre en avant que parce qu'elle est une conséquence générale de la théorie.



dans la série décroissante qui précède. Ainsi le soleil a pris sa rotation bien avant que les révolutions et les rotations des planètes fussent sensibles et ce n'est qu'après l'établissement de cette rotation énergique que ces deux espèces de mouvements ont pu acquérir leur développement actuel. Il a fallu de même que les rotations des planètes fussent bien établies pour que les révolutions et rotations des satellites pussent prendre naissance, et ainsi de suite.

Comme dans la condensation graduelle les forces déviatrices diminuent, l'action de ces forces est, toutes choses égales, d'autant plus faible qu'elles commencent à agir au bout d'un temps plus long.

Il existe donc une cause qui limite le nombre des subdivisions à l'infini que l'esprit se plaît à concevoir dans la gravitation des astres les uns autour des autres.

Remarquons maintenant que le mouvement de *révolution* d'un astre ne dépend pas de l'état de condensation plus ou moins avancé de cet astre lui-même, tandis que son mouvement de rotation accéléré en dépend essentiellement.

Il résulte de là, toujours d'une manière générale, que les mouvements de révolution peuvent se continuer dans la série en question plus énergiquement que les mouvements de rotation.

Cette gradation dans les mouvements est indiquée dans le système solaire par la faible vitesse de rotation des satellites dont les révolutions sont cependant énergiques. Comme nous l'avons montré, la rotation d'un satellite $m$ (fig. 9) sous l'attraction d'une planète P provient de ce que l'axe d'attraction PA de cette planète est constamment dévié dans le sens de la rotation et que la planète joue par rapport au satellite le rôle d'un système attractif à un axe. Si le satellite était une masse fluide proprement dite, il prendrait sous l'action de P une figure d'équilibre telle qu'il aurait en $ma$ un axe d'attraction maximum; s'il n'est pas encore assimilable à une telle masse, il aura en $ma'$ un axe d'attraction et sera constamment sollicité par un moment de rotation qui tendra à ramener l'axe $ma'$ en $ma$. Ce moment, l'angle $ama'$ et la rotation résultante sont d'autant plus faibles que la condensation est plus avancée.

D'après ce que nous avons dit plus haut, la rotation réelle des satellites a donc différé très-peu de celle dont la durée est égale à leur temps de révolution et qui est déterminée par la formation continuelle de l'axe d'attraction *ma* vers la planète P et l'on sait qu'alors l'action de cet axe a dû finir par établir une égalité parfaite entre les durées de révolution et de rotation de ces globes. (Voyez Laplace, *Exposition du système du monde,* note VII.)

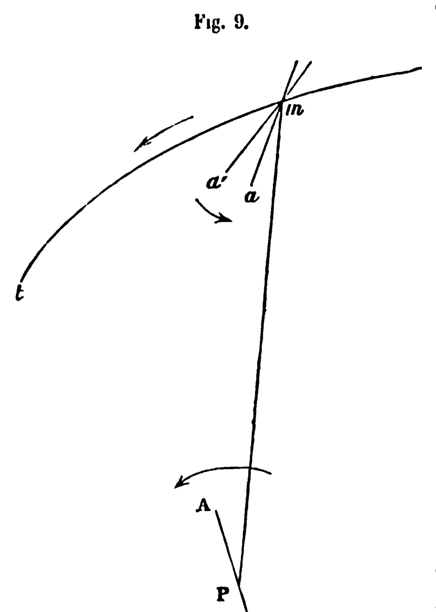


Fig. 9.

62. *Direction des axes de rotation. — Rétrogradation des satellites.* — Les axes de rotation des planètes et des satellites font des angles très-variables avec l'axe de rotation du soleil; pour Uranus l'angle atteint environ 90°, la rotation de cette planète se faisant à peu près normalement au plan de son orbite, et à en juger par la rétrogradation du satellite de Neptune, il s'approche de 180° pour ce dernier globe.

Or, en regardant la constitution du soleil et des planètes comme homogène dans toutes leurs parties, ces axes ne doivent faire entre eux que de très-faibles angles, en raison des régions diverses où se sont formées les planètes par rapport à l'équateur solaire.

Nous trouvons la cause des forces déviatrices dans les conditions de formation des globes elles-mêmes. Rien ne nous autorise, en effet, à supposer que cette formation a été identique en tous sens autour de leurs centres; bien, au contraire, la variété de la distribution des éléments et des corps avant la formation nous oblige à supposer le contraire.

Considérons donc une planète; sa rotation, d'après la règle générale, s'est établie sous l'influence de l'axe attractif du soleil autour d'un axe peu incliné sur l'axe de rotation solaire. Pendant la condensation, les corps solides suspendus dans l'atmosphère dense et d'autres corps formés extérieurement à

cette atmosphère en dehors de la planète viennent successivement les uns se joindre à son noyau solide et liquide, les autres pénétrer dans l'atmosphère pour y rester suspendus à leur tour. Il en résulte que la masse totale de la planète varie constamment, ainsi que la distribution des masses partielles qui la composent.

Supposons que la planète tourne autour d'un de ses axes d'inertie principaux; la résultante des forces centrifuges qui sollicite cet axe sera nulle et la rotation continuera indéfiniment autour de lui comme s'il était fixe.

Imaginons maintenant qu'un corps extérieur vienne se joindre à la masse en rotation, en dehors du prolongement de l'axe; la résultante des forces centrifuges cessera d'être nulle, la position des axes principaux changera, l'ancien axe stable de rotation deviendra axe instantané et se déplacera dans l'espace en oscillant autour du nouvel axe principal d'équilibre stable le plus voisin; la réunion des corps extérieurs continuant, les axes principaux changeront de nouveau de position dans la masse et en même temps les oscillations de l'axe instantané prendront une nouvelle direction; les choses continueront ainsi jusqu'à ce que la condensation soit terminée et que l'axe instantané oscille autour de l'un des axes principaux définitifs de la planète.

A chaque déplacement de l'axe instantané, correspond un changement dans l'équilibre des masses fluides déformables qui recouvrent le noyau de la planète; la résistance qui résulte de ces changements d'équilibre a dû diminuer peu à peu l'amplitude des oscillations de l'axe instantané, jusqu'à le faire coïncider avec l'un des axes principaux définitifs; la rotation se conserve alors indéfiniment autour de cet axe dont la position dans l'espace peut être fort différente de sa position primitive.

**63.** Les déviations ainsi produites n'ont pas toujours été considérables; elles sont particulièrement remarquables pour Uranus et probablement pour Neptune.

On sait que les satellites de ces planètes ont un mouvement rétrograde, c'est-à-dire que leurs projections sur le plan équatorial du soleil se meuvent de l'est à l'ouest. Pour Uranus, le plan moyen des orbites fait un angle d'en-

viron 78° avec l'écliptique, et d'après Newcomb, l'inclinaison de son équateur est de 97°. D'après ce qui précède on doit supposer qu'Uranus a d'abord reçu par l'action du soleil une rotation dans le sens direct et que les déviations successives dont nous avons parlé ont fait décrire à son axe de rotation à peu près un quart de cercle, plus ou moins suivant la position initiale de cet axe.

Par ce simple déplacement, la rotation de la planète et les révolutions des satellites qui en sont la conséquence, sont devenus rétrogrades.

Pour Neptune, l'inclinaison de l'orbe du satellite étant de 145° (Newcomb), la déviation de l'axe de rotation n'a pu être fort éloignée de cette valeur.

La cause que nous assignons aux déviations des axes de rotation est évidente et il faut en tenir compte. Il nous semble beaucoup plus naturel d'attribuer ces déviations aux conditions mêmes de formation des planètes, que de supposer pour les expliquer le choc brusque d'autres globes tout formés. Ces déviations peuvent s'être établies graduellement comme tous les autres caractères du système solaire.

64. *Anneaux de Saturne.* — J'arrive à l'examen d'une particularité qui se déduit de la théorie actuelle et la confirme aussi bien qu'elle a toujours paru confirmer celle de Laplace. C'est l'existence des anneaux de Saturne. Après ce qui précède, nous n'avons pas à nous étendre à leur sujet. En effet, le monde de Saturne, composé de la planète, de satellites et d'anneaux situés dans le plan de son équateur, réalise le cas général de formation prévu par la théorie (§ 49 et § 53). De cette manière s'établit une remarquable analogie entre le monde de Saturne et le système solaire tout entier. Nous pouvons étendre aux anneaux de Saturne tout ce que nous avons dit § 58 de l'existence des astéroïdes dans le système solaire. Cette idée concorde avec l'opinion de Maxwell et celle de M. Hirn (*) qui considèrent les anneaux de Saturne comme formés d'une multitude de corps ou très-petits astéroïdes, et les apparences de ces anneaux comme dues à la multiplicité de leurs orbites entrelacées.

(*) Maxwell, *Monthly notices of the astronomical Society*, vol. XIX.
(**) Hirn, *Mémoire sur les anneaux de Saturne.*

65. *Figure des globes, constitution, ordre des densités.* — Il nous reste enfin, pour terminer l'examen des particularités du système solaire, à rappeler la forme actuelle des globes de ce système et à dire quelques mots de leur constitution.

Dans la théorie de Laplace comme dans celle que je présente, la figure des globes résulte manifestement des effets de la force centrifuge sur une masse déformable dont les parties sont ensuite devenues solidaires par le refroidissement et la condensation.

L'étude de leur constitution est une de ces questions qui établissent un lien intime entre l'astronomie et la géologie.

Une conséquence très-probable de l'hypothèse de Laplace est la fluidité primitive de la masse entière des planètes, la solidification de leur croûte superficielle et l'état de fusion de leur intérieur, état qui serait prouvé par l'augmentation indéfinie de la température avec la profondeur sous la surface.

Au contraire, des considérations que j'ai présentées dans ce travail, il résulte que le centre d'un globe doit dans sa formation se trouver à une température moindre que sa surface, température qui ne peut augmenter que par la conductibilité à travers toutes les couches du globe; la chaleur du globe ne provient dans ces idées que du travail dépensé par l'attraction dans la condensation graduelle. Le globe se compose donc généralement d'un noyau solide recouvert de couches fluides, liquides ou gazeuses.

La question est donc transportée sur le terrain géologique. Or l'on sait que l'hypothèse de la fluidité du globe, après avoir été pendant longtemps admise comme indéniable, a trouvé depuis des contradicteurs éminents.

Lyell, dans ses *Principes de géologie*, après avoir cité les opinions de Playfair et Hutton et celle de sir John Herchel qui montrent que la figure actuelle d'équilibre du sphéroïde terrestre peut résulter de l'action de « *causes graduelles et même encore existantes* » et non d'un *état de fluidité* » *primitive universelle et simultanée,* » — les calculs de M. Hopkins sur la précession, desquels cet auteur conclut que la croûte solide terrestre ne peut avoir *moins de* 1287 à 1609 kilomètres d'épaisseur, l'absence des marées qui ne pourraient manquer de résulter de la fluidité centrale du globe et

enfin la compatibilité de la fluidité partielle ou locale (provoquée par des causes locales) de la croûte terrestre avec les phénomènes volcaniques, finit par la réflexion suivante : « De tous ces faits il suit donc que la fluidité originelle de l'intérieur de la terre et la consolidation graduelle de son écorce, résultat consécutif de la perte qu'éprouve la chaleur interne par suite de son rayonnement dans l'espace, constituent une de ces nombreuses hypothèses scientifiques qui s'appuyaient d'abord sur des bases qui depuis se sont écroulées les unes après les autres (*). »

A cette conclusion, j'ajoute un extrait d'une lettre de M. Lamont, directeur de l'Observatoire de Munich, publiée dans l'*Annuaire* de l'Observatoire de Bruxelles pour 1860, où ce savant, après avoir au sujet du magnétisme terrestre présenté quelques considérations sur la structure du globe, s'exprime comme suit : « Je sais bien que l'hypothèse que je viens d'exposer sur la constitution de l'intérieur de la terre ne s'accorde pas avec les idées presque généralement adoptées aujourd'hui. Mais cette objection ne paraîtra d'aucune importance quand on considérera le degré de certitude que l'observation offre à cet égard. En effet, ceux qui s'occupent de physique du globe n'ont eu jusqu'ici que deux observations certaines qui permettent de tirer des conclusions sur la constitution de l'intérieur de la terre, c'est-à-dire l'accroissement de la température immédiatement au-dessous de la surface et la différence entre l'ellipticité actuelle et celle qu'aurait un sphéroïde homogène. Tout le monde conviendra sans doute que ces deux faits sont loin de prouver une progression régulière et croissante de la densité et de la température et un état de fusion vers le centre de la terre. »

Ce n'est pas ici le lieu de discuter l'origine de l'augmentation de la chaleur avec la profondeur (**), de la fusion des matières qui sont rejetées à la surface du globe dans les éruptions volcaniques et de chercher si l'influence des courants électriques dont la science a reconnu l'existence en dehors de toute préoccupation théorique, ne suffirait point elle seule à rendre compte des faits que présente à notre observation la couche superficielle du globe ;

(*) Lyell, *Principes de géologie*, t. II, ch. XXXII.

(**) Il résulte de notre théorie que la chaleur encore aujourd'hui peut augmenter jusqu'à un maximum au-dessous de la surface.

il me suffit de constater par les extraits précédents, que le monde scientifique regarde comme loin d'être démontrée, et même comme erronée, l'hypothèse de la fluidité centrale du globe terrestre et que, sous ce rapport, la théorie développée dans ce travail est complétement d'accord avec ses conclusions.

Nous pouvons, pour terminer ce sujet, confirmer les vues cosmogoniques qu'il contient par l'observation suivante : Tandis que la conception de Laplace suppose les planètes formées par le refroidissement, notre théorie les considère, au contraire, comme échauffées graduellement par leur formation même.

Comme le travail des forces attractives dans la condensation des globes est la cause de la chaleur qu'ils renferment, on peut conclure que, toutes choses égales, la température moyenne des globes est d'autant plus grande qu'ils sont plus massifs et que la densité croissant en sens inverse de la température, les globes les plus massifs doivent de ce chef être les moins denses. Cette induction théorique est confirmée par l'*ordre général* des densités des planètes puisque les densités de Mercure, Vénus, la Terre et Mars varient de 5.21 pour Mars à 6.71 pour Mercure (densité de l'eau = 1), et celles de Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune de 0.76 (Saturne) à 1.32 pour Jupiter.

La densité du Soleil elle-même est 1.37 seulement. L'ordre des densités semble donc dépendre en grande partie des masses des globes, c'est-à-dire de leurs énergies attractives, et confirme les déductions de la théorie.

66. *Récapitulation.* — On voit par ces courtes considérations que la plupart des particularités du système solaire se présentent comme des conséquences naturelles des principes qui ont servi de base à sa théorie générale (*).

Nous pouvons résumer comme suit les propositions capitales qu'elle renferme :

1° La rotation du soleil dérive de l'action du système des autres soleils;

(*) Je n'ai point parlé des comètes, désirant réserver mon opinion sur la manière dont elles ont acquis leurs mouvements, avant de posséder des notions précises sur leur constitution.



2° Les planètes sont des globes formés indépendamment du soleil, dans sa sphère d'action, et dont les révolutions et rotations se sont établies par son action attractive et aux dépens de sa rotation;

3° Il y a dans le système solaire des astéroïdes dont les révolutions se sont établies aussi aux dépens de la rotation solaire soit par l'entraînement de la matière qui pesait sur lui, soit parce qu'ils faisaient partie d'un seul et même globe qui aurait acquis son mouvement de révolution avant d'être complétement formé;

4° *Remarque générale.* — Tous les mouvements et tous les caractères du système solaire se sont établis d'une manière graduelle. Le système a atteint un état d'équilibre parce que toutes les forces déviatrices (axes d'attraction, résistance du milieu, etc.) se sont anéanties par la condensation jusqu'à devenir insensibles.

67. *Réflexions générales sur les idées renfermées dans ce travail.* — Le résultat capital du travail actuel, celui sur lequel je désire surtout attirer l'attention, c'est que l'attraction seule, sans aucune vitesse initiale des éléments, a pu déterminer les mouvements de révolution et de rotation des globes. On ne peut se dissimuler l'influence de ce résultat sur la philosophie naturelle. Cette influence se présente sous différents aspects :

D'abord, c'est un puissant argument en faveur de l'existence de la force comme objet premier, comme entité, et non comme résultat de mouvement de la matière, et l'on ne saurait trop insister sur l'importance extrême de cette vérité dans l'étude de toutes les parties du monde matériel, notamment dans nos conceptions sur la structure des corps et leurs propriétés.

Ensuite, la théorie des mouvements que prennent ainsi graduellement sous leurs actions réciproques des éléments primitivement au repos, établit une relation intime entre les différents états par lesquels passent les globes en formation et les mouvements dont ils sont animés, et rattache ainsi directement l'astronomie à la géologie en éclairant ces sciences l'une par l'autre.

Enfin, indépendamment de toute idée théorique sur la nature de l'attraction, le domaine de cette puissance sera encore étendu et l'unité de la science

astronomique consommée, quand il sera bien reconnu qu'elle seule est la cause formatrice des mouvements qu'elle sert à conserver.

L'idée de la formation graduelle et ordonnée de l'ordre de choses existant, pensée par Descartes et lue dans le ciel par Herschel, est vraie, et la loi de Newton la démontre et l'explique.

L'établissement d'un si grand objet repose sur l'influence de la forme des masses, ce principe que nous retrouverons dans la cristallisation et qui, dans le monde sidéral comme dans le monde moléculaire, règle les mouvements, détermine les positions relatives et semble être, en quelque sorte, la partie intelligente de l'attraction.

Quel spectacle que celui de cette force, aveugle pourtant, tirant du repos les éléments, en formant des corps variés à l'infini, réunissant ces corps en globes de toutes formes et de toutes grandeurs, puis imprimant lentement et graduellement à ces globes des vitesses de rotation et de révolution prodigieuses, en même temps que, par suite même de la formation, ils deviennent lumineux et répandent partout autour d'eux dans l'espace la chaleur et la vie!

Bientôt, peut-être, on reconnaîtra, comme Brück l'a établi pour la terre dans sa remarquable théorie du *Magnétisme terrestre,* que de la rotation des globes et de leurs révolutions résultent à leurs surfaces et dans leur intérieur de vastes systèmes de courants de fluides expansifs, dont les mouvements périodiques sont mathématiquement liés aux circonstances les plus minutieuses des mouvements astronomiques et que les intensités et forces vives de ces courants sont des facteurs premiers dans tout ce qui concerne les globes, leurs atmosphères et même le développement du monde organique qu'ils portent à leurs surfaces. Ainsi, en dernière analyse, tous ces objets seraient des conséquences forcées des forces réciproques et de la distribution des atomes avant la formation.

Qu'on me permette, en terminant, une réflexion dont la nature ne paraîtra sans doute point déplacée dans un sujet d'un ordre si élevé.

De ce que la force mathématiquement définie doit suffire à expliquer l'ordre de l'univers, voudra-t-on tirer un argument contre la Providence et

chercher à l'y substituer? Cette pensée serait aussi mesquine que déraisonnable. Reconnaissons plutôt que, si des forces aveugles ont produit de telles choses, la Providence, qui leur est antérieure et supérieure, n'en est que plus admirable, puisqu'elle arrive aux fins les plus délicates par la grandeur et la simplicité des lois, et remercions Celui dont l'intelligence infinie a conçu ces merveilles, et dont la bonté nous permet de les comprendre.

27 mai 1878.

## NOTE.

Dans cette note, je me propose de prévenir certaines objections et de répondre à d'autres qu'on a bien voulu me faire :

*Première objection.* « Aucune force répulsive n'existant à l'origine, il est impossible de » comprendre la transformation de la force vive de l'attraction en chaleur. »

J'admets qu'à l'origine les atomes matériels étaient au repos dans l'espace, à distance les uns des autres et soumis à leurs attractions réciproques. Je conçois donc la *matière* comme *substance active* transmettant son action à travers l'espace d'une manière transcendante, c'est-à-dire d'une manière qui n'est pas définissable par des mouvements mêmes de la *matière* dans l'*espace* et le *temps.*

D'autre part, l'étude des propriétés de fluides expansifs, tels que les gaz, conduit à la conclusion que l'espace existant entre les atomes, ou ce qu'on nomme le vide, est un milieu infiniment *mobile,* comme la matière est un milieu infiniment *dur*, que ce milieu pour une température finie exerce une action répulsive entre les atomes, que cette répulsion s'exerce non pas proportionnellement à leurs masses, mais agit à leurs surfaces, que son intensité mesurée par la répulsion sur l'unité de surface, est une variable et qu'elle n'est autre que la *température absolue.*

En résumé, d'après ces conclusions que j'établirai rationnellement dans un prochain travail, je conçois l'espace comme occupé par deux substances : l'une *substance attractive* ou matière, occupant les volumes atomiques; l'autre *substance répulsive* occupant le volume interatomique. — L'intensité d'action de la matière est constante; celle de la substance répulsive est variable; elle peut donc être nulle; cette nullité répond au zéro absolu.

La quantité totale d'énergie de l'Univers étant constante, on conçoit que si l'une des substances perd une certaine quantité d'énergie, l'autre substance gagnera la même quantité. On conçoit dès lors que si deux atomes matériels se rencontrent sous l'action de leurs forces d'attraction, chacun d'eux, en vertu de l'*impénétrabilité*, *perd* la force vive dont il est animé, force vive qui constitue une certaine quantité d'énergie, et que cette énergie est gagnée par la substance interatomique.

Ce n'est pas ici le lieu de définir mathématiquement les lois suivant lesquelles se fait cet échange; il suffit de faire comprendre à l'aide de la conception générale qui précède,

comment la force vive due à l'attraction étant détruite, il peut naître une quantité de chaleur équivalente, même dans le cas où la force de répulsion serait nulle.

La substance interatomique n'en existe pas moins, quoique l'énergie calorifique soit nulle. Une *substance* peut exister sans posséder un certain genre d'énergie et acquérir une certaine quantité de cette énergie à partir de zéro; par exemple, la *matière* au *repos* peut acquérir de la *force vive.*

Tout ceci montre qu'il n'est pas irrationnel de supposer, comme je l'ai fait dans le texte, que, l'intensité de la répulsion étant nulle, c'est-à-dire la température étant le zéro absolu, la force vive des atomes puisse se transformer en énergie calorifique.

*Deuxième objection.* — « Si deux atomes peuvent arriver au contact, ils seront unis par » une force infinie et n'en formeront plus qu'un seul. On ne peut donc supposer que le » contact des atomes ait eu lieu. »

Cette objection repose sur une pétition de principe, c'est que les atomes ont des dimensions infiniment petites, donc une densité infinie. Dans ce cas, en effet, la loi de la nature donne une attraction infinie au contact. Or j'ai été conduit (principalement par l'étude de la force de répulsion) à admettre que les atomes ont des surfaces finies; de là la définition suivante : L'atome est un petit volume sphérique fini complétement occupé par la matière.

La loi d'attraction universelle de Newton que nous savons appartenir aux derniers points matériels et être au moins l'un des termes de leur attraction réciproque, permet aux atomes finis de se toucher. J'admets à cette loi un second terme, qui n'est qu'une conséquence du premier. Ce second terme ne donne également lieu qu'à une action finie de deux atomes au contact. Je suis donc fondé à supposer que le contact a pu avoir lieu.

*Troisième objection.* — « Clausius a démontré qu'il faudrait un travail infini pour » ramener un corps au zéro absolu; d'où l'on peut conclure qu'il faudrait un travail infini » aussi pour amener un corps, qu'il soit dissocié ou non, du zéro absolu à une tempéra» ture finie. En d'autres termes, le zéro absolu est une limite qui n'a jamais existé et qui » ne sera à fortiori jamais atteinte dans l'Univers. Il est donc impossible de prendre comme » point de départ de celui-ci, le zéro absolu. »

Dans son sixième Mémoire, § 12 (*Théorie mécanique de la chaleur*, trad. de M. Folie), Clausius démontre qu'il faudrait une disgrégation infinie pour ramener un corps au zéro absolu.

La *disgrégation* d'un corps représente, d'après Clausius, son *degré de division* (p. 264).

C'est par le moyen de la disgrégation Z que la chaleur H contenue dans un corps effectue un travail L (tant intérieur qu'extérieur).

A une augmentation de disgrégation $dZ$ répond un travail élémentaire $dL$, proportionnel à la température absolue T (p. 261). On a donc :

(1) $$dL = kTdZ$$

$k$ étant un coefficient de proportionnalité.



Si le corps ne reçoit pas de chaleur et n'en perd pas, on a évidemment

$$dH + AdL = 0 \tag{2}$$

A étant l'équivalent mécanique de la chaleur.

En éliminant L entre (1) et (2) et remarquant que H est proportionnel à T, on déduit aisément entre Z et T une relation qui montre que $Z=\infty$ pour $T=0$. Quant au travail que produirait de $Z=Zo$ à $Z=\infty$ la chaleur du corps, ce travail est fini et égal à

$$\int_{Z_0}^{Z=\infty} kTdZ = \int_{H}^{0} = \frac{dH}{A} = \frac{H}{A},$$

résultat évident à priori.

Si Z représente le degré de division du corps, $Z=\infty$ répond à un état de dissociation tel que les atomes soient à des distances infinies les uns des autres. La relation entre Z et T obtenue par Clausius signifie que les forces répulsives dues à la chaleur devraient travailler sur une distance infinie pour produire le travail fini $\frac{H}{A}$. — Si les forces extérieures ou intérieures sont telles que la somme de leurs travaux soit infinie pour une augmentation infinie des distances élémentaires du corps (et cela dépend de la loi d'action de ces forces), il faudra donc dépenser un travail infini pour atteindre les conditions nécessaires au zéro absolu. Mais le travail à dépenser pourrait être fini : si, par exemple, la force d'attraction de Newton était seule agissante, il ne faudrait qu'un travail fini pour opérer la disgrégation infinie d'un corps fini. Ce travail serait égal à la somme des potentiels des atomes les uns par rapport aux autres. J'ai supposé le zéro absolu et les atomes placés à distances finies ; cette conception n'est-elle pas absolument contradictoire avec le résultat précédent ? On reconnaîtra qu'il n'en est rien, en remarquant que dans ma théorie la chaleur est produite d'une manière instantanée et non point d'une manière continue, ce que suppose le théorème de Clausius. En effet, dans cette théorie, la force vive de deux atomes ne se transforme en chaleur qu'au moment où ils se rencontrent, l'énergie se transmettant alors à la substance interatomique. Si ensuite cette même chaleur se dépensait pour disperser de nouveau les atomes, elle ne le ferait plus d'une manière brusque, mais d'une manière continue, et, en vertu de la loi précédente, elle ne pourrait être tout entière dépensée que lorsque les atomes seraient à l'infini.

Une quantité de chaleur finie peut évidemment être produite par la dépense d'une quantité de travail finie ; et précisément à cause de mon hypothèse du zéro absolu primitif, il n'y a pas lieu d'appliquer la relation de Clausius pendant toute la période primitive du rapprochement des atomes.

Il n'existe donc pas de contradiction entre les idées que j'expose et le résultat obtenu par Clausius.

*Remarque*. — Il peut être intéressant de remarquer que la signification analytique de la variable Z est plus générale que celle que Clausius attribue au mot *disgrégation*.

Quelle est la vraie signification de Z ?

Si nous nommons $u$, $u'$ etc., les distances des points matériels dont l'ensemble constitue le corps, les forces calorifiques répulsives F, F', etc., qui agissent entre ces points sont d'abord proportionnelles à la température absolue T et ensuite sont des fonctions $f, f'$ de ces distances. On peut donc écrire

$$\left.\begin{array}{l} F = kT\, f(u) \\ F' = kT\, f(u') \end{array}\right\} \text{etc.}$$

$k$ étant un coefficient de proportionnalité.

Si $du, du'$, etc., sont les chemins élémentaires parcourus par les points matériels et projetés sur les directions des forces F, F',... on a pour le travail élémentaire de ces forces

$$F du + F' du' + \cdots = kT \left\{ f(u)\, du + f(u')\, du' + \cdots \right\} = kT\, \Sigma f(u)\, du.$$

si donc L est le travail tant intérieur qu'extérieur dû à ces forces, on a

$$dL = kT\, \Sigma f(u)\, du.$$

En comparant cette relation à la relation (1) de Clausius, on trouve

$$dZ = \Sigma f(u)\, du \qquad \text{et} \qquad Z = \int \Sigma f(u)\, du + Z_0$$

$Z_0$ étant la valeur de Z quand les distances des points du corps sout $u_0$, $u'_0$, etc.

En d'autres termes, Z est une fonction des distances $u$, $u'$, ... qui représente le travail fictif de la force calorifique répulsive dans le cas d'une température absolue constante.

Donc pour que la fonction Z représente réellement le *degré de division* du corps ou la *disgrégation*, il faut que la fonction $\int \Sigma f(u) du$ ne puisse être infinie que pour des valeurs infinies de $u$, $u'$,.... C'est en effet ce que les données expérimentales indiquent par induction; mais au point de vue analytique, cette fonction pourrait être telle qu'elle devînt infinie pour des valeurs finies de $u$, $u'$, ... et dans ce cas le zéro absolu pourrait être obtenu par un changement de position fini des atomes ou une *disgrégation* finie du corps.

*Quatrième objection.* — « On objectera peut-être encore que la quantité totale d'énergie » de l'Univers étant constante et l'énergie totale que peuvent dépenser les forces d'attraction » réciproque étant égale à la somme de leurs travaux pour amener les atomes de l'infini » au contact, il eût fallu n'admettre le zéro absolu que pour le cas où les atomes » auraient été originairement situés à des distances infinies les uns des autres. Mais l'examen » des conséquences d'une telle hypothèse la rend inadmissible. »

Il est clair d'abord qu'il aurait fallu dans ce cas un temps infini pour que les atomes arrivassent à distances finies. Il reste alors à supposer que dans leurs positions primitives les atomes ont été à distances finies, et que la somme totale d'énergie de l'Univers se composait :

1° De la somme des travaux de l'attraction pour les amener de ces positions au contact;

2° D'une quantité de chaleur égale à la somme des travaux déjà dépensés pour les amener à distances finies.

Mais cette hypothèse n'est pas plus acceptable que la première; en effet, en admettant que la force d'attraction se réduise à la loi de la nature (qui constitue seulement le premier de ses deuxtermes), le travail dépensé pour amener un atome de l'infini à sa position actuelle est le produit de sa masse par son potentiel relatif au système de tous les autres atomes, placés dans l'espace à distances finies et en nombre infini.

Il est aisé de se rendre compte que, dans ces conditions, ce potentiel est infini. Il en résulterait qu'à l'origine, il faudrait admettre pour chaque atome une quantité de chaleur infinie, tandis que la force attractive qui le sollicite est finie. Aucune condensation, aucune formation ne serait alors possible.

Il reste donc à supposer, comme je l'ai fait, que les atomes ont été primitivement placés à des distances finies les uns des autres, la somme totale d'énergie de l'Univers étant déterminée par leurs positions relatives et égale à la somme des travaux nécessaires pour les amener au contact.

Dès lors l'énergie calorifique devait être nulle et ne pouvait prendre une valeur différente de zéro que par la rencontre des atomes, ce qui est possible, ainsi que je l'ai montré en traitant l'objection première. Le monde a ainsi été *au commencement* dans un état par lequel il ne repassera certainement plus, en vertu du principe de Clausius.

Cette conclusion n'arrêtera point ceux qui pensent que l'ordre de choses existant (*temps, espace, substance active*) est le résultat d'un acte libre.

Mais il serait facile de modifier l'hypothèse de laquelle je suis parti, de manière à la rendre acceptable par ceux qui sont d'une opinion différente et pensent que cet ordre de choses a toujours existé, en substituant au zéro absolu de température, une température très-faible, aussi faible qu'on voudra, température à laquelle correspondra à l'origine une force de répulsion très-faible également.

Rien ne sera alors changé aux résultats de la formation, telle que nous l'avons exposée, et la discussion ne portera plus que sur le point de vue métaphysique.



# MÉMOIRE SUR QUELQUES APPLICATIONS

DE

# LA THÉORIE DES FORMES ALGÉBRIQUES

# A LA GÉOMÉTRIE;

PAR

M. C. LE PAIGE,

CHARGÉ DE COURS D'ANALYSE A L'UNIVERSITÉ DE LIÉGE.

—

(Mémoire présenté à la Classe des sciences, dans la séance du 2 février 1878.)





# AVANT-PROPOS.

Nous nous proposons de réunir dans ce Mémoire, en les complétant, la plupart des applications que nous avons faites de la théorie des formes algébriques à des recherches de Géométrie.

La méthode suivie peut, croyons-nous, conduire à des résultats qui ne sont pas dénués d'intérêt, et permet de généraliser un grand nombre de propriétés connues seulement pour le second ordre : ce sont, en effet, des applications de cette « branche spéciale des théories analytiques d'où la Géométrie peut tirer des ressources précieuses, et sans lesquelles, dans l'état actuel de ses propres moyens, elle ose à peine aborder certaines questions (*). »

La théorie des déterminants et celle des formes algébriques, qui s'y rattache par plus d'un point, sont éminemment propres à faire connaître les propriétés qui ne dépendent que de la forme des équations par lesquelles on peut représenter les courbes et les surfaces, indépendamment du degré de ces équations, c'est-à-dire, indépendamment de l'ordre ou de la classe de ces courbes ou de ces surfaces.

Les propriétés des invariants et des covariants d'un système de formes sont susceptibles, pour la plupart, d'interprétations géométriques élégantes : par leur nature même, ces fonctions se prêtent merveilleusement à l'étude des questions fondamentales de la Géométrie moderne.

Cette dernière doit ses plus grands progrès, comme l'on sait, à la théorie du rapport anharmonique et à celles de l'homographie et de l'involution, qui en dérivent (**).

(*) Chasles, *Rapport sur les progrès de la Géométrie*, p. 377.

(**) Il suffit, pour s'en convaincre, de parcourir les deux ouvrages de M. Chasles : la *Géométrie supérieure* et le *Traité des sections coniques*, et l'ouvrage de Steiner, *Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von Einander*, fondés sur cette seule notion.



Or les invariants et les covariants, comme l'a fait remarquer M. CAYLEY, dans l'un de ses importants mémoires, peuvent s'exprimer au moyen de combinaisons de rapports anharmoniques (*).

Cependant il y a quelque avantage, pensons-nous, à introduire, à la place des rapports anharmoniques de quatre quantités, des fonctions nouvelles, contenant un nombre de quantités double du degré des formes employées, lorsqu'il s'agit de deux formes, ou égal à ce degré, lorsque l'on n'a qu'une seule forme d'ordre pair : cette notion, purement analytique, nous avait conduit à la considération de ces invariants, en quelque sorte élémentaires, quelque temps avant que M. FOLIE les trouvât de son côté, d'une façon indépendante, par des moyens géométriques qui en dévoilaient en même temps l'interprétation précise (**).

Les principaux objets que nous nous proposons de traiter sont : la théorie du rapport anharmonique et celles des points conjugués harmoniques, de l'involution et de l'homographie.

Ces différentes théories n'ont encore été appliquées que partiellement aux ordres supérieurs. Au point de vue de leur utilité ultérieure, on nous permettra donc de nous étendre parfois un peu sur les différentes questions qui se présenteront et de montrer les analogies qui existent avec les propriétés connues pour le second ordre.

On pourra voir, de cette façon, quels sont les points susceptibles d'extension et dans quel sens cette extension se peut faire.

Nous traiterons aussi, quelquefois, des questions purement analytiques auxquelles nous espérons pouvoir rattacher plus tard différents travaux.

[Dans sa séance du 6 juillet 1878, l'Académie a bien voulu nous permettre d'ajouter, à ce Mémoire, diverses additions, qui sont placées entre crochets, pour les distinguer de la rédaction primitive.]

(*) *Nouvelles recherches sur les covariants*, JOURN. DE CRELLE, t. XLVII, p. 123.

(**) FOLIE, *Note sur l'extension de la notion du Rapport anharmonique*, BULL. DE L'ACAD. ROY. DE BELGIQUE, t. XLIV, p. 469.

## MÉMOIRE SUR QUELQUES APPLICATIONS

DE

# LA THÉORIE DES FORMES ALGÉBRIQUES

## A LA GÉOMÉTRIE.

---

## CHAPITRE I.

### DU RAPPORT ANHARMONIQUE.

**1.** Nous commencerons par rappeler certaines définitions et notations qui nous seront utiles dans la suite de ce Mémoire.

On sait que l'on entend par *formes algébriques des fonctions algébriques entières, rationnelles et homogènes de plusieurs variables et à plusieurs dimensions*. On les distingue, suivant le nombre des variables, en *binaires, ternaires, quaternaires*, etc., et, suivant leur degré, en formes du *second, du troisième, du quatrième degré*, etc. (*), ou en formes *quadratiques, cubiques,*

(*) Ces définitions sont empruntées à Gauss, *Desquisitiones Arithmeticae*, § 266. Werke, 1ster Band, p. 299. Dans ce chapitre *sur les Formes ternaires*, pressentant toute l'importance de ce sujet, Gauss le recommande à l'attention des géomètres et ajoute : *In quo materiem ingentem vires suas exercendi, Arithmeticamque sublimiorem egregiis incrementis augendi invenient.*

*biquadratiques,* etc. Ces fonctions sont aussi désignées sous le nom de *quantiques* (*).

Nous emploierons généralement la première dénomination, plus usitée dans les travaux écrits en langue française.

On peut représenter une forme, à un nombre quelconque de variables par la notation

$$(a, b, c, \dots \between x, y, \dots)^m,$$

lorsque les quantités $a$, $b$, $c$, sont affectées des coefficients numériques correspondant aux mêmes puissances des variables dans le développement de

$$(x + y + \cdots)^m,$$

et par la notation

$$(a, b, c, \dots \between x, y, \dots)^m,$$

lorsque ces coefficients numériques ne s'y trouvent pas (**).

On s'est aussi servi de la notation symbolique :

$$(ax + by + \cdots)^n \text{ (***)},$$

et, par abréviation, de la suivante :

$$a_x^n, b_x^n, \text{ etc., (****)}.$$

Nous ferons surtout usage de la première notation, mieux appropriée au but que nous nous proposons, sans méconnaitre, pour cela, la valeur des dernières, employées par Clebsch et M. Gordan dans leurs belles recherches sur les formes algébriques.

(*) A. Cayley, *Memoirs upon Quantics,* Philos. Trans., années 1854 et suivantes. — M. Sylvester a aussi employé ce terme dans ses récentes recherches sur les invariants, concurremment avec celui de forme. C. R., t. LXXXV, p. 992.

(**) Id. *An Introductory Memoir upon Quantics,* Philos. Trans., t. CXLIV, p. 246.

(***) Voir, par exemple, P. Gordan, *Ueber die Bildung der Resultante zweier Gleichungen;* Math. Ann. 3ter Band, p. 357.

(****) Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen*, p. 130. Gordan, *Ueber das Formensystem binaerer Formen,* passim.



2. Soit

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n,$$

une forme binaire du $n^{me}$ ordre.

Si l'on égale cette forme à zéro, on obtient une équation

$$U_1 = 0,$$

vérifiée par $n$ valeurs du rapport $\frac{x}{y}$.

On sait que chacune de ces valeurs peut être représentée géométriquement par la position d'un point sur une droite (*).

Les quantités $x, y$ sont proportionnelles aux distances d'un point variable $m$ à deux points fixes A et B.

Par suite, toute forme $U_1$ peut être considérée comme représentant une série de points en ligne droite, ou plus simplement une *ponctuelle* (**).

On sait encore que *toute transformation linéaire des variables* x *et* y *est identique avec un déplacement des points fondamentaux* A *et* B.

De plus, *l'évanouissement d'un invariant d'une ou de plusieurs formes exprime une propriété des ponctuelles représentées par ces formes, qui ne dépend que de la position relative des points de ces ponctuelles* (***).

3. Soient deux formes binaires

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \dots b_{n+1} \between x', y').$$

Formons les différences

$$x_p y'_q - x'_q y_p,$$

où $p$ et $q$ représentent des nombres appartenant à la série $1.2.3 \dots n$.

Si nous remplaçons les variables $x, y, x', y'$, au moyen de la substitution

$$x = \alpha X + \beta Y,$$
$$y = \alpha' X + \beta' Y,$$

(*) Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen*, p. 44.

(**) Cremona, *Éléments de Géométrie projective*, p. 17. (Traduction de M. Dewulf.)

(***) Pour ces points, voir l'ouvrage cité de Clebsch, ainsi que ses *Vorlesungen ueber Geometrie*, publiées par le Dr Lindemann, 1er Band, p. 169.

et que nous désignons par $\delta$ le module de la subtitution, c'est-à-dire le déterminant

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha' & \beta' \end{vmatrix},$$

nous aurons

$$X_p Y'_q - X'_q Y_p = \delta(x_p y'_q - x'_q y_p).$$

Nous représenterons chacune de ces différences par la notation

$$(xy')_{pq}.$$

Faisons le produit de $n$ de ces différences où la suite des nombres $p$, de même que la suite des nombres $q$, soit une permutation de $1.2.3 \ldots n$.

Nous supposerons, ce qui est toujours possible, que l'une de ces suites soit rangée dans l'ordre naturel.

Soit $I_{q_1 q_2 \ldots q_n}$ l'un de ces produits, $q_1 q_2 \ldots q_n$ désignant toujours une permutation de $1.2.3 \ldots n$. Nous aurons ainsi

$$I_{q_1 q_2 \ldots q_n} = (xy')_{1q_1}(xy')_{2q_2} \ldots (xy')_{nq_n} \text{ (*)}.$$

On voit que l'on peut former $n!$ de ces quantités : $n!$, suivant la notation connue, est égal au produit $1.2.3 \ldots n$.

Chacune de ces fonctions est un invariant et il résulte de leur définition que le quotient de deux d'entre elles est un invariant absolu.

Si les formes $U_1$, $U_2$ sont écrites

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \ldots a_{n+1} \between \lambda, 1)^n,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \ldots b_{n+1} \between \theta, 1)^n,$$

$I_{q_1 q_2 \ldots q_n}$ prend la forme

$$(\lambda_1 - \theta_{q_1})(\lambda_2 - \theta_{q_2}) \ldots (\lambda_n - \theta_{q_n})$$

qui se prête peut-être mieux aux applications géométriques que nous avons

(*) *Note sur l'extension des Théories de l'involution et de l'homographie*, Bull. de l'Acad. Roy. de Belg., t. XLIV, p. 551.



en vue et permet de faire ressortir davantage l'analogie des propriétés que nous rencontrerons avec celles que l'étude des coniques a fait connaître.

Nous avons fait observer que le quotient de deux invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$ est un invariant absolu : nous choisirons parmi ces quotients ceux qui ont la forme

$$\frac{I_{q_1 q_2 \dots q_n}}{I_{1.2 \dots n}}.$$

et nous les représenterons par la notation particulière

$$\mathfrak{I}_{q_1 q_2 \dots q_n}.$$

Il résulte des propriétés connues des substitutions linéaires que, si l'on joint les points d'une *ponctuelle* à un même point, par des droites, et que l'on coupe par une *transversale* le faisceau ainsi obtenu, on obtient sur cette transversale une nouvelle *ponctuelle* telle que

$$\mathfrak{I}'_{q_1 q_2 \dots q_n} = \mathfrak{I}_{q_1 q_2 \dots q_n} \text{ (*)}.$$

Ceci résulte encore de la remarque faite par M. Folie sur l'expression des rapports anharmoniques de degré quelconque comme produits de rapports anharmoniques du second ordre.

On pourrait d'ailleurs donner de ce fait une démonstration directe, analogue à celle qu'emploie M. Chasles (**).

4. Au lieu de considérer un seul des invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$, nous pouvons multiplier chacun d'eux par un coefficient $m_{q_1 q_2 \dots q_n}$ et former la fonction

$$I_m = a_1 b_1 \Sigma m_{q_1 q_2 \dots q_n} I_{q_1 q_2 \dots q_n}.$$

Pour $2n$ points en ligne droite, nous pourrons supposer que cette fonction s'annule et nous lui donnerons, dans ce cas, le nom de *fonction anharmonique.*

(*) Clebsch, *Op. cit.*, p. 64.
(**) *Traité de Géométrie supérieure*, p. 12.





Il est évident que, pour les ordres supérieurs au second, les coefficients $m_{q_1 q_2 .. q_n}$ ou plutôt les rapports

$$m_{q_1 q_2 \ldots q_n} : m_{q'_1 q'_2 \ldots q'_n} : \ldots \text{etc.},$$

ne sont pas déterminés, en général, lorsque l'on donne la position des $2n$ points avec la condition

$$I_m = 0.$$

Néanmoins l'introduction de la *fonction anharmonique* sera utile dans un cas particulier fort important où l'analogie avec les propriétés connues des formes du second ordre est complète.

Pour arriver à cette notion, écrivons la fonction anharmonique du second degré

$$m_{12} I_{12} + m_{21} I_{21} = 0.$$

Si nous y supposons $m_{12} = m_{21}$ nous trouvons

$$\frac{I_{21}}{I_{12}} = -1,$$

ou bien, en remplaçant les symboles par leur expression développée

$$\frac{(\lambda_1 - \theta_2)(\lambda_2 - \theta_1)}{(\lambda_1 - \theta_1)(\lambda_2 - \theta_2)} = -1.$$

Lorsqu'il en est ainsi, les deux formes

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, a_3 \between \lambda, 1)^2,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, b_3 \between \theta, 1)^2,$$

représentent quatre points conjugués harmoniques. On sait encore que la condition nécessaire et suffisante pour que deux formes quadratiques représentent quatre points conjugués harmoniques est que l'on ait

$$I_1 \equiv (a_1 b_3 - 2a_2 b_2 + a_3 b_1) = 0 \ (^*) \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

(*) A. Cayley, *A fifth Memoir upon Quantics*. Phil. Trans., t. CXLVIII, p. 433.



Par suite, la condition (1) est identique avec la suivante

$$m_{12} = m_{21} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nous allons voir que cette identité a lieu pour tous les ordres.

Faisons la même hypothèse dans le cas général, c'est-à-dire supposons que l'on ait

$$m_{q_1 q_2 \dots q_n} = m_{q'_1 q'_2 \dots q'_n} = \cdots = m_{q''_1 q''_2 \dots q''_n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Alors la fonction anharmonique devient

$$a_1 b_1 \Sigma I_{q_1 q_2 \dots q_n} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Mais il est aisé de voir que le premier membre est, à un facteur près, égal à

$$\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n - \frac{1}{n} \Sigma \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} \Sigma \theta_1 + \cdots \pm \theta_1 \theta_2 \dots \theta_n,$$

ou bien égal, à ce facteur près, à l'invariant linéo-linéaire des deux formes $U_1$, $U_2$.

Nous dirons que « *si deux formes binaires homogènes de degré* n *sont telles que leur invariant quadratique soit nul, les* 2n *points, que ces formes représentent, sont conjugués harmoniques d'ordre* n (*).

Nous aurons l'occasion de développer ce dernier point dans la suite de ce Mémoire, mais nous ne le pourrons qu'après avoir donné la théorie de l'involution.

Remarquons encore que, par l'emploi des invariants, l'équation (1) peut s'écrire

$$\Sigma \mathfrak{I}_{q_1 q_2 \dots q_n} = -1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Si nous désignons par $I_1$, comme nous l'avons fait jusqu'ici, l'invariant quadratique simultané des deux formes, $U_1$, $U_2$, nous aurons

$$\frac{a_1 b_1}{n!} \Sigma I_{q_1 q_2 \dots q_n} = I_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

(*) *Sur quelques propriétés de l'invariant quadratique simultané de deux formes binaires;* Bull. de l'Académie roy. de Belgique, t. XLIV, p. 369.



5. Outre cet invariant, auquel ils se rattachent immédiatement, les invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$ sont encore liés au résultant des deux formes.

Soit R le résultant des deux formes

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \dots b_{n+1} \between x, y)^n.$$

Représentons par $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_n$; $\theta_1, \theta_2, \dots \theta_n$ les racines des deux équations

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 0.$$

On sait que

$$R = a_1^n (\lambda_1 - \theta_1)(\lambda_1 - \theta_2) \dots (\lambda_1 = \theta_n) \dots (\lambda_n - \theta_1)(\lambda_n - \theta_2) \dots (\lambda_n - \theta_n) \text{ (*)}.$$

Mais

$$I_{q_1 q_2 \dots q_n} = (\lambda_1 - \theta_{q_1})(\lambda_2 - \theta_{q_2}) \dots (\lambda_n - \theta_{q_n}).$$

Comme il existe $1.2.3 \dots n$ de ces invariants, on voit aisément que leur produit sera égal au résultant, élevé à la puissance $1\ 2.3 \dots n - 1$.

Par suite

$$\Pi . I_{q_1 q_2 \dots q_n} = R^{(n-1)!} \quad \dots \dots \dots \dots \quad (7)$$

Il résulte de l'équation (7) que si deux des points représentés par les formes $U_1$, $U_2$, et appartenant aux deux ponctuelles coïncident, $1.2.3 \dots n - 1$ des invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$ s'évanouissent.

En effet, l'un au moins d'entre eux doit s'annuler puisque $R = 0$, et il ne le peut que si l'un des facteurs $\lambda_p - \theta_{q_p}$, par exemple, s'annule.

Tous les invariants qui contiennent ce facteur s'annuleront en même temps : or ils sont évidemment au nombre de $1.2.3 \dots n - 1$, puisque la quantité $q_p$ restant fixe, les autres quantités pourront encore former $1.2.3 \dots n - 1$ permutations.

Dans le second ordre, lorsque deux points, appartenant aux deux groupes, coïncident, le rapport anharmonique devient nul ou infini : ceci concorde avec la théorie que nous venons d'exposer.

(*) BALTZER, *Theorie und Anwendung der Determinanten*, p. 104.

Si nous écrivons, dans ce dernier cas, la fonction anharmonique

$$m_{12}I_{12} + m_{21}I_{21} = 0,$$

on voit que si $m_{12} = 0$, ou $m_{21} = 0$, $R = 0$.

Lorsque le degré des formes est supérieur au second, il ne suffit évidemment pas qu'un des coefficients $m$ l'annule pour que l'on en puisse conclure $R = 0$.

6. Il est visible que les invariants $I_{q_1q_2\ldots q_n}$ ne sont pas irréductibles ni même *asyzygétiques*, dans le sens attaché à ces termes par M. Cayley (*).

La théorie des formes algébriques rend aisément compte de ce fait : nous nous bornerons à le montrer pour les formes cubiques.

On a, entre autres, les relations

$$\left.\begin{aligned} I_{123} + I_{231} + I_{312} - I_{132} - I_{213} - I_{321} = 0, \\ I_{123}.I_{231}.I_{312} - I_{132}.I_{213}.I_{321} = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (8)$$

Parmi les invariants $I_{q_1q_2\ldots q_n}$ et $\mathfrak{I}_{q_1q_2\ldots q_n}$, on doit remarquer ceux où $q_1q_2\ldots q_n$ est une permutation circulaire de $1.2.3.\ldots.n$.

Il existe, comme on sait, $n$ de ces permutations.

Nous aurons lieu, dans des applications géométriques ultérieures, de montrer, parmi les formes de la fonction anharmonique, la suivante

$$m_{123\ldots n}I_{123\ldots n} + m_{23\ldots 1}I_{23\ldots 1} + m_{34\ldots 2}I_{34\ldots 2} + \cdots + m_{n.1.2\ldots n-1}I_{n.1.2\ldots n-1} = 0 . \quad . \quad (9)$$

Observons encore que, en se restreignant à ces permutations, on a

$$\Pi . I_{q_1q_2\ldots q_n} = R. \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (10)$$

(*) A. Cayley, *A second Memoir upon Quantics*. Phil. Trans., t. CXLVI, p. 101.

Des invariants A, B, C, etc., sont asyzygétiques quand il n'existe pas entre eux une relation telle que

$$aA + bB + cC + \cdots = 0,$$

où $a$, $b$, $c$, ... sont des coefficients numériques.

Ils sont irréductibles s'ils ne sont pas liés par une équation homogène et entière

$$\varphi(A, B, C, \cdots) = 0.$$



Si R s'annule, sans que ses dérivées deviennent égales à zéro, un seul de ces invariants devient nul.

L'étude complète du rapport anharmonique du $n^{me}$ ordre exigerait peut-être qu'on le rattachât directement aux invariants fondamentaux d'une forme binaire d'ordre $2n$. Cette étude a été faite pour le rapport anharmonique du second ordre (*).

Pour les ordres supérieurs, cette recherche semble présenter d'assez grandes difficultés.

Nous signalerons cependant, comme s'y rattachant, pour le troisième ordre, les beaux travaux du P. JOUBERT sur l'équation du sixième degré (**).

Ce savant géomètre y emploie, en effet, une décomposition de l'invariant gauche du quinzième ordre d'une forme sextique binaire, et chacun des facteurs de cet invariant est égal à la somme de deux invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$.

Nous n'avons pas à nous étendre davantage sur ces travaux qui ont pour but de trouver une réduite de l'équation du sixième degré par des procédés analogues à ceux qu'a employés M. HERMITE dans ses Mémoires sur l'équation du quatrième degré et sur celle du cinquième (***).

Observons, cependant, que c'est en se fondant sur l'interprétation géométrique, trouvée par M. SALMON (****) de l'invariant du quatrième ordre dont il s'agit, que le P. JOUBERT a obtenu les résultats auxquels il est parvenu.

**7.** Nous signalerons encore l'expression de l'invariant quadratique d'une forme de degré pair au moyen des invariants $I_{q_1 q_2 \dots q_n}$.

Si les deux formes

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \dots b_{n+1} \between x, y)^n,$$

sont identiques, et de degré pair, leur invariant quadratique simultané est égal au double de l'invariant de $U_1$.

(*) A. CAYLEY, *A fifth Memoir*, etc., p. 453. — CLEBSCH, *Theorie der binären algebraischen Formen*, pp. 169 et suivantes.

(**) *Sur l'équation du sixième degré*, p. 2.

(***) *Sur les équations modulaires et la résolution de l'équation du cinquième degré. — Sur l'équation du cinquième degré.* C. R., t. LXI et t. LXII.

(****) *Lessons on Higher Algebra*, 3d edit., p. 237.



Nous représentons par I ce dernier invariant, ce qui nous permet d'écrire

$$I_1 = 2I. \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

Mais

$$I_1 = \frac{a_1 b_1}{n!} \Sigma(\lambda_1 - \theta_{q_1})(\lambda_2 - \theta_{q_2}) \cdots (\lambda_n - \theta_{q_n}).$$

Par suite I ne peut différer que par un facteur de la fonction

$$a_1^2 \Sigma(\lambda_1 - \lambda_{q_1})(\lambda_2 - \lambda_{q_2}) \cdots (\lambda_n - \lambda_{q_n}).$$

Un certain nombre de produits qui se trouvent sous le signe sommatoire disparaîtra : ce sont ceux où

$$q_p = p.$$

En effet, ils auront un facteur

$$\lambda_p - \lambda_p = 0.$$

Pour le troisième ordre, l'invariant I est désigné par A dans le travail du P. JOUBERT.

On voit aussi que l'on peut au moyen des invariants $I_{q_1 q_2 \ldots q_n}$ exprimer le discriminant de la forme.

Soit

$$\begin{aligned} \Delta(\lambda_1\lambda_2, \ldots \lambda_n) = (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3) \ldots (\lambda_1 - \lambda_n) \\ (\lambda_2 - \lambda_3) \ldots (\lambda_2 - \lambda_n) \\ \ldots \ldots \\ (\lambda_{n-1} - \lambda_n). \end{aligned}$$

Le discriminant de $U_1$ est, à un facteur près, égal au carré de $\Delta(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n)$.

Nous le représentons par D.

Prenons, parmi les invariants $I_{q_1 q_2 \ldots q_n}$, ceux qui ne contiennent que des permutations circulaires. Nous avons

$$\begin{aligned} I_{123\ldots n} &= 0 \\ I_{23\ldots 1} &= (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_3) \ldots (\lambda_n - \lambda_1) \\ I_{34\ldots 2} &= (\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4) \ldots (\lambda_n - \lambda_2) \\ &\ldots \ldots \\ I_{n1\ldots n-1} &= (\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_1) \ldots (\lambda_n - \lambda_{n-1}). \end{aligned}$$

Le produit des $(n-1)$ derniers invariants contient $(n-1)\,n$ différences.

Chacune des différences est répétée deux fois, car d'après la loi de formation, nous aurons le facteur $\lambda_p - \lambda_q$ et le facteur $\lambda_q - \lambda_p$, puisque devant chaque indice $1, 2, \ldots n$, viendront se placer successivement tous les indices $1, 2, \ldots n$.

Par suite le produit des invariants $I_{q_1 q_2 \ldots q_n}$ à permutations circulaires ne pourra différer que par le signe de $\Delta^2(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n)$.

On a

$$\Pi . I_{q_1 q_2 \ldots q_n} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \Delta^2(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Ce produit ne pourra donc différer que par un facteur du discriminant de $U_1$.

En conséquence

$$\Pi . I_{q_1 q_2 \ldots q_n} = kD \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Ainsi se trouve justifiée une assertion contenue dans un précédent travail (*).

Nous développerons diverses propriétés des invariants $I_1$ et $I$, lorsque la théorie de l'involution nous aura permis de leur donner des formes différentes de celles que nous avons rencontrées jusqu'ici.

(*) *Note sur l'extension des théories de l'involution et de l'homographie.* BULL. DE L'ACAD. ROY., t. XLIV, p. 546.



## CHAPITRE II.

### DE L'HOMOGRAPHIE.

8. Définition. — *Si sur* n *droites données, nous prenons des points tels que* (n — 1) *points étant donnés sur* (n — 1) *droites, il ne corresponde au système de ces* (n — 1) *points qu'un seul point sur la* n$^{me}$, *nous dirons que ces points forment* n *séries homographiques du* n$^{me}$ *ordre.*

Dans la plupart des cas, nous nous bornerons à considérer trois séries homographiques : on verra que les résultats sont applicables aux homographies les plus générales; et ce n'est que pour éviter la prolixité des calculs que nous traitons ce cas particulier.

Si nous représentons par $x, y, z$ les distances de trois points, comptées à partir de trois origines fixes, prises sur trois droites, on voit que la relation la plus générale de l'homographie est la suivante :

$$x_1y_1z_1 + a_{12}x_1y_1 + a_{23}y_1z_1 + a_{31}z_1x_1 + b_1x_1 + b_2y_2 + b_1z_1 + c = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

L'équation (4) nous permet d'écrire la condition d'homographie sous forme de déterminant.

Nous voyons, en effet, qu'il existe, entre trois séries de huit points homographiques, une relation

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1y_1z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2y_2z_2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & x_8 & y_8 & z_8 & x_8y_8 & y_8z_8 & z_8x_8 & x_8y_8z_8 \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

L'une de ces deux relations entraîne l'autre.

Afin de mettre ces équations sous forme d'identité, nous allons démontrer une propriété des déterminants qui nous sera utile dans la suite.

Théorème. — *Le déterminant* D *ne change pas de valeur absolue lors-*





*qu'on y remplace les quantités* $x_1$, $y_1$, $z_1$; $x_2$, $y_2$, $z_2$, *etc., par de nouvelles quantités* $x'_1$, $y'_1$, $z'_1$, *etc., liées aux premières par les équations*

$$x'_1 = X - x_1, \quad y'_1 = Y - y_1, \text{ etc.},$$

*et il en est de même des mineurs correspondant aux éléments* $x_1y_1z_1$, $x_2y_2z_2$, *etc.*

En effet, les éléments des différentes colonnes sont remplacés par des termes tels que

$$X - x'_1, \quad (X - x'_1)(Y - y'_1), \quad (Y - y'_1)(Z - z'_1), \ldots, (X - x'_1)(Y - y'_1)(Z - z'_1),$$

c'est-à-dire par les sommes

$$X - x'_1, \quad XY - Xy'_1 - Yx'_1 + x'_1y'_1; \quad XYZ - XYz'_1 - YZx'_1$$
$$- ZXy'_1 + Xy'_1z'_1 + Yx'_1z'_1 + Zx'_1y'_1 - x'_1y'_1z'_1; \text{ etc.}$$

Mais, comme on sait, on ne change pas la valeur d'un déterminant lorsque l'on ajoute à chaque élément d'une colonne les éléments d'une autre colonne, ou la somme des éléments de plusieurs autres colonnes, multipliés par des nombres quelconques.

Par suite, si dans le déterminant transformé, on ajoute aux éléments de la seconde colonne ceux de la première multipliés par $-X$; à ceux de la troisième, les mêmes multipliés par $-Y$, etc.; à la cinquième la somme des éléments de la première multipliés par $-XY$, et de ceux de la seconde et de la troisième, après la première transformation, multipliés respectivement par $-X$ et $-Y$, et ainsi de suite, on retrouve le même déterminant, au signe près.

On voit de plus que chacun des mineurs correspondant aux éléments de la dernière colonne ne change pas de valeur absolue.

Par conséquent, l'équation (15) peut s'écrire :

$$\sum_1^8 p_i(X - x_i)(Y - y_i)(Z - z_i) \equiv 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16)$$

Dans cette équation les $p$ sont indépendants de X, Y, Z.

On voit qu'en général la condition d'homographie pourra s'exprimer par



l'identité à $2^n$ termes

$$\sum_1^{2^n} p_i(X - x_i)(Y - y_i)\dots(Z - z_i) \equiv 0. \quad \dots\dots \quad (17)$$

Nous pouvons modifier la forme de l'équation (15) en multipliant le premier membre de cette équation par un déterminant analogue à D.

Dans le cas actuel, ce déterminant sera

$$M = \begin{vmatrix} u_1v_1w_1 & -u_1v_1 & -v_1w_1 & -w_1u_1 & u_1 & v_1 & w_1 & -1 \\ u_2v_2w_2 & -u_2v_2 & -v_2w_2 & -w_2u_2 & u_2 & v_2 & w_2 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_8v_8w_8 & -u_8v_8 & -v_8w_8 & -w_8u_8 & u_8 & v_8 & w_8 & -1 \end{vmatrix}.$$

Remarquons que chaque terme du produit aura la forme

$$u_kv_kw_k - u_kv_kx_i - v_kw_ky_i - w_ku_kz_i + u_kx_iv_i + v_ky_iz_i + w_kz_ix_i - x_iy_iz_i;$$

or ce polynôme est égal à

$$(u_k - x_i)(v_k - y_i)(w_k - z_i).$$

Par suite le produit sera égal à

$$\begin{vmatrix} (u_1 - x_1)(v_1 - y_1)(w_1 - z_1) & (u_1 - x_2)(v_1 - y_2)(w_1 - z_2) \dots (u_1 - x_8)(v_1 - y_8)(w_1 - z_8) \\ (u_2 - x_1)(v_2 - y_1)(w_2 - z_1) & (u_2 - x_2)(v_2 - y_2)(w_2 - z_2) \dots (u_2 - x_8)(v_2 - y_8)(w_2 - z_8) \\ \cdot & \cdot \\ (u_8 - x_1)(v_8 - y_1)(w_8 - z_1) & (u_8 - x_2)(v_8 - y_2)(w_8 - z_2) \dots (u_8 - x_8)(v_8 - y_8)(w_8 - z_8) \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

Par un choix convenable des variables du multiplicateur M, on pourra simplifier cette expression.

Ces formules paraissent malheureusement trop compliquées pour être de quelque utilité.

Le procédé que nous venons d'employer, a été appliqué pour le second ordre, par M. CAYLEY, dans son cinquième *Mémoire sur les formes algébriques*.

**9.** Si l'on prend, sur trois droites, trois couples de points $a, b$; $a', b'$; $a'', b''$, et sur chacune d'elles un point variable $m, m', m''$, l'équation

$$\frac{am}{bm} = k \cdot \frac{a'm'}{b'm'} + k_1 \frac{a''m''}{b''m''} \qquad (19)$$

caractérise trois séries homographiques du troisième ordre.

En éliminant $bm$, $a'm'$, $b''m''$ au moyen des formules pour le changement d'origine

$$bm + ma + ab = 0$$
$$a'm' + m'b' + b'a' = 0$$
$$b''m'' + m''a'' + a''b'' = 0 \ (*)$$

nous trouvons

$$am.b'm'.a''m''(1 - k - k_1) + am.b'm'.(1 - k_1)b''a'' - ka'b'.am.a''m''$$
$$- (k + k_1)ab.a''m''.b'm' - k.a'b'.b''a''.am - k.ba.a'b'.a''m''$$
$$- k.ba.b''a''.b'm' - k.ba.a'b'.b''a'' = 0 \qquad (20)$$

Comme on s'en aperçoit, la relation d'homographie donnée sous la forme (14) est plus générale que l'équation (20), ce qui devait être.

**10.** *Si autour de trois points fixes, tournent des droites mobiles dont les équations sont*

$$A \equiv \alpha + \lambda\beta = 0,$$
$$B \equiv \beta + \mu\gamma = 0,$$
$$C \equiv \gamma + \nu\alpha = 0,$$

*et qu'il existe entre les trois quantités* $\lambda, \mu, \nu$, *une relation*

$$\lambda\mu\nu + a_1\lambda\mu + a_2\mu\nu + a_3\nu\lambda + b_1\lambda + b_2\mu + b_3\nu + c = 0, \qquad (21)$$

*ces droites forment trois faisceaux homographiques du troisième ordre.*

On voit, en effet, que deux droites étant données, il ne correspond à ce système de deux droites qu'une seule droite du troisième faisceau.

(*) CHASLES, *Géométrie supérieure*, p. 2.



Nous allons montrer, de plus, que ces trois droites déterminent sur une transversale des divisions homographiques.

Prenons cette transversale comme axe des X, et soient

$$\alpha \equiv a_0x + a_1y + a_2 = 0,$$
$$\beta \equiv b_0x + b_1y + b_2 = 0,$$
$$\gamma \equiv c_0x + c_1y + c_2 = 0,$$

les équations des droites qui joignent les sommets des trois faisceaux.

Les droites A, B, C, déterminent sur l'axe des X, des segments donnés par les équations

$$(a_0 + \lambda b_0)x_1 + (a_2 + \lambda b_2) = 0,$$
$$(b_0 + \mu c_0)x_2 + (b_2 + \mu c_2) = 0,$$
$$(c_0 + \nu a_0)x_3 + (c_2 + \nu a_2) = 0.$$

Il est maintenant visible que si l'on remplace, dans l'équation de condition (21), les quantités $\lambda$, $\mu$, $\nu$, par leurs valeurs en fonction de $x_1$, $x_2$, $x_3$, on trouvera une relation semblable à (14).

De même que pour les divisions homographiques, la relation

$$\frac{\sin(A, M)}{\sin(B, M)} = k.\frac{\sin(A', M')}{\sin(B', M')} + k_1\frac{\sin(A'', M'')}{\sin(B'', M'')}, \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

caractérise trois faisceaux homographiques, sans être, cependant, l'expression la plus générale de cette condition. Il nous semble inutile d'insister sur ce point.

**11.** *La condition d'homographie du troisième ordre sur trois droites peut s'exprimer par l'équation homogène*

$$\frac{am}{bm}\cdot\frac{cm'}{dm'}\cdot\frac{em''}{fm''} + A.\frac{am}{bm}\cdot\frac{cm'}{dm'} + A_1\frac{cm'}{dm'}\cdot\frac{em''}{fm''} + A_2\frac{em''}{fm''}\cdot\frac{am}{bm}$$
$$+ B\frac{am}{bm} + B_1\frac{cm'}{dm'} + B_2\frac{em''}{fm''} + C = 0, \quad \ldots \ldots \quad (23)$$

*où* a, b; c, d; e, f, *représentent des points fixes pris sur les trois droites et* m, m′, m″, *des points variables.*



Pour s'en convaincre, il suffira de faire disparaître les dénominateurs et d'employer les formules connues pour le changement d'origine.

Si les trois séries homographiques sont situées sur une même droite, la relation (14) ne change pas de forme; mais, dans ce cas, si l'on fait $x = y = z$, on obtient une équation du troisième degré qui donne les points triples de l'homographie.

L'équation (14) devient

$$x^3 + (a_{12} + a_{23} + a_{31}) x^2 + (b_1 + b_2 + b_3) x + c = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

On pourra résoudre cette équation par la méthode de M. Chasles (*).

En général, les séries homographiques sur une droite possèdent $n$ points $n^{ples}$.

On pourrait introduire, dans l'équation d'homographie, les points correspondants aux points à l'infini dans les deux premières séries.

Néanmoins, cette introduction ne paraît pas avoir, pour les ordres supérieurs, la même importance que pour le second ordre.

**12.** *Lorsque* n *séries de points homographiques situés sur une droite, sont telles que* n *points donnés soient les mêmes, dans quelque série qu'on les considère, ces séries homographiques sont en involution.*

Il en est ainsi lorsque les paramètres des termes qui contiennent les produits $(n - 1)$ à $(n - 1)$ des variables, sont égaux, ainsi que ceux qui contiennent les produits $(n - 2)$ à $(n - 2)$, etc.

Nous traiterons d'une manière détaillée, dans le chapitre suivant, de ce cas particulier de l'homographie.

Théorème. — *Lorsque dans trois divisions homographiques, formées sur une droite, il existe trois points qui peuvent être considérés comme appartenant aux trois divisions, ces divisions homographiques forment une involution du troisième ordre.*

(*) *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris*, t. XLI, p. 677.



Soient $x_1$, $y_1$, $z_1$, ces trois points, ou plutôt, les distances de ces trois points à l'origine.

D'après les hypothèses que nous avons faites, on peut placer ces trois points dans les différentes séries, des manières suivantes :

$$x_1, y_1, z_1; \quad x_1, z_1, y_1; \quad y_1, z_1, x_1; \quad y_1, x_1, z_1; \quad z_1, x_1, y_1; \quad z_1, y_1, x_1.$$

On doit donc avoir :

$$x_1y_1z_1 + a_0x_1y_1 + a_1y_1z_1 + a_2z_1x_1 + b_0x_1 + b_1y_1 + b_2z_1 + c = 0$$
$$x_1z_1y_1 + a_0x_1z_1 + a_1z_1y_1 + a_2y_1x_1 + b_0x_1 + b_1z_1 + b_2y_1 + c = 0.$$

En retranchant membre à membre ces deux égalités, on trouve

$$\left[(a_0 - a_2)x_1 + (b_1 - b_2)\right](y_1 - z_1) = 0.$$

Il faut, par suite, que

$$(a_0 - a_2)x_1 + b_1 - b_2) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

Introduisons encore, dans l'équation fondamentale, les systèmes $y_1$, $z_1$, $x_1$; $x_1$, $y_1$, $z_1$.

Nous aurons

$$y_1z_1x_1 + a_0y_1z_1 + a_1z_1x_1 + a_2x_1y_1 + b_0y_1 + b_1z_1 + b_2x_1 + c = 0$$
$$y_1x_1z_1 + a_0y_1x_1 + a_1x_1z_1 + a_2z_1y_1 + b_0y_1 + b_1x_1 + b_2z_1 + c = 0.$$

On en déduit

$$\left[(a_0 - a_2)y_1 + (b_1 - b_2)\right](z_1 - x_1) = 0,$$

et, par conséquent,

$$(a_0 - a_2)y_1 + (b_1 - b_2) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (B)$$

En combinant de même, par soustraction, les équations (A) et (B), on arrive aux égalités

$$a_0 = a_2; \quad b_1 = b_2.$$

On montrerait, en employant les autres combinaisons, que $a_0 = a_1 = a_2$; $b_0 = b_1 = b_2$.

Par suite, les divisions homographiques sont en involution.

Il est visible que ce théorème s'applique aux homographies de tous les ordres.

[Les six conditions que nous venons d'indiquer ne sont pas toutes distinctes et quatre d'entre elles suffisent pour caractériser l'involution.

Il est aisé de se rendre compte de ce fait.

On doit avoir

$$a_0 = a_1 = a_2,$$
$$b_0 = b_1 = b_2;$$

c'est-à-dire quatre conditions.

Nous allons faire voir que ces conditions sont, en effet, suffisantes.

Nous avons

$$x_1y_1z_1 + a_0x_1y_1 + a_1y_1z_1 + a_2z_1x_1 + b_0x_1 + b_1y_1 + b_2z_1 + c_1 = 0, \quad \ldots \quad (\alpha)$$
$$x_1z_1y_1 + a_0x_1z_1 + a_1z_1y_1 + a_2y_1x_1 + b_0x_1 + b_1z_1 + b_2y_1 + c_1 = 0, \quad \ldots \quad (\beta)$$
$$y_1z_1x_1 + a_0y_1z_1 + a_1z_1x_1 + a_2x_1y_1 + b_0y_1 + b_1z_1 + b_2x_1 + c_1 = 0, \quad \ldots \quad (\gamma)$$
$$y_1x_1z_1 + a_0y_1x_1 + a_1x_1z_1 + a_2z_1y_1 + b_0y_1 + b_1x_1 + b_2z_1 + c_1 = 0; \quad \ldots \quad (\delta)$$

ces équations nous ont donné

$$a_0 = a_2,$$
$$b_1 = b_2.$$

Si nous retranchons $(\gamma)$ de $(\alpha)$, nous trouvons, en introduisant les conditions

$$a_0 = a_2,$$
$$b_1 = b_2,$$

$$(a_0 - a_1)z_1 + (b_0 - b_2) = 0.$$

La combinaison de $(\delta)$ et de $(\alpha)$ nous conduit à l'égalité

$$(a_1 - a_2)z_1 + (b_0 - b_1) = 0.$$

On en conclut

$$a_1 = a_2,$$
$$b_0 = b_1.$$

Recherchons, en général, combien de conditions sont nécessaires pour que la relation d'homographie devienne celle de l'involution.

La condition d'homographie du $n^{me}$ ordre contient : un terme du $n^{me}$ ordre, $\frac{n}{1}$ termes du $(n-1)^{me}$, $\frac{n(n-1)}{1.2}$ termes du $(n-2)^{me}$, etc.

Il y aura donc

$$\binom{n}{1} - 1 + \binom{n}{2} - 1 + \binom{n}{3} - 1 + \cdots + \binom{n}{n-1} - 1 = 2^n - (n+1)$$

conditions à remplir.

Ceci fait voir qu'il ne sera pas nécessaire d'employer toutes les permutations des points $x, y, \ldots z$ des $n$ séries homographiques.

On peut, d'ailleurs, se dispenser de démontrer directement les conditions

$$a_0 = a_1 = a_2 = \cdots,$$
$$b_0 = b_1 = b_2 = \cdots;$$

et passer, par un simple calcul de déterminants, de la relation d'homographie à celle de l'involution.

Nous allons compléter, par l'exposition de cette méthode, la démonstration du théorème énoncé, en nous bornant encore une fois au troisième ordre.

Soient quatre ternes de points $x_1, y_1, z_1$; $x_2, y_2, z_2$; $x_3, y_3, z_3$; $x, y, z$ appartenant à trois séries homographiques, et tels que $x, y, z$ satisfassent, en outre, aux conditions

$$yzx + a_0 yz + a_1 zx + a_2 xy + b_0 y + b_1 z + b_2 x + c_1 = 0,$$
$$zxy + a_0 zx + a_1 xy + a_2 yz + b_0 z + b_1 x + b_2 y + c_1 = 0,$$
$$xzy + a_0 xz + a_1 zy + a_2 yx + b_0 x + b_1 z + b_2 y + c_1 = 0,$$
$$zxy + a_0 zy + a_1 xy + a_2 yz + b_0 z + b_1 x + b_2 y + c_1 = 0.$$

Il résulte, de ces conditions, que l'on a l'égalité :

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & x_3y_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ xyz & xy & yz & zx & x & y & z & 1 \\ yzx & yz & zx & xy & y & z & x & 1 \\ zxy & zx & xy & yz & z & x & y & 1 \\ xzy & xz & zy & yx & x & z & y & 1 \\ zyx & zy & yx & xz & z & y & x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Désignons les rangées par les chiffres 1, 2, 3, ... 8 ; les colonnes par les chiffres 1′, 2′, 3′, 4′, ... 8′.

De 4, 5, 6, 7, retranchons 8.

Nous aurons :

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & x_3y_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ 0 & y(x-z) & y(z-x) & 0 & x-z & 0 & z-x & 0 \\ 0 & 0 & x(z-y) & x(y-z) & y-z & z-y & 0 & 0 \\ 0 & z(x-y) & 0 & z(y-x) & 0 & x-y & y-x & 0 \\ 0 & x(z-y) & y(z-x) & x(y-z) & x-z & z-y & y-x & 0 \\ zyx & zx & yx & xz & z & y & x & 1 \end{vmatrix}$$

$$= (x-z)(z-y)(y-x) \cdot \begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & x_3y_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ 0 & y & -y & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -x & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & x(z-y) & y(z-x) & x(y-z) & x-z & z-y & y-x & 0 \\ zyx & zy & yx & xz & z & y & x & 1 \end{vmatrix}$$

Si, dans ce déterminant, nous ajoutons à 2′, les colonnes 3′, 4′ et à 5′,

les colonnes 6', 7', nous trouvons, après avoir placé 8 au 4<sup>me</sup> rang :

$$\Delta = (x-y)(y-z)(z-x).\begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & \Sigma x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & \Sigma x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & \Sigma x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & \Sigma x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & \Sigma x_3y_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & \Sigma x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ xyz & \Sigma xy & yx & xz & \Sigma x & y & x & 1 \\ 0 & 0 & -y & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -x & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & y(z-x) & x(y-z) & 0 & z-y & y-x & 0 \end{vmatrix}$$

Développons, par le théorème de Laplace, en observant que le sous-déterminant adjoint de

$$\begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & \Sigma x_1y_1 & \Sigma x_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & \Sigma x_2y_2 & \Sigma x_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & \Sigma x_3y_3 & \Sigma x_3 & 1 \\ xyz & \Sigma xy & \Sigma x & 1 \end{vmatrix}$$

est seul différent de zéro.

Cet adjoint a pour valeur $(x-y)(y-z)(z-x)$.

Par suite

$$\Delta = \Delta^2(x, y, z)\begin{vmatrix} x_1y_1z_1 & \Sigma x_1y_1 & \Sigma x_1 & 1 \\ x_2y_2z_2 & \Sigma x_2y_2 & \Sigma x_2 & 1 \\ x_3y_3z_3 & \Sigma x_3y_3 & \Sigma x_3 & 1 \\ xyz & \Sigma xy & \Sigma x & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Le facteur $\Delta^2(x, y, z)$ n'est pas nul : il en résulte que les quatre ternes de points sont en involution.

Les séries homographiques du second ordre jouissent de la propriété remarquable suivante :

*Si deux séries de points* a, b, c, ... ; a', b', c', ... *pris sur une droite, sont homographiques, les points* a, b', b, a', *forment une involution avec les points doubles* e, f, *de ces séries homographiques* (*).

(*) Chasles, *Géom. sup.*, p. 182.
Nous avons récemment publié une démonstration de cette proposition, fondée exclusivement sur les propriétés des déterminants. (Nouv. corr. math., t. IV, p. 179.)

Cette propriété ne s'étend pas aux homographies supérieures. Il serait aisé de le faire voir par la théorie des déterminants, mais on peut aussi le montrer de la manière suivante.

Soit

$$x_iy_iz_i + a_0x_iy_i + a_1y_iz_i + a_2z_ix_i + b_0x_i + b_1y + b_2z_i + c_1 = 0$$

la condition d'homographie du 3$^{me}$ ordre.

Les points triples seront donnés par l'équation

$$x^3 + (a_0 + a_1 + a_2)x^2 + (b_0 + b_1 + b_2)x + c_1 = 0.$$

Désignons par $x_4$, $y_4$, $z_4$ les racines de cette équation. Il est impossible d'éliminer les sept constantes $a_0, b_1, a_2; b_0, b_1, b_1, c$, entre les relations que l'on obtient en faisant $i = 1, 2, 3$, et les suivantes :

$$\begin{aligned} x_4 + y_4 + z_4 &= -(a_0 + a_1 + a_2) \\ x_4y_4 + y_4z_4 + z_4x_4 &= (b_0 + b_1 + b_2) \\ x_4y_4z_4 &= -c_1. \end{aligned}$$

Il n'existe de relation qu'entre cinq séries de points homographiques et les points triples.

Pour l'obtenir, il suffira de supposer, dans la relation générale d'homographie

$$\begin{aligned} x_6 = y_6 = z_6 &= \mathrm{X}, \\ x_7 = y_7 = z_7 &= \mathrm{Y}, \\ x_8 = y_8 = z_8 &= \mathrm{Z}, \end{aligned}$$

ce déterminant ainsi obtenu a visiblement pour facteur $(\mathrm{X} - y)(\mathrm{Y} - z)(\mathrm{Z} - x)$.

Les remarques que nous venons de faire semblent présenter quelque intérêt au point de vue géométrique.

En effet, pour les coniques, le théorème de Desargues et, par suite, les autres théorèmes fondamentaux de la Géométrie, se déduit immédiatement de la génération de ces courbes par les intersections de deux faisceaux homographiques (*).

(*) Chasles, *Traité des sections coniques*, p. 17.
On peut voir une démonstration analytique de cette liaison, fondée sur l'emploi des déter-



Pour les courbes d'ordres supérieurs, ces différents théorèmes ne sont pas identiques. Nous nous réservons de développer plus tard ces considérations.]

Observons encore qu'il résulte de l'équation (14) qu'à un point de la première série correspondent deux séries homographiques, du second ordre, sur les deux dernières droites.

Lorsque les points des deux dernières divisions homographiques doivent coïncider, l'homographie du 3me ordre, sur une droite, prend la forme

$$(a_0x + b_0)\,y^2 + (a_1x + b_1)\,y + (a_2x + b_2) = 0,$$

qui intervient dans la génération des cubiques, donnée par M. Chasles, par un faisceau de droites et un faisceau de coniques.

Ces différents points seront, espérons-nous, développés en leur lieu.

minants, dans les deux Mémoires suivants : H. Hunyady, *Ueber die verschiedenen Formen der Bedingungsgleichung, welche ausdrückt dass sechs Punkte auf einem Kegelschnitte liegen.* Crelle-Borchardt, t. LXXXIII, p. 76; Mertens, *Sätze ueber Determinanten und Anwendung derselben zum Beweise der Sätze von Pascal und Brianchon;* ibid., t. LXXXIV, p. 355.

## CHAPITRE III.

### DE L'INVOLUTION.

**13.** Nous devons encore, excepté pour quelques théorèmes généraux, nous borner à exposer cette théorie pour le troisième ordre : mais les résultats obtenus seront vrais, en général, car, ainsi que nous le verrons, la méthode suivie ne dépend en rien du degré de l'involution.

D'après ce que nous avons vu dans le chapitre précédent, l'involution du $n^{me}$ ordre est caractérisée par la relation

$$x_1x_2 \ldots x_n + A\Sigma x_1x_2 \ldots x_{n-1} + A_1\Sigma x_1x_2 \ldots x_{n-2} + \cdots + A_{n-2}\Sigma x_1 + A_{n-1} = 0 \quad . \quad . \quad (25)$$

Comme pour l'homographie, cette condition peut s'écrire sous forme de déterminant, et l'on voit que si $(n+1)$ groupes de $n$ points sont en involution, ils satisfont à l'équation

$$\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1x_2 \ldots \pm x_1x_2 \ldots x_n \\ 1 - \Sigma y_1 + \Sigma y_1y_2 \ldots \pm y_1y_2 \ldots y_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1 - \Sigma z_1 + \Sigma z_1z_2 \ldots \pm z_1z_2 \ldots z_n \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

L'introduction des signes + et — ne change en rien la relation déduite de (25) puisqu'elle revient à multiplier le déterminant par $\pm 1$.

Si les $(n+1)$ ponctuelles $x, y, \ldots z$ sont représentées par les formes

$$\begin{aligned} U_1 &\equiv (a_1, a_2, \ldots a_{n+1} \between x, y)^n, \\ U_2 &\equiv (b_1, b_2, \ldots b_{n+1} \between x, y)^n, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ U_{n+1} &\equiv (c_1, c_2, \ldots c_{n+1} \between x, y)^n, \end{aligned}$$

la condition (26) peut aussi s'écrire

$$\begin{vmatrix} a_1, & a_2 & \ldots & a_{n+1} \\ b_1, & b_2 & \ldots & b_{n+1} \\ \ldots & & & \ldots \\ c_1, & c_2 & \ldots & c_{n+1} \end{vmatrix} = 0.$$



Il suffit, pour s'en convaincre, de se rappeler l'expression des coefficients des formes algébriques au moyen des racines.

La condition d'involution est susceptible de prendre différentes formes dont nous allons nous occuper.

Nous avons transformé plus haut l'équation d'homographie au moyen d'un théorème fort simple sur les déterminants : cette théorie s'applique, avec de légères modifications, aux déterminants de la forme (26).

THÉORÈME. — *Si dans le déterminant*

$$D = \begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - \Sigma y_1 + \Sigma y_1 y_2 \ldots \pm y_1 y_2 \ldots y_n \\ \ldots \\ 1 - \Sigma z_1 + \Sigma z_1 z_2 \ldots \pm z_1 z_2 \ldots z_n \end{vmatrix},$$

*on remplace les quantités* $x_1, x_2, \ldots x_n, y_1, y_2 \ldots y_n, z_1, z_2 \ldots z_n$, *par de nouvelles quantités* $x'_1, x'_2, \ldots x'_n, y'_1, y'_2, \ldots y'_n; \ldots z'_1, z'_2, \ldots z'_n$, *liées aux premières par les équations*

$$x_1 = X - x'_1; \quad x_2 = X - x'_2; \quad \text{etc.};$$

*ce déterminant ne change pas de valeur absolue, et il en est de même de chacun des mineurs correspondant aux éléments de la dernière colonne.*

La démonstration étant identique à celle que nous avons donnée précédemment, nous ne la répéterons pas.

Nous remarquerons d'ailleurs que ce théorème, comme l'autre, est un cas particulier des propriétés générales des formes algébriques : nous ferons observer, de plus, que la substitution revenant à un déplacement de l'origine, et la condition d'homographie, comme celle de l'involution ne dépendant pas de ce choix, la condition (26), comme la condition (15), devra continuer à être remplie.

Ce théorème nous permet d'écrire la relation (25) sous forme d'identité à $n + 1$ termes :

$$\sum_1^{n+1} p_i (X - x_1)(X - x_2) \ldots (X - x_n) \equiv 0. \quad \ldots \ldots \quad (27)$$



Cette dernière identité est particulièrement propre à donner les différentes formes de l'involution.

En effet si dans l'identité (27), nous faisons successivement $X = x_1$, $X = x_2$, ... $X = x_n$, nous obtenons les équations

$$\begin{gathered}
p_2(x_1 - y_1)(x_1 - y_2)\dots(x_1 - y_n) + p_3(x_1 - u_1)(x_1 - u_2)\dots(x_1 - u_n) + \cdots \\
+ p_{n+1}(x_1 - z_1)(x_1 - z_2)\dots(x_1 - z_n) = 0. \\
p_2(x_2 - y_1)(x_2 - y_2)\dots(x_2 - y_n) + p_3(x_2 - u_1)(x_2 - u_2)\dots(x_2 - u_n) + \cdots \\
+ p_{n+1}(x_2 - z_1)(x_2 - z_2)\dots(x_2 - z_n) = 0. \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
p_2(x_n - y_1)(x_n - y_2)\dots(x_n - y_n) + p_3(x_n - u_1)(x_n - u_2)\dots(x_n - u_n) + \cdots \\
+ p_{n+1}(x_n - z_1)(x_n - z_2)\dots(x_n - z_n) = 0.
\end{gathered}$$

On en conclut

$$\begin{vmatrix}
\Pi(x_1 - y) & \Pi(x_1 - u) & \dots & \Pi(x_1 - z) \\
\Pi(x_2 - y) & \Pi(x_2 - u) & \dots & \Pi(x_2 - z) \\
\dots & \dots & \dots & \dots \\
\Pi(x_n - y) & \Pi(x_n - u) & \dots & \Pi(x_n - z)
\end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots \quad (28)$$

Le symbole $\Pi(x_1 - y)$ représente le produit de $n$ facteurs $x_1 - y_1$, $x_1 - y_2$ ... $x_1 - y_n$, et ainsi de suite.

Nous pouvons remplacer les X par les $x$, les $y$, ... les $z$.

L'identité (27) nous donne par conséquent $n + 1$ formes de la condition d'involution, analogues à (28).

Nous pourrons obtenir d'autres équations de l'involution en remplaçant X par les termes de la suite $x_1, y_1, z_1$, successivement; puis par ceux de la suite $x_2, y_2, z_2$, etc.

Nous sommes conduit au système d'équations :

$$\begin{gathered}
p_2(x_1 - y_1)(x_1 - y_2)\dots(x_1 - y_n) + p_3(x_1 - u_1)(x_1 - u_2)(x_1 - u_n) + \cdots \\
+ p_{n+1}(x_1 - z_1)(x_1 - z_2)\dots(x_1 - z_n) = 0, \\
p_1(y_1 - x_1)(y_1 - x_2)\dots(y_1 - x_n) + p_3(y_1 - u_1)(y_1 - u_2)\dots(y_1 - u_n) + \cdots \\
+ p_{n+1}(y_1 - z_1)(y_1 - z_n)\dots(y_1 - z_n) = 0, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
p_1(z_1 - x_1)(z_1 - x_2)\dots(z_1 - x_n) + p_2(z_1 - u_1)(z_1 - u_2)\dots(z_1 - u_n) + \cdots \\
+ p_n(z_1 - w_1)(z_1 - w_2)\dots(z_1 - w_n) = 0,
\end{gathered}$$

ce qui nous mène à l'expression suivante

$$\begin{vmatrix} 0 & \Pi(x_1 - y) & \Pi(x_1 - u) \ldots & \Pi(x_1 - z) \\ \Pi(y_1 - x) & 0 & \Pi(y_1 - u) \ldots & \Pi(y_1 - z) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Pi(z_1 - x) & \Pi(z_1 - y) & \Pi(z_1 - u) & 0 \end{vmatrix} = 0 \ldots \quad (29)$$

On obtient ainsi les autres formes de l'involution : ce sont les relations qui correspondent aux égalités à huit segments et à six segments.

Nous aurions pu aussi faire usage de la méthode employée par Hesse : pour déduire de l'équation (26), dans le cas du second ordre, les formes (28), cet illustre Géomètre multiplie le déterminant D par le déterminant

$$\Delta(x, x_1, \ldots x_n) = \begin{vmatrix} x^n & x^{n-1} & \ldots & x^0 \\ x_1^n & x_1^{n-1} & \ldots & x_1^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n^n & x_n^{n-1} & \ldots & x_n^0 \end{vmatrix},$$

et pour obtenir les formes (29), il le multiplie par le déterminant

$$\Delta(x_1, y_1, \ldots z_1) = \begin{vmatrix} x_1^n & x^{n-1} & \ldots & x_1^0 \\ y_1^n & y_1^{n-1} & \ldots & y_1^0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_1^n & z_1^{n-1} & \ldots & z_1^0 \end{vmatrix} (^*).$$

La règle connue de la multiplication des déterminants montre que l'on arrive, par cette voie, au même résultat.

La méthode que nous avons suivie offre, néanmoins, pensons-nous, l'avantage d'être plus simple : d'ailleurs, comme nous avons déduit l'identité (27) de l'équation (26) par une simple transformation de déterminants, nous arrivons au but que s'est proposé Hesse, c'est-à-dire à déduire, par un procédé analytique, toutes les formes de l'involution, d'une seule d'entre elles.

Le procédé dont Hesse fait usage avait, du reste, été indiqué par M. Cayley, dans son cinquième Mémoire sur les Formes, que nous avons eu déjà l'occasion de citer plusieurs fois dans le cours de ce travail.

(*) *Vorlesungen ueber analytische Geometrie des Raumes*, p. 107.





**14.** Soient

$$\left.\begin{array}{r} U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n, \\ U_2 \equiv (b_1, b_2, \dots b_{n+1} \between x, y)^n, \\ \dots\dots\dots\dots \\ U_{n+1} \equiv (c_1, c_2, \dots c_{n+1} \between x, y)^n, \end{array}\right\} \dots\dots\dots\dots \quad (A)$$

les formes qui représentent $n+1$ ponctuelles de $n$ points.

Si ces formes sont liées par l'identité :

$$U_1 + k_1 U_2 + k_2 U_3 + \dots + k_n U_{n+1} \equiv 0 \dots\dots\dots \quad (30)$$

elles définissent une involution.

Écrivons le déterminant du système (A) :

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_{n+1} \\ b_1 & b_2 & \dots & b_{n+1} \\ . & . & . & . \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n+1} \end{vmatrix}.$$

D'après les propriétés des déterminants, on a aussi

$$D = \begin{vmatrix} a_1 + k_1 b_1 + \dots + k_n c_1 & b_1 \dots c_1 \\ a_2 + k_1 b_2 + \dots + k_n c_2 & b_2 \dots c_2 \\ \dots\dots\dots\dots & \dots \\ a_{n+1} + k_1 b_{n+1} + \dots + k_n c_{n+1} & b_{n+1} \dots c_{n+1} \end{vmatrix}.$$

Or, à cause de la relation (30), on a les égalités

$$\begin{array}{l} a_1 + k_1 b_1 + \dots + k_n c_1 = 0, \\ a_2 + k_1 b_2 + \dots + k_n c_2 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{n+1} + k_1 b_{n+1} + \dots + k_n c_{n+1} = 0. \end{array}$$

Par suite $D = 0$.

**15.** Huit groupes de trois points, situés sur une droite, sont homographiques, si l'on a la relation

$$\Theta = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1 y_1 & y_1 z_1 & z_1 x_1 & x_1 y_1 z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & x_2 y_2 & y_2 z_2 & z_2 x_2 & x_2 y_2 z_2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & x_8 & y_8 & z_8 & x_8 y_8 & y_8 z_8 & z_8 x_8 & x_8 y_8 z_8 \end{vmatrix} = 0.$$



Par des transformations convenables, il est possible de faire prendre au déterminant $\Theta$ la forme suivante

$$\Theta = \varepsilon \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & x_1y_1 & x_1z_1 & 1 & \Sigma x_1 & \Sigma x_1y_1 & x_1y_1z_1 \\ x_2 & y_2 & x_2y_2 & x_2z_2 & 1 & \Sigma x_2 & \Sigma x_2y_2 & x_2y_2z_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_8 & y_8 & x_8y_8 & x_8z_8 & 1 & \Sigma x_8 & \Sigma x_8y_8 & x_8y_8z_8 \end{vmatrix},$$

$\varepsilon$, désignant, dans cette formule, l'unité positive ou négative.

Représentons par $\Theta$ (1, 2, 3, 4), $\Theta$ (1, 2, 4, 5), etc., les déterminants que l'on obtient en prenant quatre rangées quelconques dans les quatre dernières colonnes.

En appliquant le théorème de LAPLACE (*), ce déterminant peut s'écrire

$$\Theta = \Sigma A_{iklm} \Theta\,(i, k, l, m), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

où $iklm$ est une combinaison des nombres 1, 2, 3... 8.

Si chacun de ces déterminants du quatrième ordre est nul, il en est de même de $\Theta$.

On a donc, pour le cas du troisième ordre, ce

THÉORÈME. — *Si huit groupes de trois points sont tels qu'en associant d'une manière quelconque quatre de ces groupes, ils forment une involution ; ces huit groupes de trois points appartiennent à trois séries homographiques.*

Ce théorème est général : il est connu pour le second ordre (**).

Si douze points sont en involution, ils satisfont à la relation

$$\begin{vmatrix} 1 & \Sigma x_1 & \Sigma x_1y_1 & x_1y_1z_1 \\ 1 & \Sigma x_2 & \Sigma x_2y_2 & x_2y_2z_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \Sigma x_4 & \Sigma x_4y_4 & x_4y_4z_4 \end{vmatrix} = 0.$$

(*) Voir, par exemple, BALTZER, *Theorie und Anwendung der Determinanten*, p. 34.

(**) CHASLES, G. S., p. 167. Voir aussi une démonstration analytique de ce théorème dans le Mémoire cité de M. CAYLEY, p. 437.

On peut écrire cette condition sous forme de déterminant du huitième ordre

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1y_1z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2y_2z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_2 & x_2y_3 & y_2z_3 & z_3x_3 & x_3y_3z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 & x_4y_4 & y_4z_4 & z_4x_4 & x_4y_4z_4 \\ 1 & y_1 & z_1 & x_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1y_1 & y_1z_1x_1 \\ 1 & z_2 & x_2 & y_2 & z_2x_2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2y_2 \\ 1 & y_3 & z_3 & x_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & x_3y_3 & y_3z_3x_3 \\ 1 & z_4 & x_4 & y_4 & z_4x_4 & x_4y_4 & y_4z_4 & z_4x_4y_4 \end{vmatrix} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (32)$$

En effet, en appliquant le théorème de Laplace, après avoir modifié convenablement ce dernier déterminant, on voit que la condition (32) est remplie.

Donc

Théorème. — *Les groupes* $x_1x_2x_3x_4y_1z_2y_3z_4$, etc., *sont homographiques.*

**16.** Comme on le sait, la théorie de l'involution de six points peut se fonder tout entière sur celle du rapport anharmonique : nous n'avons pas encore fait ressortir, sur ce point particulier, les analogies qui existent avec les involutions supérieures.

Nous allons d'abord, en suivant la marche indiquée par M. Cayley, déduire analytiquement l'égalité des rapports anharmoniques de la condition d'involution.

L'équation

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 + y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 + y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 + y_3 & x_3y_3 \end{vmatrix} = 0,$$

peut s'écrire

$$\begin{vmatrix} x_1 & 1 & x_1 + y_1 & x_1y_1 \\ x_2 & 1 & x_2 + y_2 & x_2y_2 \\ x_3 & 1 & x_3 + y_3 & x_3y_3 \\ y_1 - x_1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

ou bien encore

$$\begin{vmatrix} x_1 & 1 & x_1 + y_1 & x_1y_1 \\ x_2 & 1 & x_2 + y_2 & x_2y_2 \\ x_3 & 1 & x_3 + y_3 & x_3y_3 \\ y_1 & 1 & x_1 + y_1 & x_1y_1 \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui revient à

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 \\ 1 & y_1 & x_1 & y_1x_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Cette dernière équation, qui est celle de l'homographie, conduit à l'égalité de rapports anharmoniques :

$$(x_1, x_2, x_3, y_1) = (y_1, y_2, y_3, x_1).$$

Dans le cas du troisième ordre, l'identité (27) devient

$$p_1 (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) + p_2 (X - y_1)(X - y_2)(X - y_3) + p_3 (X - u_1)(X - u_2)(X - u_3) \\ + p_4 (X - z_1)(X - z_2)(X - z_3) \equiv 0.$$

Faisons successivement $X = x_1$, $X = x_2$, etc., nous retrouvons l'égalité

$$\begin{vmatrix} (x_1-y_1)(x_1-y_2)(x_1-y_3) & (x_1-u_1)(x_1-u_2)(x_1-u_3) & (x_1-z_1)(x_1-z_2)(x_1-z_3) \\ (x_2-y_1)(x_2-y_2)(x_2-y_3) & (x_2-u_1)(x_2-u_2)(x_2-u_3) & (x_2-z_1)(x_2-z_2)(x_2-z_3) \\ (x_3-y_1)(x_3-y_2)(x_3-y_3) & (x_3-u_1)(x_3-u_2)(x_3-u_3) & (x_3-z_1)(x_3-z_2)(x_3-z_3) \end{vmatrix} = 0. \quad (33)$$

Développons ce déterminant suivant les éléments de la première rangée, nous aurons :

$$\left.\begin{array}{l} (x_1-y_1)(x_2-u_2)(x_3-z_3)(x_1-y_2)(x_2-u_3)(x_3-z_1)(x_1-y_3)(x_2-u_1)(x_3-z_2) \\ -(x_1-y_1)(x_2-z_2)(x_3-u_3)(x_1-y_2)(x_2-z_3)(x_3-u_1)(x_1-y_3)(x_2-z_1)(x_3-u_2) \\ +(x_1-u_1)(x_2-y_2)(x_3-y_3)(x_1-u_2)(x_2-z_3)(x_3-y_1)(x_1-u_3)(x_2-z_1)(x_3-y_2) \\ -(x_1-u_1)(x_2-z_2)(x_3-u_3)(x_1-u_2)(x_2-y_3)(x_3-z_1)(x_1-u_3)(x_2-y_1)(x_3-z_2) \\ +(x_1-z_1)(x_2-y_2)(x_3-u_3)(x_1-z_2)(x_2-y_3)(x_3-u_1)(x_1-z_3)(x_2-y_1)(x_3-u_2) \\ -(x_1-z_1)(x_2-u_2)(x_3-y_3)(x_1-z_2)(x_2-u_3)(x_3-y_1)(x_1-z_3)(x_2-u_1)(x_3-y_2) \end{array}\right\} = 0. \quad (34)$$

Divisons tous les termes par

$$(x_1 - y_1)(x_1 - u_1)(x_1 - z_1)(x_2 - y_2)(x_2 - u_2)(x_2 - z_2)(x_3 - y_3)(x_3 - u_3)(x_3 - z_3).$$



Nous voyons que l'égalité (34) devient :

$$\begin{aligned}
&\frac{(x_1-y_2)(x_2-u_3)(x_3-z_1)}{(x_1-z_1)(x_2-y_2)(x_3-u_3)}\cdot\frac{(x_1-y_3)(x_2-u_1)(x_3-z_2)}{(x_1-u_1)(x_2-z_2)(x_3-y_3)}\\
-&\frac{(x_1-y_2)(x_2-z_3)(x_3-u_1)}{(x_1-u_1)(x_2-y_2)(x_3-z_3)}\cdot\frac{(x_1-y_3)(x_2-z_1)(x_3-u_2)}{(x_1-z_1)(x_2-u_2)(x_3-y_3)}\\
+&\frac{(x_1-u_2)(x_2-z_3)(x_3-y_1)}{(x_1-y_1)(x_2-u_2)(x_3-z_3)}\cdot\frac{(x_1-u_3)(x_2-z_1)(x_3-y_2)}{(x_1-z_1)(x_2-y_2)(x_3-u_3)}\\
-&\frac{(x_1-u_2)(x_2-y_3)(x_3-z_1)}{(x_1-z_1)(x_2-u_2)(x_3-y_3)}\cdot\frac{(x_1-u_3)(x_2-y_1)(x_3-z_2)}{(x_1-y_1)(x_2-z_2)(x_3-u_3)}\\
+&\frac{(x_1-z_2)(x_2-y_3)(x_3-u_1)}{(x_1-u_1)(x_2-z_2)(x_3-y_3)}\cdot\frac{(x_1-z_3)(x_2-y_1)(x_3-u_2)}{(x_1-y_1)(x_2-u_2)(x_3-z_3)}\\
-&\frac{(x_1-z_2)(x_2-u_3)(x_3-y_1)}{(x_1-y_1)(x_2-z_2)(x_3-u_3)}\cdot\frac{(x_1-z_3)(x_2-u_1)(x_3-y_2)}{(x_1-u_1)(x_2-y_2)(x_3-z_3)}=0. \quad . \quad . \qquad (35)
\end{aligned}$$

Chacun des facteurs qui figurent dans les différents termes est un invariant $\mathfrak{I}$.

Dans chacun de ces invariants entrent les distances à l'origine de six points appartenant aux quatre groupes : nous pouvons observer de plus que dans la formule (35) entrent les invariants

$$\frac{(x_1-y_2)(x_2-u_3)(x_3-z_1)}{(x_1-z_1)(x_2-y_2)(x_3-u_3)} \quad \text{et} \quad \frac{(x_1-u_3)(x_2-z_1)(x_3-y_2)}{(x_1-z_1)(x_2-y_2)(x_3-u_3)},$$

c'est-à-dire les deux invariants à permutations circulaires : nous les distinguerons en écrivant le premier $\mathfrak{I}$, et le second $\mathfrak{I}'$.

Nous avons les séries

$$\begin{matrix} x_1 & y_1 & z_1 & u_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & u_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & u_3. \end{matrix}$$

On voit que les points associés sont $x_1, x_2, x_3$; successivement avec $y_1, z_2, u_3$; $z_1, u_2, y_3$; $u_1, y_2, z_3$; $u_1, z_2, y_3$; $z_1, y_2, u_3$; $y_1, u_2, z_3$.

La loi de formation de ces groupes est évidente.

Nous distinguerons les invariants appartenant à ces six groupes par les indices 1, 2, 3; 3', 2', 1'.



Ainsi

$$\mathfrak{I}'_1, \text{ représente } \frac{(x_1 - z_3)(x_2 - y_1)(x_3 - u_2)}{(x_1 - y_1)(x_2 - u_2)(x_3 - z_3)}.$$

Au moyen de cette notation, l'équation (35) peut s'écrire :

$$\mathfrak{I}_{2'}\mathfrak{I}'_{3'} - \mathfrak{I}_3\mathfrak{I}'_2 + \mathfrak{I}_{1'}\mathfrak{I}'_{2'} - \mathfrak{I}_2\mathfrak{I}'_1 + \mathfrak{I}_{3'}\mathfrak{I}'_{1'} - \mathfrak{I}_1\mathfrak{I}'_3 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

sous cette forme, la relation (33) est complétement analogue à l'égalité des rapports anharmoniques de six points, pris quatre à quatre.

Cette relation est, comme l'on voit, susceptible d'extension, mais il est difficile de l'écrire, même d'une façon symbolique.

On pourrait, néanmoins, introduire la notation symbolique suivante

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mathfrak{I}_1 & \mathfrak{I}_2 & \mathfrak{I}_3 \\ \mathfrak{I}'_1 & \mathfrak{I}'_2 & \mathfrak{I}'_3 \end{vmatrix} = 0,$$

en ayant soin d'accentuer, dans le développement, les indices des termes positifs.

Nous énoncerons le théorème que ces dernières équations expriment sous la forme générale que voici :

*L'involution de* (n + 1) n *points s'exprime par la réduction à zéro d'une somme algébrique de produits* (n — 1) *à* (n — 1) *d'invariants* $\mathfrak{I}$.

Il nous suffit, pour le moment, d'avoir montré comment les invariants $\mathfrak{I}$ s'introduisent dans les conditions d'involution.

**17.** Nous avons vu précédemment que $(n + 1)$ formes algébriques $U_1, U_2, \ldots U_{n+1}$ définissent une involution quand elles sont liées par l'identité

$$U_1 + k_1U_2 + k_2U_3 + \cdots + k_nU_{n+1} \equiv 0.$$

Il est cependant d'autres relations d'involution, et des plus importantes, où le nombre des formes considéré est moindre que $n + 1$. Ce sont peut-être

même ces dernières qui offrent le plus d'intérêt, sinon au point de vue analytique, du moins au point de vue géométrique : ce sont les seules, jusqu'ici, qui aient été appliquées par les géomètres et, si elles ne peuvent conduire à la généralisation complète de l'involution de six points, elles n'en méritent pas moins d'être étudiées avec soin.

Soit une relation

$$k_1 U_1 + k_2 U_2 + \cdots + k_m U_m \equiv 0, \quad \ldots \ldots \quad (37)$$

où nous introduisons le coefficient $k_1$ pour la symétrie.

Nous dirons, comme nous l'avons fait ailleurs (*), qu'une telle identité définit une *involution du* $n^{me}$ *ordre de la* $m^{me}$ *classe.*

Désignons, comme précédemment, par $x_1, x_2, \ldots x_n$; $y_1, y_2, \ldots y_n$, etc., les racines des équations

$$U_1 = 0, \quad U_2 = 0, \ldots, U_m = 0.$$

La théorie des déterminants nous permet d'écrire la condition (37) de la manière suivante :

$$\left\| \begin{matrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - \Sigma y_1 + \Sigma y_1 y_2 \ldots \pm y_1 y_2 \ldots y_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1 - \Sigma z_1 + \Sigma z_1 z_2 \ldots \pm z_1 z_2 \ldots z_n \end{matrix} \right\| \equiv 0. \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

Le premier membre est un déterminant, ordinairement appelé multiple : nous entendons, par la notation employée, que tout déterminant du $m^{me}$ ordre, formé en choisissant d'une manière arbitraire $m$ colonnes de ce déterminant, est nul.

On a, par exemple,

$$\left| \begin{matrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm \Sigma x_1 x_2 \ldots x_{m-2} \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - \Sigma y_1 + \Sigma y_1 y_2 \ldots \pm \Sigma y_1 y_2 \ldots y_{m-2} \pm y_1 y_2 \ldots y_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1 - \Sigma z_1 + \Sigma z_1 z_2 \ldots \pm \Sigma z_1 z_2 \ldots z_{m-2} \pm z_1 z_2 \ldots z_n \end{matrix} \right| = 0. \quad \ldots \quad (39)$$

(*) *Note sur l'involution des ordres supérieurs*, ANN. DE LA SOC. SCIENT. DE BRUXELLES, t. II, p. 25.

Au moyen du théorème que nous avons déjà appliqué à la transformation de l'équation (26), on voit que (39) peut s'écrire

$$\Sigma^m . p_i (X - x_1)(X - x_2) \ldots (X - x_n) \equiv 0, \tag{40}$$

où les quantités $p$ sont indépendantes de X.

La relation (40) entraîne la condition (38).

En effet, pour que cette relation existe, on doit avoir

$$\begin{array}{llllll} p_1 & + p_2 & + p_3 + & \ldots & + p_m & = 0, \\ - p_1 \Sigma x_1 & - p_2 \Sigma y_1 & - p_2 \Sigma u_1 & \ldots & - p_m \Sigma z_1 & = 0, \\ p_1 \Sigma x_1 x_2 & + p_2 \Sigma y_1 y_2 & + p_3 \Sigma u_1 u_2 & \ldots & + p_m \Sigma z_1 z_2 & = 0, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \pm p_1 . x_1 x_2 \ldots x_n & \pm p_2 . y_1 y_2 \ldots y_n & \pm p_3 . u_1 u_2 \ldots u_n & & \pm p_m u_1 u_2 \ldots u_n & = 0. \end{array}$$

L'identité (38) découle de ce système d'équations homogènes par rapport aux $p$.

**18.** Un cas particulier des involutions dont nous venons de parler a été spécialement étudié : c'est celui où $m = 3$.

Nous nous bornerons à rappeler quelques-uns des résultats obtenus sur ce sujet.

La relation (40) devient dans ce cas

$$p_1 (X - x_1)(X - x_2) \ldots (X - x_n) + p_2 (X - y_1)(X - y_2) \ldots (X - y_n) + p_3 (X - z_1)(X - z_2) \ldots (X - z_n) = 0. \tag{41}$$

On en déduit aisément les relations connues

$$\frac{(x_1 - y_1)(x_1 - y_2) \ldots (x_1 - y_n)}{(x_1 - z_1)(x_1 - z_2) \ldots (x_1 - z_n)} = \frac{(x_2 - y_1)(x_2 - y_2) \ldots (x_2 - y_n)}{(x_2 - z_1)(x_2 - z_2) \ldots (x_2 - z_n)} = \cdots = \frac{(x_n - y_1)(x_n - y_2) \ldots (x_n - y_n)}{(x_n - z_1)(x_n - z_2) \ldots (x_n - z_n)}, \tag{42}$$

dues à Poncelet.

Ces équations sont analogues aux relations à huit segments dans l'involution du second ordre : il est aisé de trouver les analogues des relations à six segments.

En effet, en nous bornant au troisième ordre, de

$$p_1(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)+p_2(X-y_1)(X-y_2)(X-y_3)+p_3(X-z_1)(X-z_2)(X-z_3)\equiv 0,$$

on déduit

$$\begin{array}{rr} p_2(x_1-y_1)(x_1-y_2)(x_1-y_3)+p_3(x_1-z_1)(x_1-z_2)(x_1-z_3)&=0,\\ p_1(y_1-x_1)(y_1-x_2)(y_1-x_3)+\qquad\qquad +p_3(y_1-z_1)(y_1-z_2)(y_1-z_3)&=0,\\ p_1(z_1-x_1)(z_1-x_2)(z_1-x_3)+p_2(z_1-y_1)(z_1-y_2)(z_1-y_3)&=0.\end{array}$$

D'où

$$\begin{vmatrix} 0 & (x_1-y_1)(x_1-y_2)(x_1-y_3) & (x_1-z_1)(x_1-z_2)(x_1-z_3)\\ (y_1-x_1)(y_1-x_2)(y_1-x_3) & 0 & (y_1-z_1)(y_1-z_2)(y_1-z_3)\\ (z_1-x_1)(z_1-x_2)(z_1-x_3) & (z_1-y_1)(z_1-y_2)(z_1-y_3) & 0 \end{vmatrix}=0.$$

On voit sans peine quelles sont les autres relations semblables à celle-ci. Si nous posons

$$(X-x_1)(X-x_2)\dots(X-x_n)=(X-y_1)(X-y_2)\dots(X-y_n), \tag{43}$$

nous avons une équation du $n^{me}$ degré en X : une des racines de cette équation est infinie.

Appelons $\rho_\infty, \rho_1, \rho_2 \dots \rho_{n-1}$, ces $n$ racines.

Comme on a

$$p_1+p_2+p_3=0,$$

on voit que si l'on substitue dans (41) une de ces valeurs, $\rho_p$ par exemple, on obtient

$$(\rho_p-x_1)(\rho_p-x_2)\dots(\rho_p-x_n)=(\rho_p-y_1)(\rho_p-y_2)\dots(\rho_p-y_n)=(\rho_p-z_1)(\rho_p-z_2)\dots(\rho_p-z_n). \tag{44}$$

Les $(n-1)$ points $\rho_1, \rho_2, \dots \rho_{n-1}$, correspondant au point à l'infini, sont les analogues du point central dans l'involution de six points.

Cette notion est due, pensons-nous, à M. de Jonquières (*) qui a développé de nombreuses propriétés de l'involution de $3n$ points.

(*) *Annali di Matematica*, t. II, p. 86.

[Nous avons montré plus haut que la condition de l'involution de $(n+1)n$ points peut s'exprimer par la réduction à zéro d'une somme algébrique de produits $n-1$ à $n-1$ d'invariants $\mathfrak{I}$.

Nous allons rechercher ce que devient ce théorème pour les involutions de la troisième classe, et nous nous bornerons, pour plus de simplicité, à l'involution du troisième ordre. Soient $\mu_0, \mu_1, \mu_2$; $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$; $\nu_0, \nu_1, \nu_2$, les distances à partir d'une origine fixe, prise sur une droite, de neuf points en involution.

Parmi les relations indiquées précédemment se trouve la suivante :

$$\begin{aligned}&(\mu_0-\lambda_1)(\lambda_0-\nu_1)(\nu_0-\mu_1)(\mu_0-\lambda_2)(\lambda_0-\nu_2)(\nu_0-\mu_2)\\ &=(\mu_0-\nu_1)(\nu_0-\lambda_1)(\lambda_0-\mu_1)(\mu_0-\nu_2)(\nu_0-\lambda_2)(\lambda_0-\nu_2).\end{aligned}$$

Cette condition ne diffère pas de l'egalité

$$\frac{(\mu_0-\lambda_1)(\lambda_0-\nu_1)(\nu_0-\mu_1)}{(\mu_0-\nu_1)(\lambda_0-\mu_1)(\nu_0-\lambda_1)}=\frac{(\mu_0-\nu_2)(\lambda_0-\mu_2)(\nu_0-\lambda_2)}{(\mu_0-\lambda_2)(\lambda_0-\nu_2)(\nu_0-\mu_2)},$$

ou, pour employer une notation usitée,

$$(\mu_0, \nu_1, \quad \lambda_0, \mu_1, \quad \nu_0, \lambda_1), = (\mu_0, \lambda_2, \quad \lambda_0, \nu_2, \quad \nu_0, \mu_2).$$

Le rapport anharmonique des six premiers points est égal à celui des six derniers.

Nous n'écrirons pas les relations analogues qui se déduisent, presque sans calcul, des équations d'involution.

Il resterait, pour compléter la théorie de l'involution, à montrer la liaison qui existe entre le rapport anharmonique du $n^{me}$ ordre et les involutions à $mn$ points : les méthodes exposées conduisant sans difficulté à ces relations, nous ne nous appesantirons pas sur ce sujet.]

Avant d'étudier, en général, la théorie des points multiples d'ordre $n$ de l'involution de $(n+1)n$ points, nous rappellerons que dans une involution de $3n$ points, il existe $2(n-1)$ points doubles.



En effet, cette involution peut être définie par l'équation

$$f(x) - \lambda\varphi(x) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

Pour trouver les points doubles de l'involution, nous devons exprimer que le discriminant de l'équation (45) est nul, ce qui nous donne une équation en $\lambda$ du degré $2(n-1)$ (*).

On peut aussi éliminer $\lambda$ entre

$$f(x) - \lambda.\varphi(x) = 0,$$

et

$$f(y) - \lambda.\varphi(y) = 0,$$

ce qui donne

$$f(x)\varphi(y) - \varphi(x)f(y) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Si, après avoir divisé le premier membre par $x - y$, nous posons $x = y$, nous obtenons évidemment une équation en $x$, du degré $2(n-1)$.

Nous ne ferons que signaler, sans nous y arrêter, parce qu'elles ne sont point utiles au but que nous nous proposons, les belles applications faites récemment par M. Darboux de ces théories aux intégrales hyperelliptiques et au théorème de Poncelet (**).

**19.** Les constantes $p$ qui figurent dans les équations (27) et (40) sont, dans certains cas, susceptibles d'une interprétation géométrique.

D'après le théorème que nous avons donné (§ 17), on voit que pour les involutions à $m.n$ points, les quantités $p$ sont proportionnelles à des déterminant d'ordre $m - 1$.

Pour l'involution de six points, par exemple, on a :

$$\frac{p_1}{\begin{vmatrix} 1 & \Sigma y_1 \\ 1 & \Sigma z_1 \end{vmatrix}} = \frac{p_2}{\begin{vmatrix} 1 & \Sigma z_1 \\ 1 & \Sigma x_1 \end{vmatrix}} = \frac{p_3}{\begin{vmatrix} 1 & \Sigma x_1 \\ 1 & \Sigma y_1 \end{vmatrix}}.$$

(*) Em. Weyr, *Erzeugung der algebraischen Curven durch projectivische Involutionen.* Math. Annal., t. III, p. 35.

(**) *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques,* pp. 183 et suiv.

Ces relations subsistent pour les involutions à $3n$ points.

Si nous désignons par 0 l'origine et par $\gamma$ le centre des moyennes distances du système des points $z$, donné par l'équation

$$0\gamma = \frac{1}{n} \Sigma z_1,$$

et de même par $\alpha$, $\beta$ les centres des moyennes distances les systèmes des points $x$ et $y$, on a :

$$\frac{p_1}{\beta\gamma} = \frac{p_2}{\gamma\alpha} = \frac{p_3}{\alpha\beta}.$$

Soient $a_1, a_2, \ldots a_n; b_1, b_2, \ldots b_n; c_1, c_2 \ldots c_n$, les points dont les distances à l'origine sont $x_1, x_2, \ldots x_n; y_1. y_2, \ldots y_n; z_1, z_2, \ldots z_n$; $m$ un point arbitraire.

L'identité (41) donnera lieu aux relations

$$\beta\gamma\, \Sigma ma_1 . ma_2 + \gamma\alpha\, \Sigma mb_1 . mb_2 + \gamma\beta\, \Sigma mc_1 . mc_2 = 0.$$
$$\beta\gamma\, \Sigma ma_1 . ma_2 . ma_3 + \gamma\alpha\, \Sigma mb_1 . mb_2 . mb_3 + \alpha\beta\, \Sigma mc_1 . mc_2 . mc_3 = 0.$$
$$\beta\gamma . ma_1 . ma_2 . ma_3 . ma_n + \gamma\alpha . mb_1 . mb_2 . mb_3 \ldots mb_n + \alpha\beta . mc_1 . mc_2 . mc_3 \ldots mc_n = 0,$$

analogues à celles que donne M. Chasles (*).

Lorsque $m = 4$, on a

$$\frac{p_1}{\begin{vmatrix} 1 & \Sigma y_1 & \Sigma y_1 y_2 \\ 1 & \Sigma u_1 & \Sigma u_1 u_2 \\ 1 & \Sigma z_1 & \Sigma z_1 z_2 \end{vmatrix}} = \text{constante}.$$

Les déterminants auxquels les $p$ sont proportionnels peuvent être considérés comme représentant l'aire de certains triangles, faciles à déterminer.

Pour $m = 5$, les quantités $p$ sont proportionnelles aux volumes de certains tétraèdres.

Au delà de $m = 5$, nous devons recourir aux variétés à plus de trois dimensions (**).

(*) *Géométrie supérieure*, p. 151.

(**) Cauchy, *Mémoire sur les lieux analytiques*, C. R., t. XXIV, p. 885. — Riemann, *Ueber die Hypothesen*, etc. — Werke, p. 255. — Cayley, *Introductory Memoir upon Quantics*, P. T., t. CXLIV, p. 246.

Remarquons en passant que si trois formes

$$(a_1, a_2, a_3 \between x, y)^2,$$
$$(b_1, b_2, b_3 \between x, y)^2,$$
$$(c_1, c_2, c_3 \between x, y)^2,$$

représentent six points en involution, les droites qui ont pour équations

$$(a_1, a_2, a_3 \between x, y, z) = 0,$$
$$(b_1, b_2, b_3 \between x, y, z) = 0,$$
$$(c_1, c_2, c_3 \between x, y, z) = 0,$$

passent par un même point et les points $(a_1, a_2, a_3)$; $(b_1, b_2, b_3,)$, $(c_1, c_2, c_3)$ sont en ligne droite.

Il existe des théorèmes analogues pour les involutions supérieures.

Hesse s'est servi d'un principe semblable comme méthode de transformation des figures (*).

Les variétés à $n$ dimensions viendront, ici encore, se rattacher aux involutions à $(n + 1)$ $n$ points.

**20.** Nous avons dit précédemment que la théorie des points conjugués harmoniques exigeait, pour être exposée d'une manière complète, que l'on connût la théorie de l'involution : c'est pour cela que nous ne l'avons pas placée immédiatement après celle du rapport anharmonique.

La *relation d'harmonie* peut être considérée, soit comme un cas particulier de la *fonction anharmonique*, soit comme un cas particulier de l'involution (**).

En la considérant, à ce dernier point de vue, nous retrouverons la plupart des propriétés connues des points conjugués harmoniques du second ordre.

(*) Hesse, *Ein Uebertragungsprincip*. Journ. de Crelle, t. LXVI, p. 15.

(**) Les points conjugués harmoniques du second ordre ont été considérés de cette façon par Desargues. V. *Brouillon proiect d'une atteinte aux éuénements des rencontres d'un cône avec un plan :* OEuvres *recueillies par* M. Poudra, t. I, p. 152. Voir aussi parmi les *Lemmes de* Pappus, relatifs aux *Porismes* d'Euclide, la prop. CXXXI, cas particulier de la prop. CXXX du Livre VII. *Pappi Alexandrini mathematicæ collectiones,* pp. 360 et suiv. Ces propositions sont traduites et analysées dans l'ouvrage de M. Chasles, *Les trois livres de Porismes d'Euclide.*



Dans la relation (26), faisons $y_1 = y_2 = \ldots = y_n = y$; $u_1 = u_2 = \ldots = u_n = u$; $z_1 = z_2 = \ldots = z_n = z$; c'est-à-dire supposons que les $n$ points de chacun des $n$ derniers groupes se confondent en un seul.

Cette relation devient

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - ny + \binom{}{2} y^2 \ldots \pm y^n \\ 1 - nu + \binom{n}{2} u^2 \ldots \pm u^n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1 - nz + \binom{n}{2} z^2 \ldots \pm z^n \end{vmatrix} = 0, \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

ou, en développant suivant les éléments de la première rangée, et en désignant par $\delta_0, \delta_1, \ldots \delta_n$, les mineurs,

$$D_1 = \delta_0 - \Sigma x_1 . \delta_1 + \Sigma x_1 x_2 . \delta_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n . \delta_n = 0 \quad \ldots\ldots \quad (48)$$

Nous devons rechercher d'abord la valeur de chacun des mineurs $\delta$.

Soit le déterminant

$$D_k = \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 \ldots \alpha_1^{k-1} & \alpha_1^{k+1} \ldots \alpha_1^n \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 \ldots \alpha_2^{k-1} & \alpha_2^{k+1} \ldots \alpha_2^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \alpha_n & \alpha_n^2 \ldots \alpha_n^{k-1} & \alpha_n^{k+1} \ldots \alpha_n^n \end{vmatrix}.$$

Formons encore le déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \ldots x^n \\ 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 \ldots \alpha_1^n \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ 1 & \alpha_n & \alpha_n^2 \ldots \alpha_n^n \end{vmatrix},$$

que nous représenterons, suivant la notation habituelle, par $\Delta(x_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_n)$.

Si nous développons suivant les éléments de la première rangée, nous trouvons

$$\Delta(x, \alpha_1, \alpha_2 . \alpha_n) = D_0 - x . D_1 + x^2 D_2 \ldots \pm x^n . D_n.$$



Mais on a aussi

$$\begin{aligned}\Delta(x, \alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n) = (\alpha_1 - x)(\alpha_2 - x) \dots (\alpha_n - x) \\ (\alpha_2 - \alpha_1) \dots (\alpha_n - \alpha_1) \\ \dots\dots\dots \\ (\alpha_n - \alpha_{n-1}).\end{aligned}$$

$$= (\alpha_1 - x)(\alpha_2 - x) \dots (\alpha_n - x)\, \Delta(\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n) \quad \dots\dots \quad (49)$$

Nous obtiendrons, par suite, la valeur de $D_k$ en développant le second membre suivant les puissances de $x$ et en prenant le coefficient de $x^k$.

En conséquence

$$D_k = \Sigma(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n)_{n-k}\, \Delta(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n) \quad \dots\dots \quad (50)$$

Dans cette formule $\Sigma(\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n)_{n-k}$ représente la somme des produits $n$-$k$ à $n$-$k$ des quantités $\alpha$.

Au moyen de la formule (50), nous mettons facilement l'égalité (47) sous la forme

$$\Delta(y, u, \dots z)\left[x_1 x_2 \dots x_n - \frac{1}{n}\Sigma x_1 x_2 \dots x_{n-1} \,.\, \Sigma y \dots \pm y.u \dots z\right] = 0. \quad \dots \quad (51)$$

Donc, d'après la définition (§ 4) des points conjugués harmoniques *les points multiples d'ordre* n *sont conjugués harmoniques des points* $x_1, x_2, \dots x_n$.

Nous avons montré, dans un précédent travail, que l'équation du $n^{me}$ degré qui donne ces points multiples peut s'écrire

$$\left\{\frac{\Sigma \pm [f_0(x) f_1(y) \dots f_{n-1}(z)]}{\Delta(x, y, \dots z)}\right\}_{x=y=\dots=z} = 0\,(^*), \quad \dots\dots \quad (52)$$

si l'involution est définie par la relation

$$\sum_{i=0}^{i=n-1} k_i f_i(x) = 0. \quad \dots\dots\dots \quad (53)$$

(*) *Sur quelques propriétés de l'invariant quadratique, etc.* Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique, t. XLIV, p. 371.

Sur la fonction $\Sigma \pm [f_0(x) f_1(y) \dots f_{n-1}(z)]$. Voir Salmon, *Lessons en higher Algebra*, p. 290.



Nous allons présenter, du théorème (51), une démonstration plus simple, mais qui n'offre pas l'avantage de donner l'expression, sous forme de déterminant, de l'invariant linéo-linéaire de deux formes binaires.

Nous savons que si $n$ points appartiennent à une involution, il existe, entre les distances $x_1, x_2, \ldots x_n$, de ces points à une même origine, une relation

$$a_1 x_1 x_2 \ldots x_n + a_2 \Sigma x_1 x_2 \ldots x_{n-1} + a_3 \Sigma x_1 x_2 \ldots x_{n-2} + \ldots + a_{n+1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Les points $n^{\text{ples}}$ seront donnés par l'équation

$$U_1 \equiv a_1 x^n + \frac{n}{1} a_2 x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2} a_3 x^{n-2} + \cdots + a_{n+1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Soit encore

$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \ldots b_{n+1} \between x, y)^n,$$

la forme qui définit $n$ points appartenant à cette involution.

A cause de la relation (25), on devra donc avoir

$$a_1 b_{n+1} - \frac{n}{1} a_2 b_n + \cdots \pm b_1 . a_{n+1} = 0 \text{ (*)}.$$

Par suite l'invariant linéaire des deux formes $U_1$, $U_2$, est nul, et les $2n$ points que ces formes représentent, sont conjugués harmoniques d'ordre $n$.

Nous pouvons donc énoncer ce théorème :

*Si* $(n + 1)n$ *points sont en involution, les* n *points* $n^{\text{ples}}$ *de cette involution forment, avec chacun des groupes de* n *points,* 2n *points conjugués harmoniques.*

Réciproquement

*si* (n + 1) *groupes de* n *points sont tels qu'il soit possible de déterminer* n *points conjugués harmoniques d'ordre* n *de chacun de ces groupes, ces points sont en involution.*

(*) Cette démonstration est la généralisation de celle que donne M. Salmon, *A Treatise on conic sections*, p. 297.





En effet, soient $t_1, t_2, \ldots t_n$ ces $n$ points, on doit avoir

$$x_1x_2\ldots x_n - \frac{1}{n}\Sigma x_1x_2\ldots x_{n-1}\Sigma t_1 + \cdots \pm t_1t_2\ldots t_n = 0.$$

$$y_1y_2\ldots y_n - \frac{1}{n}\Sigma y_1y_2\ldots y_{n-1}\Sigma t_1 + \cdots \pm t_1t_2\ldots t_n = 0.$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$z_1z_2\ldots z_n - \frac{1}{n}\Sigma z_1z_2\ldots z_{n-1}\Sigma t_1 + \cdots \pm t_1t_2\ldots t_n = 0,$$

et par conséquent

$$\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1x_2 \ldots \pm x_1x_2\ldots x_n \\ 1 - \Sigma y_1 + \Sigma y_1y_2 \ldots \pm y_1y_2\ldots y_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ 1 - \Sigma z_1 + \Sigma z_1z_2 \ldots \pm z_1z_2\ldots z_n \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui exprime la condition d'involution.

Nous avons montré (*) comment le premier de ces deux théorèmes s'applique aux involutions à $mn$ points et spécialement à l'involution de $3n$ points.

[Proposons-nous de trouver, en général, le nombre des points $(m-1)^{ples}$ d'une involution du $n^{me}$ ordre et de la $m^{me}$ classe.

Cette involution est définie par l'équation

$$F(x) \equiv f_1(x) + \lambda_1 f_2(x) + \cdots + \lambda_{m-2} f_{m-1}(x) = 0.$$

Les points multiples seront donnés par l'équation

$$\left\{\frac{\Sigma \pm \left[f_1(x_1)f_2(x_2)\ldots f_{m-1}(x_{m-1})\right]}{\Delta(x_1, x_2, \ldots x_{m-1})}\right\}_{x_1=x_2=\ldots=x_{m-1}} = 0, \quad \ldots\ldots \quad \text{(A)}$$

équation dont il s'agit de déterminer le degré $\mu$.

(*) *Sur quelques points de Géométrie supérieure*, Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, t. XLIV, p. 231.



Si l'on observe que

$$f_i(x_i) = a_{0i}x_i^n + a_{1i}x_i^{n-1} + \cdots + a_{ni},$$

on sait, par la théorie des déterminants, que

$$\Sigma \pm \left[f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_{m-1}(x_{m-1})\right]$$

peut se décomposer en une somme de déterminants du $(m-1)^{me}$ ordre, divisibles, en général, par un facteur de la forme

$$x_1^{p_1} x_2^{p_2} \ldots x_{m-1}^{p_{m-1}}.$$

Le numérateur du premier membre de l'équation (A) pourra s'écrire

$$\Sigma A_{p_1 p_2 \ldots p_{m-1}} x_1^{p_1} x_2^{p_2} x_3^{p_3} \ldots x_{m-1}^{p_{m-1}}.$$

Or les coefficients A, dont deux indices sont égaux, sont nuls : il suffit, en effet, de remarquer que ces coefficients sont des déterminants où deux colonnes sont identiques.

Mais la plus grande valeur de $p_i$ est égale à $n$.

Par suite le terme du plus haut degré sera du degré

$$n + (n-1) + (n-2) + \cdots + (n-m+2) = \frac{(m-1)(2n-m+2)}{2}.$$

Le dénominateur étant du degré $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$, l'égalité ne contiendra plus que des termes du degré

$$\frac{(m-1)(2n-m+2)}{2} - \frac{(m-1)(m-2)}{2},$$

au plus.

Donc

$$\mu = \frac{(m-1)(2n-m+2)}{2} - \frac{(m-1)(m-2)}{2} = \frac{(m-1)(2n-2m+4)}{2}$$
$$= (m-1)(n-m+2).$$

On a donc ce théorème :

« *L'involution du* $\text{n}^{\text{me}}$ *ordre et de la* $\text{m}^{\text{me}}$ *classe possède* $(\text{m}-1)(\text{n}-\text{m}+2)$ *points multiples d'ordre* $(\text{m}-1)$. »

Si, dans cette formule, on fait $m=3$, on retrouve les $2(n-1)$ points doubles de M. DE JONQUIÈRES; si nous posons $m=n+1$, nous obtenons les $n$ points $n^{ples}$ de l'involution complète du $n^{me}$ ordre.

Nous pouvons démontrer ce théorème de manière à faire voir en même temps la signification algébrique de l'équation (A).

Soit

$$U \equiv u + \lambda_1 v + \cdots + \lambda_{m-1}.w = 0,$$

l'équation définissant une involution de la $m^{me}$ classe.

Pour que l'équation

$$U = 0,$$

ait des racines $(m-1)^{ples}$, il faut évidemment que l'on ait

$$\begin{aligned}
&\frac{d^{m-1}u}{dx^{m-2}} + \lambda_1 \frac{d^{m-2}v}{dx^{m-4}} + \cdots + \lambda_{m-2}\frac{d^{m-2}w}{dx^{m-2}} = 0,\\
&\frac{d^{m-2}u}{dx^{m-3}dy} + \lambda_1 \frac{d^{m-2}v}{dx^{m-3}dy} + \cdots + \lambda_{m-2}\frac{d^{m-2}w}{dx^{m-3}dy} = 0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\frac{d^{m-2}u}{dy^{m-2}} + \lambda_1 \frac{d^{m-2}v}{dy^{m-2}} + \cdots + \lambda_{m-2}\frac{d^{m-2}w}{dy^{m-2}} = 0.
\end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{vmatrix}
\frac{d^{m-2}u}{dx^{m-2}} & \frac{d^{m-2}v}{dx^{m-2}} & \cdots & \frac{d^{m-2}w}{dx^{m-2}}\\
\frac{d^{m-2}u}{dx^{m-3}dy} & \frac{d^{m-2}v}{dx^{m-3}dy} & \cdots & \frac{d^{m-2}w}{dx^{m-3}dy}\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
\frac{d^{m-2}u}{dy^{m-2}} & \frac{d^{m-2}v}{dy^{m-2}} & \cdots & \frac{d^{m-2}w}{dy^{m-2}}
\end{vmatrix} = 0,$$

équation qui est évidemment du degré $(m-1)(n-m+2)$.

Nous sommes ainsi ramenés à ces covariants d'un système de formes, auxquels M. SYLVESTER a donné le nom de combinants] (*).

Dans le chapitre qui suit, nous allons exposer quelques propriétés des points conjugués harmoniques, qui se rattachent particulièrement à l'étude des formes.

(*) CAYLEY, *A third Memoir upon Quantics*, PHILOS. TRANS., t. CXLVI, p. 638. M. SALMON traite le problème actuel dans le cas de trois formes $u$, $v$, $w$, c'est-à-dire celui qui se rapporte à l'involution de la quatrième classe, mais sans y attacher de signification géométrique. *Lessons on Higher Algebra*, 3[d] edit., p. 157.

## CHAPITRE IV.

### DES POINTS CONJUGUÉS HARMONIQUES.

**21.** Nous ne répéterons pas la définition que nous avons donnée des points conjugués harmoniques d'ordre $n$ (§ 4), et nous commencerons par faire connaître différentes formes sous lesquelles peut se mettre la *relation d'harmonie*.

Dans la formule (27), faisons $y_1 = y_2 = \dots y_n, \dots z_1 = z_2 = \dots = z_n$; cette hypothèse nous donne

$$p_1 \Pi (X-x) + p_2 (X-y)^n + p_3 (X-u)^n + \cdots + p_{n+1}(X-z)^n \equiv 0 \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

Si nous désignons par $m$ un point arbitraire, par $a_1, a_2, a_n$, $e, f, \dots g$, les points conjugués harmoniques, la formule (55) peut s'écrire

$$p_1 . ma_1 . ma_2 \dots ma_n + p_2 . \overline{me}^n + p_3 . \overline{mf}^n + \cdots + p_{n+1} . \overline{mg}^n = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

analogue à l'égalité

$$ma_1 . ma_2 . ef + \overline{me}^2 . f\alpha + \overline{mf}^2 . \alpha e = 0 \ (^*).$$

La relation revient à la suivante :

$$ma_1 . ma_2 + me . mf = 2m\alpha . mo.$$

D'après ce que nous avons vu dans le chapitre précédent, l'invariant $I_1$ des deux formes

$$U_1 \equiv (a_1, a_2, \dots a_{n+1} \between x, y)^n,$$
$$U_2 \equiv (b_1, b_2, \dots b_{n+1} \between x, y)^n \ (^{**}).$$

(*) CHASLES, *Géométrie supérieure*, p. 45.

(**) Sur ces invariants, voir A. CAYLEY, *Mémoire sur les hyperdéterminants*, JOURN. DE CRELLE, t. XXX, p. 25 (1846) et *A fourth Memoir*, etc., pp. 417 et suiv.



peut s'écrire

$$I_1 = a_1 b_1 \frac{\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - ny + \binom{n}{2} y_2 \ldots \pm y^n \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 1 - nz + \binom{n}{2} z^2 \ldots \pm z^n \end{vmatrix}}{\binom{n}{1}\binom{n}{2}\cdots\binom{n}{n} \Sigma \pm \left[y^0 u^1 \ldots z^{n-1}\right]}.$$

Pour donner plus de symétrie aux formules, nous remplacerons, dans ce qui va suivre, $y, u, \ldots z$ par $t_1, t_2 \ldots t_n$.

En conséquence

$$I_1 = a_1 b_1 \frac{\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - nt_1 + \binom{n}{2} t_1^2 \ldots \pm t_1^n \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 1 - nt_n + \binom{n}{2} t_1^2 \ldots \pm t_n^n \end{vmatrix}}{\binom{n}{1}\binom{n}{2}\cdots\binom{n}{n} \Sigma \pm \left[t_1^0 t_2^1 \ldots t_n^{n-1}\right]}.$$

Remarquons encore que le premier membre change de signe si l'on remplace les $x$ par les $t$ et réciproquement, dans le cas où $n$ est impair.

On doit donc avoir

$$\frac{\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - nt_1 + \binom{n}{2} t_1^2 \ldots \pm t_1^n \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 1 - nt_n + \binom{n}{2} t_n^2 \ldots \pm t_n^n \end{vmatrix}}{\Sigma \pm \left[t_1^0 t_2^1 \ldots t_n^{n-1}\right]} = (-1)^n \frac{\begin{vmatrix} 1 - \Sigma t_1 + \Sigma t_1 t_2 \ldots \pm t_1 t_2 \ldots t_n \\ 1 - nx_1 + \binom{n}{2} x_1^2 \ldots \pm x_1^n \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ 1 - nx_n + \binom{n}{2} x_n^2 \ldots \pm x_n^n \end{vmatrix}}{\Sigma \pm \left[x_1^0 x_2^1 \ldots x_n^{n-1}\right]}. \quad (56)$$

ou bien

$$\begin{vmatrix} 1 - \Sigma x_1 + \Sigma x_1 x_2 \ldots \pm x_1 x_2 \ldots x_n \\ 1 - nt_1 + \binom{n}{2} t_1^2 \ldots \pm t_1^n \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 1 - nt_n + \binom{n}{2} t_n^2 \ldots \pm t_n^n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^n \begin{vmatrix} 1 - \Sigma t_1 + \Sigma t_1 t_2 \ldots \pm t_1 t_2 \ldots t_n \\ 1 - nx_1 + \binom{n}{2} x_1^2 \ldots \pm x_1^n \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 1 - nx_n + \binom{n}{2} x_n^2 \ldots \pm x_n^n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \ldots & t_1^{n-1} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \ldots & t_2^{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & t_n & t_n^2 & \ldots & t_{n-1}^{n-1} \end{vmatrix}.$$

Si nous ajoutons, au second facteur de chaque nombre, la rangée 0, 0, ... 1 et à chacun d'eux respectivement la colonne 1, $x_1^n, x_2^n, \ldots x_n^n$; 1, $t_1^n, t_2^n \ldots t_n^n$, puis que nous effectuions la multiplication après avoir renversé l'ordre des colonnes de ces seconds facteurs, nous trouvons :

$$\begin{vmatrix} (\lambda_1 - \theta_1)^n & (\lambda_2 - \theta_1)^n & \ldots & (\lambda_n - \theta_1)^n \\ (\lambda_1 - \theta_2)^n & (\lambda_2 - \theta_2)^n & \ldots & (\lambda_n - \theta_2)^n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\lambda_1 - \theta_n)^n & (\lambda_2 - \theta_n)^n & \ldots & (\lambda_n - \theta_n)^n \end{vmatrix} = (-1)^n \begin{vmatrix} (\theta_1 - \lambda_1)^n & (\theta_2 - \lambda_1)^n & \ldots & (\theta_n - \lambda_1)^n \\ (\theta_1 - \lambda_2)^n & (\theta_2 - \lambda_2)^n & \ldots & (\theta_n - \lambda_2)^n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\theta_1 - \lambda_n)^n & (\theta_2 - \lambda_n)^n & \ldots & (\theta_n - \lambda_n)^n \end{vmatrix}, \quad (57)$$

ce qui est exact.

Supposons que les deux formes $U_1$, $U_2$ soient identiques; alors $x_n = t_n$, et

$$\Sigma \pm \left[x_1^0 x_2^1 \ldots x_n^{n-1}\right] = \Sigma \pm \left[t_1^0 t_2^1 \ldots t_n^{n-1}\right].$$

Le carré de chacun de ces déterminants est, à un facteur près, égal au discriminant de la forme.

Par une transformation analogue à celle que nous venons d'effectuer, l'invariant $I_1$, devient :

$$ID = m \begin{vmatrix} 0 & (\lambda_2 - \lambda_1)^n & \ldots & (\lambda_n - \lambda_1)^n \\ (\lambda_1 - \lambda_2)^n & 0 & \ldots & (\lambda_n - \lambda_2)^n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (\lambda_1 - \lambda_n)^n & (\lambda_2 - \lambda_n)^n & \ldots & 0 \end{vmatrix}; \quad \ldots \ldots \quad (58)$$

dans cette formule D représente le discriminant et $m$ un facteur constant.

Lorsque $n$ est impair, le second membre de cette égalité est un déterminant appelé symétrique gauche par M. Cayley (*), et, d'après un théorème de Jacobi, ce déterminant est nul (**).

Par suite, *l'invariant quadratique simultané de deux formes identiques de degré impair est nul,* ou bien *les formes binaires de degré impair n'ont pas d'invariant quadratique* (***).

Puisque

$$D = \left[\Sigma \pm [x_1^0 x_2^1 \ldots x_n^{n-1}]\right]^2,$$

et que le carré d'un déterminant est un déterminant symétrique, nous voyons que l'*invariant quadratique d'une forme binaire de degré pair est égal au quotient de deux déterminants symétriques.*

On peut obtenir aisément une autre expression du quadrinvariant d'une forme de degré pair au moyen des racines.

Cet invariant étant du second ordre, son poids est $n$ (****). Considérons la fonction

$$\varphi = a_0^2 \Sigma (x_1 - x_2)^2 (x_3 - x_4)^2 \ldots (x_{n-1} - x_n)^2 :$$

cette somme, dont l'ordre est deux, et le poids $n$, doit s'écrire

$$\varphi = A_1 a_0 a_n + A_2 a_1 a_{n-1} + \cdots$$

Si nous observons que cette quantité doit satisfaire à l'équation aux dérivées partielles

$$a_0 \frac{d\varphi}{da_1} + 2a_1 \frac{d\varphi}{da_2} + \cdots = 0,$$

nous trouvons

$$\varphi = I \text{ (*****)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (59)$$

Nous ne donnons ici cette expression que pour rapprocher deux expressions, de formes entièrement distinctes, de fonctions symétriques des racines d'une équation de degré pair.

(*) Cayley, Journ. de Crelle, t. XXXII, p. 119.
(**) Salmon, *Lessons introductory to the modern Higher Algebra*, 3e édit., p. 33.
(***) Cayley, *A Fourth Memoir upon Quantics*, Philos Trans, t. CXLVIII, p. 420.
(****) *Id.* A 2d *Memoir upon Quantics*, P. T., t. CXLVI, p. 107.
(*****) F. Brioschi, *La teorica dei covarianti è degli invarianti*, etc., Ann. di Matematica, t. I, p. 301.

L'égalité

$$\Sigma \pm \left[(x_1 - t_1)^n (x_2 - t_2)^n \dots (x_n - t_n)^n\right] = 0 \quad \dots\dots\dots \quad (60)$$

exprime encore que $2n$ points sont conjugués harmoniques d'ordre $n$, en supposant, bien entendu, que les quantités $x_1, x_2, \dots x_n; t_1, t_2, \dots t_n$ soient différentes.

Pour $n = 2$, par exemple, la formule (60) donne

$$\begin{vmatrix} (x_1 - t_1)^2 & (x_1 - t_2)^2 \\ (x_2 - t_1)^2 & (x_2 - t_2)^2 \end{vmatrix} = 0,$$

ou en développant

$$\left[(x_1 - t_1)(x_2 - t_2) - (x_1 - t_2)(x_2 - t_1)\right]\left[(x_1 - t_1)(x_2 - t_2) + (x_2 - t_2)(x_2 - t_1)\right] = 0.$$

Le premier facteur ne s'annulant que pour $x_1 = x_2$, ou $t_1 = t_2$, on a

$$\frac{(x_1 - t_1)(x_2 - t_2)}{(x_1 - t_2)(x_2 - t_1)} = -1,$$

ce qui exprime que le rapport anharmonique des quatre points est égal à $-1$.

22. La théorie des points conjugués harmoniques du second ordre est intimement liée à celles des polaires : nous allons montrer qu'il en est encore ainsi pour les ordres supérieurs (*).

L'équation d'une courbe du $n^{me}$ ordre, en coordonnées homogènes, peut s'écrire symboliquement

$$U \equiv (ax + by + cz)^n = 0,$$

ou, d'une manière explicite

$$U \equiv \left(a_1 x^n + \frac{n}{1} a_2 x^{n-1} y + \dots + a_{n+1} y^n\right)$$
$$+ \frac{n}{1} z \left(b_1 x^{n-1} + \frac{n-1}{1} b_2 x^{n-2} y + \dots + b_n y^{n-1}\right) + \dots + g_1 z^n = 0.$$

(*) Dans un précédent travail, nous avons donné les résultats qui vont suivre. Il nous a cependant paru utile de les reproduire ici, à part quelques modifications de détails.



Si nous considérons les émanants successifs de la forme U, nous obtiendrons, en les égalant à zéro, l'équation des polaires successives d'un point relativement à la courbe représentée par l'équation $U = 0$.

L'équation de la première polaire d'un point $x_1, y_1, z_1$ est, par suite,

$$x_1 \frac{dU}{dx} + y_1 \frac{dU}{dy} + z_1 \frac{dU}{dz} = 0 \ (^*).$$

Prenons pour axe des X une transversale quelconque et pour origine le point $x_1\, y_1\, z_1$, et recherchons quelle relation existe entre les points où la transversale coupe la courbe, et ceux où elle rencontre la première polaire de l'origine.

Nous voyons, sans difficulté, en faisant $z = 1$, que ces points sont donnés par les racines des deux équations

$$U_1 \equiv a_1 x^n + \frac{n}{1} b_1 x^{n-1} + \cdots + g_1 = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

$$U_2 \equiv b_1 x^{n-1} + \frac{n-1}{1} c_1 x^{n-2} + \cdots + g_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

L'équation

$$U_3 \equiv b_1 x^n + \frac{n-1}{1} c_1 x^{n-1} + \cdots + g_1 x = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

représente donc, à la fois, l'origine et les $(n-1)$ points d'intersection de la transversale avec la première polaire de l'origine.

Si nous calculons l'invariant quadratique simultané des deux formes $U_1$, $U_3$, nous trouvons

$$I_1 = -\left((b_1 g_1 - \frac{n-1}{1} c_1 f_1 + \cdots \pm b_1 g_1\right).$$

La quantité entre parenthèses est l'invariant quadratique simultané des deux formes identiques

$$U' \equiv b_1 x^{n-1} + \frac{n-1}{1} c_1 x^{n-2} y + \cdots + g_1 y^{n-1}.$$

Si $n$ est pair, U' est impair; donc $I_1 = 0$.

(*) Voy., par exemple, SALMON, *Higher plane Curves*, p. 48.



Si $n$ est impair, nous avons ce théorème :

*L'invariant linéo-linéaire des deux formes d'ordre impair*

$$(a, b, c, \dots g \between x, y)^n,$$
$$x\,(b,\ c, \dots g \between x, y)^n,$$

*est, au signe près, égal au quadrinvariant de la forme*

$$(b, c, \dots g \between x, y)^{n-1}.$$

Ce théorème donne lieu à l'interprétation géométrique suivante :

*Pour les courbes d'ordre pair, les* 2n *points d'intersection d'une transversale avec la courbe, la première polaire d'un point de cette transversale, et ce point sont* 2n *points conjugués harmoniques.*

Supposons que le paramètre $g_1$ s'annule; le point considéré est alors sur la courbe.

Les $(n-1)$ points d'intersection de la transversale avec la courbe, autres que l'origine sont donnés par la relation

$$U_1 \equiv a_1 x^{n-1} + \frac{n}{1} b_1 x^{n-2} + \cdots + n f_1 = 0;$$

les points d'intersection de la transversale et de la polaire par

$$U_2 \equiv b_1 x^{n-1} + \frac{n-1}{1} c_1 x^{n-2} + \cdots + \frac{n-1}{1} f_1 x = 0.$$

L'invariant quadratique simultané des deux formes $U_1$, $U_2$ est

$$I_1 = -\,n\left(b_1 f_1 - \frac{n-1}{1} c_1 e_1 + \cdots \pm f_1 b_1\right).$$

Si $n-1$ est pair, il faut prendre le signe supérieur et $I_1$ est nul.



Par conséquent :

*L'invariant linéo-linéaire des deux formes de degré pair*

$$U_1 \equiv \frac{1}{x}(a_1, b_1, \dots f_1, 0 \between x, y)^{2n+1},$$

$$U_2 \equiv (b_1, c_1, \dots f_1\, 0 \between x, y)^{2n},$$

*est nul.*

Si $n - 1$ est impair, on a au contraire ce théorème :

*L'invariant linéo-linéaire des deux formes d'ordre impair*

$$U_1 \equiv \frac{1}{x}(a_1, b_1, \dots f_1, 0 \between x, y)^{2n},$$

$$U_2 \equiv (b_1, a_1, \dots f_1, 0 \between x, y)^{2n-1},$$

*est, à un facteur constant près, égal au quadrinvariant de la forme*

$$U_3 \equiv (b_1, c_1, \dots f_1 \between x, y)^{2n-1}.$$

Le premier de ces deux théorèmes est la traduction algébrique de la propriété suivante des courbes d'ordre impair :

*Si l'on prend un point sur une courbe d'ordre impair* $2n + 1$, *toute corde passant par ce point rencontre la courbe en* $2n$ *points et la première polaire en* $2n$ *points qui sont conjugués harmoniques d'ordre* $2n$.

Cette proposition est connue, dans le cas des cubiques. Soient encore les deux formes

$$U_1 \equiv a_1x^n + \frac{n}{1} b_1x^{n-1} + \cdots + \frac{n}{1} f_1\, x + g_1,$$

$$U_2 \equiv b_1x^{n-1} + \frac{n-1}{1} c_1x^{n-2} + \cdots + \frac{n-1}{1} f_1\, x + g_1,$$

et supposons que deux des paramètres, $f_1$ et $g_1$, s'annulent.

Les deux formes deviennent :

$$U_1 \equiv x^2 \left(a_1 x^{n-2} + \frac{n}{1} b_1 x^{n-3} + \cdots + \frac{n(n-1)}{1.2} e_1\right) = x^2 U'_1,$$

$$U_2 \equiv x \left(b_1 x^{n-2} + \frac{n-1}{1} c_1 x^{n-3} + \cdots + \frac{(n-1)(x-2)}{1.2} e_1 x\right) = x \,.\, U'_2.$$

$U'_1$ et $U'_2$ sont toutes deux du degré $(n-2)$.

Leur invariant linéo-linéaire commun est

$$I_1 = -\frac{n}{1} \frac{\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}}{\frac{n-2}{1}} e_1 b_1 + \cdots \pm \frac{n(n-1)}{1.2} e_1 b_1,$$

c'est-à-dire égal au quadrinvariant de la forme

$$(b_1, c_1 \ldots e_1 \between x, y)^{n-3},$$

si $n$ est impair.

Si $n$ est pair $I_1 = 0$.

Par conséquent :

*L'invariant linéo-linéaire des deux formes d'ordre pair*

$$U_1 \equiv \frac{1}{x^2}(a, b, c, \ldots 0, 0 \between x, y)^n,$$

$$U_2 \equiv \frac{1}{x}(b, c, \ldots 0, 0 \between x, y)^{n-1},$$

*est identiquement nul.*

Ce théorème est aussi susceptible de recevoir une interprétation géométrique.

Puisque $g_1 = 0$, ce point appartient à la courbe, et comme de plus, $f_1 = 0$, la transversale a, en ce point, un second point commun avec la courbe.

Ce fait peut dépendre de la position particulière de la transversale qui est alors tangente à la courbe, au point donné.

En conséquence,

*Si par un point d'une courbe d'ordre pair, on mène une tangente à la courbe, cette tangente coupe la courbe, en général, en* (2n — 2) *autres points, et la première polaire du point en* (2n — 2) *points (le point considéré n'étant compté qu'une seule fois), qui sont conjugués harmoniques du* (2n — 2)$^{me}$ *ordre.*

Cette proposition, pour le quatrième ordre, a été signalée par M. DE JONQUIÈRES (*).

Mais la condition $f_1 = g_1 = 0$, peut être indépendante du choix de la transversale, et alors, la courbe a un point double au point considéré.

Il en résulte ce théorème :

*Toute corde passant par un point double d'une courbe d'ordre pair,* 2n, *rencontre cette courbe en* 2n — 2 *autres points, et la polaire du point double en* 2n — 2 *points (le point étant compté une seule fois) qui sont conjugués harmoniques du* (2n — 2)$^{me}$ *ordre.*

[Les théorèmes, relatifs aux polaires, que nous venons d'énoncer, ont leurs corrélatifs pour les courbes de la $n^{me}$ classe.

En effet, si U est une courbe de la $n^{me}$ classe et Δ une droite, et que, par un point de Δ on mène des tangentes à la courbe U, l'axe harmonique du $k^{me}$ ordre de ces $n$ tangentes, enveloppe, pendant que $p$ se déplace sur Δ, une courbe de la $k^{me}$ classe (**).

La droite Δ donne ainsi naissance à ($n$ — 1) courbes dont la classe est respectivement $n$ — 1, $n$ — 2, ... 1.

On a donné à ces courbes le nom de courbes polaires. Il serait peut-être préférable de leur conserver le nom de *pôles*, puisqu'elles jouent le même rôle que le pôle d'une droite, dans la théorie des coniques.

(*) *Mémoire sur la théorie des pôles et des polaires*, JOURN. DE LIOUVILLE, t. II, 2$^{me}$ série.

(**) CREMONA, *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane*, p. 115. (Trad. de Curtze.)

Les démonstrations données précédemment s'appliquent sans modification au cas actuel.

Soit

$$U \equiv f(u, v, w) = 0,$$

l'équation de la courbe donnée; $u_1$, $v_1$, $w_1$, les coordonnées de $\Delta$.

L'équation du premier pôle de $\Delta$ sera

$$\left(u_1 \frac{d}{du} + v_1 \frac{d}{dv} + w_1 \frac{d}{dw}\right) f = 0.$$

Il en résulte qu'au point de vue analytique il n'y aura aucun changement à introduire dans les résultats énoncés pour les polaires.

Il suffira de remplacer les mots : *point situé sur la courbe, point double,* par *tangente à la courbe, tangente double.*

Cela posé, nous pouvons dire que

I. *Pour les courbes de la classe* 2m, *les tangentes menées par un point de* $\Delta$ *à la courbe, à son premier pôle relatif à* $\Delta$, *et cette droite, sont* 2m *droites conjuguées harmoniques.*

II. *Pour les courbes de classe* 2m + 1, *les tangentes menées par un point d'une droite* $\Delta$, *tangente simple à la courbe, et au premier pôle de* $\Delta$, *sont des droites conjuguées harmoniques.*

III. *Si par un point d'une courbe de classe* 2m, *on mène les tangentes à la courbe et les tangentes au premier pôle de la tangente* $\Delta$ *passant par ce point, les droites ainsi menées sont conjuguées harmoniques.*

IV. *Si par un point pris sur une tangente double* $\Delta$, *à une courbe de classe* 2m, *on mène les tangentes à cette courbe et au premier pôle de* $\Delta$, *ces tangentes et la droite* $\Delta$ *sont des droites conjuguées harmoniques.*]

Il est visible que l'on pourrait étendre considérablement ces remarques : ce qui précède nous semble suffisant pour montrer la liaison de la théorie des points conjugués harmoniques d'ordre quelconque, avec celle des polaires.

23. Nous terminerons ce travail par quelques remarques sur les formes du quatrième degré et du sixième.

On sait que la réduction à zéro de l'invariant quadratique I d'une forme du quatrième degré exprime que les points représentés par cette forme sont harmoniques symétriques, d'après la dénomination de M. Cayley, ou équianharmoniques, selon la désignation de M. Cremona, adoptée par Clebsch (*).

L'équation (58), où nous faisons $n = 4$, nous donne

$$\begin{vmatrix} 0 & (x_2-x_1)^4 & (x_3-x_1)^4 & (x_4-x_1)^4 \\ (x_1-x_2)^4 & 0 & (x_3-x_2)^4 & (x_4-x_2)^4 \\ (x_1-x_3)^4 & (x_2-x_3)^4 & 0 & (x_4-x_3)^4 \\ (x_1-x_4)^4 & (x_2-x_4)^4 & (x_3-x_4)^4 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \ldots \ldots \quad (64)$$

comme expression de cette condition.

Soit

$$U \equiv (a, b, c, d, e \between x, y)^4,$$

une forme du quatrième degré.

Le hessien est

$$H = (ac - b^2,\ 2(ad - bc),\ ae + 2bd - 3c^2,\ 2(be - cd),\ ce - d^2 \between x, y)^4 \ (^{**}).$$

L'invariant linéo-linéaire de ces deux formes est

$$I_1 = 3(ace + 2bcd - ad^2 - b^2e - c^3).$$

La quantité entre parenthèses est le catalecticant de la forme U. On le représente généralement par J.

Si les quatre points, représentés par l'équation $U = 0$, sont conjugués harmoniques, $J = 0$ (***).

(*) Sur ce point, voir Cayley, 4th *Memoir,* etc.; Clebsch, *Vorlesungen ueber Geometrie; Theorie der binären algebraischen Formen,* pp. 170 et suiv.

(**) A. Cayley, *A fifth Memoir upon Quantics.* P. T. t. CXLVIII, p. 443.

(***) Cayley et Clebsch, *Op. cit.*

On a donc ce théorème :

*Si les quatre points, représentés par une forme du quatrième degré* U, *sont conjugués harmoniques du deuxième ordre, ces quatre points et les quatre points représentés par le hessien* H, *sont huit points conjugués harmoniques du quatrième ordre.*

Nous allons donner, d'une manière qui nous paraît simple, une démonstration de la propriété de J sur laquelle nous venons de nous appuyer.

Soit

$$U \equiv (a, b, c, d, e \between x, y)^4,$$

une forme du quatrième degré.

Si nous voulons résoudre l'équation

$$U = 0,$$

par la méthode de Descartes (*), nous pourrons, au moyen d'une substitution linéaire, qui, par suite, ne change la valeur des invariants de la forme que d'une puissance du module de la substitution, lui faire prendre la forme

$$x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0 \text{ (**)}.$$

Posons

$$x^4 + Ax^2 + Bx + C = (x^2 + px + q)(x^2 - px + q').$$

Nous trouverons, comme réduite de la proposée, l'équation

$$z^3 - Az^2 - 4Cz - (B^2 - 4AC) = 0.$$

Pour arriver à cette réduite, on a posé

$$q + q' = A + p^2 = z.$$

Lorsque les deux groupes de points représentés par les équations

$$x^2 + px + q = 0, \quad x^2 - px + q' = 0,$$

sont conjugués harmoniques,

$$q + q' + \frac{p^2}{2} = 0.$$

(*) Œuvres de Descartes, *Géométrie*, Liv. III. (Édit. V. Cousin, t. V, p. 401.)
(**) Nous empruntons ces calculs au *Cours d'Analyse* de M. Catalan, p. 251.



La décomposition peut se faire de trois manières distinctes, puisque la réduite est du troisième degré. Nous distinguerons par des indices les quantités $p, q, q'$, qui appartiennent à ces diverses décompositions.

Si les quatre points représentés par l'équation $U = 0$, sont conjugués harmoniques, le produit

$$\left[2(q + q') + p^2\right]\left[2(q_1 + q'_1) + p_1^2\right]\left[2(q_2 + q'_2) + p_2^2\right],$$

s'annulera, car l'un de ses facteurs devra s'annuler.

Mais, il est visible que ce produit est égal à

$$(3z_1 - A)(3z_2 - A)(3z_3 - A).$$

Donc

$$27.z_1z_2z_3 - 9A(z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1) + 3A^2(z_1 + z_2 + z_3) - A^3 = 0.$$

Si nous remplaçons les fonctions symétriques des racines par leurs valeurs exprimées au moyen des coefficients, nous trouvons

$$27(B^2 - 4AC) + 9.A.4C + 3A^3 - A^3 = 0.$$

Ou

$$27B^2 - 72AC + 2A^3 = 0.$$

Il est très-aisé de voir que cette condition n'est autre que $J = 0$.

Comme nous l'avons dit, l'étude complète du rapport anharmonique du $n^{me}$ ordre exigerait qu'on le rattachât aux invariants fondamentaux d'une forme de degré $2n$.

Les formes sextiques linéaires n'ayant été que peu étudiées (*), nous ne croyons pas sans intérêt les quelques remarques qui vont suivre et que nous espérons développer plus tard.

Soit

$$U \equiv (a, b, c, d, e, f, g \between x, y)^6,$$

(*) Sur les sextiques binaires, voir A. Cayley, *A third Memoir upon Quantics*, P. T., t. CXLVI, p. 631. Clebsch et Gordan, C. R., t. LXIV, p. 582; Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen*, p. 283; Cayley, *Note on the theory of Invariants*, Math. Ann., t. III, p. 268. Gordan, *Ueber das Formensystem binaerer Formen*, p. 34; le P. Joubert, *Sur l'équation du sixième degré.*



la forme proposée, et représentons par $x_\infty$, $x_0$, $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$ les six racines de l'équation $U = 0$, conformément aux notations employées par M. Hermite et par le P. Joubert.

On peut prendre comme invariants fondamentaux de la sextique, quatre invariants A, B, C, $\mathfrak{D}$, respectivement du second ordre, du quatrième, du sixième et du dixième.

Nous allons montrer les relations des invariants A et $\mathfrak{D}$ avec les invariants $I_q$, ainsi que l'expression du discriminant $\Delta$ et de l'invariant gauche E au moyen de ces mêmes fonctions.

La formule (59) fait voir que

$$A = a^2 \Sigma (x_\infty - x_0)^2 (x_1 - x_2)^2 (x_3 - x_4)^2; \quad \ldots \ldots \quad (65)$$

l'invariant A est donc égal à la somme des carrés des invariants $I_q$.

Dans ce qui va suivre, nous représentons par $(mn)$ la différence $x_m - x_n$.

Nous avons

$$I_{234} = (\infty 2)(03)(14).$$

Les permutations circulaires de l'indice donnent

$$I_{342} = (\infty 3)(04)(12), \quad I_{423} = (\infty 4)(02)(13).$$

Nous pouvons former de même les invariants

$$I_{134}, I_{124}, I_{123}, I_{034}, I_{024}, I_{023}, I_{014}, I_{013}, I_{012}.$$

Nous obtenons, pour ces invariants, les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $I_{234} = (\infty 2)(03)(14)$, | $I_{342} = (\infty 3)(04)(12)$, | $I_{423} = (\infty 4)(02)(13)$. |
| $I_{134} = (\infty 1)(03)(24)$, | $I_{341} = (\infty 3)(04)(21)$, | $I_{413} = (\infty 4)(01)(23)$. |
| $I_{123} = (\infty 1)(02)(43)$, | $I_{231} = (\infty 2)(03)(41)$, | $I_{312} = (\infty 3)(01)(42)$. |
| $I_{034} = (\infty 0)(13)(24)$, | $I_{340} = (\infty 3)(14)(20)$, | $I_{403} = (\infty 4)(10)(23)$. |
| $I_{024} = (\infty 0)(12)(34)$, | $I_{240} = (\infty 2)(14)(30)$, | $I_{402} = (\infty 4)(10)(32)$. |
| $I_{023} = (\infty 0)(12)(43)$, | $I_{230} = (\infty 2)(13)(40)$, | $I_{302} = (\infty 3)(10)(42)$. |
| $I_{014} = (\infty 0)(21)(34)$, | $I_{140} = (\infty 1)(24)(30)$, | $I_{401} = (\infty 4)(20)(31)$. |
| $I_{013} = (\infty 0)(21)(43)$, | $I_{130} = (\infty 1)(23)(40)$, | $I_{301} = (\infty 3)(20)(41)$. |
| $I_{012} = (\infty 0)(31)(42)$, | $I_{120} = (\infty 1)(32)(40)$, | $I_{201} = (\infty 2)(30)(41)$. |
| $I_{124} = (\infty 1)(02)(34)$, | $I_{241} = (\infty 2)(04)(31)$, | $I_{412} = (\infty 4)(01)(32)$. |

Il est visible que le produit des trente invariants que nous venons de former contient une différence quelconque $(mn)$ à la sixième puissance, affectée du signe $+$ ou du signe $-$, et que le produit est positif.

Si nous représentons par $\Delta$ le discriminant de la forme, on a

$$\Delta^3 = a^{30}\,\Pi\mathrm{I}_{mnp}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (66)$$

ce qui est l'une des formules que nous voulions établir.

Le P. Joubert a montré que

$$\mathrm{E} = a^{15}u_0u_1u_2u_3u_4 \,.\, v_0v_1v_2v_3v_4 \,.\, w_0w_1w_2w_3w_4 \,.\quad \ldots \ldots \quad (67)$$

Dans cette équation

$$\begin{aligned}
u_0 &= a\left[(\infty 4)(13)(20) + (01)(42)(3\infty)\right].\\
&= a\left[x_\infty x_0(x_2 + x_3 - x_1 - x_4) + x_1x_4(x_\infty + x_0 - x_2 - x_3) + x_2x_3(x_1 + x_4 - x_\infty - x_0)\right]\\
v_0 &= a\left[x_\infty x_0(x_3 + x_4 - x_1 - x_2) + x_1x_2(x_\infty + x_0 - x_3 - x_4) + x_3x_4(x_1 + x_2 - x_\infty - x_0)\right]\\
w_0 &= a\left[x_\infty x_0(x_2 + x_4 - x_1 - x_3) + x_1x_3(x_\infty + x_0 - x_2 - x_4) + x_2x_4(x_1 + x_3 - x_\infty - x_0)\right].
\end{aligned}$$

Les facteurs $u_k$, $v_k$, $w_k$ s'obtiennent en ajoutant aux indices des racines, puis suivant le module 5, le nombre $k$.

Lagrange et Vandermonde ont donné comme réduites de l'équation du sixième degré, des équations du quinzième degré et du dixième (*).

L'étude du P. Joubert, basée sur l'interprétation géométrique de l'invariant E, s'appuie, au fond, sur le premier mode de décomposition.

En effet, soit

$$\mathrm{U}_1 \equiv (a, b, c, d, e, f, g \between x, y)^6 = \left[(a_1, a_2, a_3 \between x, y)^2\right]\left[(b_1, b_2, b_3 \between x, y)^2\right]\left[(c_1, c_2, c_3 \between x, y)^2\right].$$

L'invariant le plus simple des trois formes du second ordre est

$$\delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

(*) Lagrange, *Traité de la résolution des équations numériques*, Note XIII, p. 259.



La réduction à zéro de cet invariant exprime que les six points représentés par ces trois formes sont en involution, ou que les six points représentés par la sextique sont en involution.

Mais, d'après la théorie de LAGRANGE, cette décomposition peut s'effectuer de quinze manières distinctes.

On obtient, par suite, quinze valeurs de l'invariant $\delta$. Si les points représentés par la sextique sont en involution, l'un de ces invariants s'annule : ceci conduit au mode de décomposition de E.

La seconde décomposition de $U_1$ nous mène également à une interprétation géométrique d'un invariant de $U_1$ et à son expression au moyen des $I_q$.

Soit encore

$$U_1 \equiv (a, b, c, d, e, f, g \between x, y)^6 = \left[(a_1, a_2, a_3, a_4 \between x, y)^3\right]\left[(b_1, b_2, b_3, b_4 \between x, y)^3\right].$$

L'invariant linéo-linéaire des deux formes du second membre est

$$I_1 = a_1 b_4 - 3a_2 b_3 + 3a_3 b_2 - a_4 b_1.$$

Si les deux groupes de points sont conjugués harmoniques, $I_1 = 0$.

Supposons que les racines de la première cubique soient $x_\infty$, $x_0$, $x_1$, celles de la seconde $x_2$, $x_3$, $x_4$.

La condition $I_1 = 0$, peut s'écrire

$$(\infty 2)(03)(14) + (\infty 3)(04)(12) + (\infty 4)(02)(13) = 0.$$

Soit

$$\begin{aligned} d_1 &= a\left[(\infty 2)(03)(14) + (\infty 3)(04)(12) + (\infty 4)(02)(13)\right] \\ &= a\left\{ x_\infty x_0 x_1 - \frac{1}{3}[x_\infty x_0 + x_0 x_1 + x_1 x_\infty][x_2 + x_3 + x_4] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3}[x_\infty + x_0 + x_1][x_2 x_3 + x_3 x_4 + x_4 x_2] - x_2 x_3 x_4 \right\}. \end{aligned}$$

On peut, comme nous l'avons vu, former dix quantités $d_1$.

Dans le groupe $d_1$, nous pouvons échanger les deux groupes de racines entre eux, et permuter les racines d'un groupe de toutes les manières possibles, ce qui nous donne $2.36 = 72$ permutations des racines.

Nous avons donc en tout $72 \times 10 = 720$ permutations, ce qui représente bien toutes les permutations des six racines. Par chacune de ces permutations le produit des dix facteurs $d$ conserve la même valeur et change tout au plus de signe.

Voyons quel sera l'effet d'une substitution telle que $(x_1 x_2)$. Cette transposition laisse invariables les quatre groupes où entre $x_1 x_2$ et change le signe des six autres.

Il en résulte que le produit est une fonction symétrique des racines et n'est autre chose qu'un invariant du dixième ordre de la forme proposée.

On a donc

$$\mathfrak{D} = a_{10} \Pi . d . \qquad (68)$$

ce qui est la relation à laquelle nous voulions parvenir.

La réduction à zéro de cet invariant exprime que les six points représentés par la forme sont conjugués harmoniques.

Nous venons de montrer que les quatre invariants A, $\mathfrak{D}$, $\Delta$, E s'expriment aisément au moyen des invariants $I_q$, ou, si l'on veut, au moyen des invariants $\mathfrak{I}$.

Nous ne poursuivrons pas plus loin, dans le travail actuel, ces considérations que nous espérons développer dans une étude plus spécialement affectée aux formes du sixième ordre.



# DESCRIPTION

DES

# ÉCHINIDES DU CALCAIRE GROSSIER DE MONS,

PAR

M. COTTEAU.

---

(Mémoire présenté à la Classe des sciences le 6 avril 1878.)

# DESCRIPTION

DES

# ÉCHINIDES DU CALCAIRE GROSSIER DE MONS.

## N° 1. — CIDARIS TOMBECKI, Desor, 1876.

(Fig. 1 à 5.)

**Cidaris Forchammeri** (pars), Agassiz et Desor, *Catal. rais. des Éch.*, p. 24, 1846.
— — Graves, *Essai sur la top. géognost. du Dép. de l'Oise*, p. 681, 1867.
— — d'Orbigny, *Prod. de Paléont. strat.*, t. II, p. 297, Ét. 23, n° 52, 1850.
— — Sorignet, *Oursin fossile de l'Eure*, p. 15, 1850.
— — Desor, *Synops. des Échin. foss*, p. 15, 1856.
— **Tombecki,** Desor, *Id.*, p. 16, 1856.
— **Forchammeri,** Dujardin et Hupé, *Hist. nat. des Zooph. Échinod.*, p. 482, 1862.
— **Tombecki,** Dujardin et Hupé, *Id.*, 1862.
— **Forchammeri** (pars), Cotteau, *Paléont. française*, terrain crétacé, t. VII, p. 324.

Quelques fragments de test et des radioles appartenant à cette espèce ont été rencontrés dans le calcaire grossier de Mons, et ne sauraient être distingués du test et des radioles qui caractérisent les calcaires pisolitiques de Laversine (Oise) et de Falaise près Montainville. Les plaques interambulacraires, les seules que nous ayons pu étudier, sont absolument identiques; les tubercules sont relativement très-gros, à base lisse, surmontés d'un mamelon saillant et toujours perforé. Les scrobicules sont médiocrement déprimés, circulaires et espacés au-dessus de l'ambitus, plus serrés et un peu subelliptiques, en se rapprochant du péristome, entourés de granules épais,



fortement développés, mamelonnés, espacés et formant un cercle scrobiculaire très-apparent. La zone miliaire, plus ou moins large, est toujours déprimée à la suture des plaques et garnie de granules irréguliers, aplatis, serrés, inégaux, d'autant plus petits qu'ils se rapprochent du bord des plaques.

Les radioles qu'on rencontre associés à ces plaques sont de leur côté tout à fait identiques à ceux du calcaire pisolitique de France : comme eux ils varient dans leur forme ; tantôt ils sont grêles, allongés, cylindriques, tantôt épais, soufflés, subglandiformes, quelquefois un peu acuminés au sommet, ou tronqués et formant une sorte de corolle. La tige est toujours garnie de granules arrondis, épineux ou subconiques, épars ou dispersés en séries longitudinales, d'autant plus régulières que les radioles sont plus allongés. L'espace intermédiaire est lisse ou finement chagriné. A une certaine distance de la collerette les granules s'atténuent et disparaissent. La collerette est médiocrement développée, finement striée et circonscrite par une ligne peu apparente. La tige dans quelques-uns des exemplaires paraît annelée de brun.

*Rapports et différences.* — Cette espèce a été l'objet d'une confusion que nous a signalée M. Munier Chalmas, et qu'il importe de faire cesser. En établissant, en 1846, dans le *Catalogue raisonné des Échinides*, le *C. Forchammeri,* M. Desor a réuni deux espèces distinctes : 1° celle qu'on rencontre dans le calcaire de Faxoë (Danemark), figurée par Hisinger et qui est un *Temnocidaris,* et 2° celle du calcaire pisolitique de Vigny, de Laversine, etc., qui n'est autre chose que le *Cidaris* qui nous occupe. Graves, d'Orbigny, Sorignet, Dujardin et nous-même, dans la *Paléontologie française,* nous avons adopté l'opinion de M. Desor et reproduit son erreur. Une série d'exemplaires, provenant de Faxoë, nous a été envoyée récemment et ne nous laisse aucun doute sur les différences qui existent entre les deux types. Le nom de *Forchammeri* doit nécessairement rester à l'espèce danoise que M. Desor avait principalement en vue, en renvoyant à la figure donnée par Hisinger. En 1856, dans le *Synopsis,* M. Desor avait désigné, sous le nom de *C. Tombecki,* un *Cidaris* de petite taille, du calcaire pisolitique de Meudon,

qui n'est certainement que le jeune âge de notre espèce et doit aujourd'hui lui donner son nom.

Le *C. Tombecki,* tel que nous le circonscrivons, sera toujours parfaitement caractérisé par ses aires ambulacraires étroites, flexueuses, déprimées, ses tubercules interambulacraires peu nombreux, largement développés et entourés d'un cercle scrobiculaire très-épais. Il se distingue également par ses radioles garnis de granules arrondis.

*Localités.* — Puits Coppée, cave Goffin près Mons; tranchée d'Hainin. Assez commun.

Collection Cornet.

*Autres localités.* — Laversine (Oise); Falaise près Montainville; Vigny; Meudon (Seine-et-Oise). Calcaire pisolitique.

Explication des figures. — Fig. 1, fragment du *C. Tombecki;* fig. 2, le même grossi; fig. 3, 4 et 5, radioles.

## N° 2. — CIDARIS DISTINCTA, Sorignet, 1850.

(Fig. 6 et 7.)

**Cidaris distincta,** Sorignet, *Oursin foss. de deux arrondiss. du Departem. de l'Eure*, p. 14, 1850.
— — Desor, *Synopsis des Échin. foss.*, p. 16, 1856.
— — Dujardin et Hupé, *Desc. des Zooph. Échinod.*, p. 482, 1862.
— — Cotteau, *Paléont. franç.*, terrain crétacé, t. VII, Échinides, p. 328, pl. MLXXIX, fig. 4-10, 1863.

Nous avons décrit et figuré avec détail, dans la *Paléontologie française,* le test de cette espèce signalée pour la première fois par M. Sorignet. Elle n'a point été rencontrée en Belgique; seulement M. Houzeau nous a communiqué un radiole, recueilli dans le puits Coppée et qui nous a paru se rapporter aux radioles attribués au *C. distincta.* Comme le type, il est de petite taille, allongé, très-grêle, cylindrique, pourvu d'épines rares, épaisses, fortes et longues, si l'on a égard à la ténuité du radiole, aiguës, obliques, inclinées vers le sommet de la tige qui, en outre, est partout recouverte de stries fines et longitudinales, visibles seulement à la loupe. Collerette assez élevée, striée,

limitée par une ligne distincte. Bouton fortement développé, plus épais que la tige; anneau saillant; facette articulaire munie d'un petit bourrelet, non crénelée.

Longueur, 6 à 7 millimètres; largeur, 1 millimètre.

*Rapports et différences.* — Les petits radioles attribués au *C. distincta* se distinguent de tous ceux que nous connaissons par leur tige très-grêle, pourvue de longues épines rares, acérées, obliques, leur collerette apparente, leur bouton très-développé et à facette articulaire lisse.

*Localité.* — Puits Coppée à Mons. Très-rare.
Collection de M. Houzeau.
*Autre localité.* — Falaise près Montainville (Seine-et-Oise). Rare.

Explication des figures. — Fig. 6, radiole du *C. distincta;* fig. 7, le même grossi.

## N° 3. — GONIOPYGUS MINOR, Sorignet, 1850.

(Fig. 8-18.)

**Goniopygus minor,** Sorignet, *Ours. foss. de deux arrondiss. du Départem. de l'Eure*, p. 23, 1850.
— — Desor, *Synopsis des Échin. foss.* Supplément, p. 450, 1858.
— — Dujardin et Hupé, *Hist. nat. des Zooph. Échinod.*, p. 509, 1862.
— — Cotteau, *Paléont. franç.*, terrain crétacé, t. VII, p. 756, pl. MCLXXXIV, fig. 7-16, 1865.

Espèce de petite taille, circulaire, déprimée en dessus et en dessous. Zones parfois subonduleuses, composées de pores petits, espacés, se multipliant un peu autour du péristome. Aires ambulacraires étroites à la partie supérieure, légèrement renflées, garnies de deux rangées de tubercules saillants, mamelonnés, dont les scrobicules se touchent par la base et par le milieu et ne laissent la place à aucune verrue intermédiaire. Aires interambulacraires pourvues de deux rangées de tubercules plus gros, plus saillants et plus coniques, notamment au-dessus de l'ambitus, que ceux qui occupent les aires ambulacraires. Granules intermédiaires presque nuls. Les plaques coronales sont renflées et marquées de sutures nettement accusées. Péristome grand,



subcirculaire, s'ouvrant à fleur du test, médiocrement entaillé. Périprocte subelliptique, présentant sur les bords un aspect subtriangulaire. Appareil apical bombé, largement développé, couvrant une partie de la face supérieure, lisse, anguleuse au pourtour. Plaques génitales heptagonales, à fines sutures, perforées à leur extrémité externe; trois d'entre elles offrent, sur le bord interne, une dépression au milieu de laquelle s'élève un petit mamelon.

Hauteur, 4 millimètres; diamètre, 7 millimètres.

Radioles allongés, épais, subcylindriques, quelquefois un peu comprimés, surtout vers l'extrémité, marqués sur toute la tige de petites carènes longitudinales, rapprochées les unes des autres, très-régulièrement espacées et descendant jusqu'à la collerette. La tige paraît lisse et présente deux ou trois larges bandes brunes : collerette assez haute, limitée par une ligne distincte. Chez quelques exemplaires, les petites carènes reparaissent atténuées sur la collerette et descendent jusqu'à l'anneau. Bouton médiocrement développé; anneau saillant, crénelé; facette articulaire lisse. Ces radioles n'ont point été rencontrés adhérant au test du *Goniopygus minor,* mais il n'est point douteux qu'ils ne lui appartiennent, car ils présentent parfaitement les caractères des radioles des *Goniopygus,* et le *Goniopygus minor* est la seule espèce du genre qu'on rencontre dans cette couche.

*Rapports et différences.* — Le *Goniopygus minor* sera toujours reconnaissable à sa taille très-petite, à sa forme déprimée, à ses tubercules saillants, subconiques, dépourvus de granules, à son périprocte subtriangulaire, à son appareil apical très-étendu, lisse, muni de fines sutures, à ses radioles allongés, subcomprimés, annelés de blanc et de brun, munis de petites carènes longitudinales, régulières, atténuées sur la collerette qui est longue et distincte.

*Localités.* — Tranchée d'Hainin, puits Coppée. Rare.
Collections de MM. Cornet et Houzeau.
*Autres localités.* — Montainville, Meudon (Seine-et-Oise).

Explication des figures. — Fig. 8, *Goniopygus minor,* vu de côté; fig. 9, face supérieure;



fig. 10, face inférieure; figure 11, face supérieure grossie; fig. 12, individu très-jeune vu de côté; fig. 13, face supérieure; fig. 14, face inférieure; fig. 15, face supérieure grossie; fig. 16, radiole; fig. 17, autre radiole; fig. 18, radiole grossi.

## N° 4. — CASSIDULUS ELONGATUS, d'Orbigny, 1855.

(Fig. 19-22.)

**Cassidulus elongatus**, d'Orbigny, *Paléontologie française*, terrain crétacé, t. VI, p. 328, pl. DCCCCXXVI, fig. 1-5, 1855.
— — Desor, *Synopsis des Échin. foss.*, p. 290, 1857.
— — Binkhorst, *Esquisse géol. et paleont. des couches crétacées du Limbourg*, p. 121, 1859.
— — Dujardin et Hupé, *Hist. nat. des Zooph. Échinod.*, p. 582, 1862.
— — Cotteau, *Note sur les Échin. crétacés de la province du Hainaut*, Bull. Soc. géol. de France. 3e sér, t. II, p. 653, 1874.

Espèce de taille moyenne, oblongue, arrondie en avant, tronquée et subrostrée en arrière; face supérieure uniformément bombée, un peu renflée dans la région postérieure; face inférieure plane, très-légèrement évidée dans le sens du diamètre antéro-postérieure; face postérieure tronquée, obliquement déclive. Sommet apical excentrique en avant. Airs ambulacraires pétaloïdes, à fleur du test, très-resserrées à leur extrémité, inégales, l'aire antérieure plus longue que les autres. Zones porifères larges, formées de pores inégaux, les internes étroits, allongés, obliques, les externes arrondis, subvirgulaires. Tubercules petits, serrés, finement scrobiculés et homogènes sur toute la face supérieure, plus gros, plus inégaux et beaucoup plus largement scrobiculés à la face inférieure, surtout aux approches du floscelle. Péristome excentrique en avant, subpentagonal, entouré d'un floscelle très-apparent. Périprocte situé au sommet de la face postérieure à la partie supérieure d'un sillon très-atténué et qui échancre très-légèrement l'ambitus.

Hauteur, 10 millimètres; diamètre antéro-postérieur, 21 millimètres; diamètre transversal, 16 millimètres.

*Rapports et différences.* — Cette espèce paraît avoir été confondue dans l'origine avec le *C. lapis-cancri*. Ainsi que l'a reconnu d'Orbigny, elle en diffère essentiellement par sa taille plus forte, plus allongée, plus ovale, sa face supérieure plus élevée, plus uniformément bombée, sa face postérieure

moins amincie. Ce sont deux types tout à fait distincts, séparés par d'Orbigny et que tous les auteurs ont adoptés depuis. Le *Cassidulus elongatus* est une espèce essentiellement crétacée, et qui n'est pas très-rare dans la craie de Ciply. Les exemplaires recueillis par MM. Cornet et Houzeau, notamment celui qui appartient à M. Cornet et que nous avons fait figurer, présente parfaitement les caractères des échantillons crétacés, et on ne saurait hésiter à les y réunir.

L'espèce qui nous occupe est voisine du *Cassidulus Sorigneti,* Michelin, du calcaire pisolitique de Montainville, mais cette dernière espèce est plus grande, moins uniformément renflée, plus échancrée et plus amincie en arrière.

M. Hebert nous a communiqué deux exemplaires de *Cassidulus,* recueillis à Meudon dans le calcaire pisolitique du Moulineux; ils sont extrêmement voisins de l'espèce crétacée que nous venons de décrire; ils paraissent cependant s'en distinguer par leur forme plus large et plus élevée en arrière, leur périprocte plus étroit et plus aigu à sa partie supérieure, la face postérieure un peu plus échancrée, et provisoirement nous leur conservons le nom de *Bervillei* sous lequel ils nous ont été communiqués.

*Localités.* — Puits Coppée. Rare.

Collections de MM. Cornet et Houzeau.

*Autres localités.* — Ciply (Belgique); Maestricht (Hollande), terrain crétacé supérieur.

Explication des figures. — Fig. 19, *Cassidulus elongatus*, de la collection de M. Cornet, vu de côté; fig. 20, face supérieure; fig. 21, face inférieure; fig. 22, péristome et floscelle grossis.

### N° 5. — ECHINANTHUS CORNETI, Cotteau, 1878.

(Fig. 23-26.)

Espèce de taille moyenne, subcirculaire un peu plus longue que large, arrondie en avant, élargie et un peu subacuminée en arrière; face supérieure légèrement renflée dans la région antérieure, subdéclive en arrière,





arrondie sur les bords; face inférieure subpulvinée, un peu évidée en avant, tout à fait plane en arrière. Sommet ambulacraire très-excentrique en avant. Aires ambulacraires pétaloïdes, un peu renflées, très-étroites, se rétrécissant à leur extrémité, inégales, les deux postérieures beaucoup plus larges que les autres. Zones porifères un peu déprimées et cessant d'être pétaloïdes à une assez grande distance du bord. Péristome excentrique en avant; périprocte petit, acuminé au sommet, s'ouvrant un peu au-dessus du bord, à la partie supérieure d'un canal qui s'atténue et s'évase en se rapprochant du bord.

Hauteur, 25 millimètres; diamètre antéro-postérieur, 53 millimètres; diamètre transversal, 50 millimètres.

*Rapports et différences.* — Cette espèce appartient bien certainement au genre *Echinanthus;* elle se distingue nettement de ses congénères par sa face supérieure renflée en avant, subdéclive en arrière, sa face inférieure subpulvinée et très-plane dans la région postérieure, son sommet très-excentrique en avant, ses aires ambulacraires étroites, légèrement renflées, inégales.

*Localité.* — Puits Coppée (Mons). Rare.
Collections de MM. Cornet et Houzeau.

Explication des figures. — Fig. 23, *Echinanthus Corneti,* vu de côté; fig. 24, face supérieure; fig. 25, face inférieure; fig. 26, région anale.

### N° 6. — LINTHIA HOUZEAUI, Cotteau, 1878.

(Fig. 27-29.)

Espèce de taille moyenne, allongée, échancrée en avant, subacuminée et tronquée en arrière; face supérieure haute, renflée, subcarénée dans la région postérieure; face inférieure plane, légèrement bombée sur l'aire interambulacraire postérieure, déprimée autour du péristome. Sommet apical excentrique en avant. Sillon antérieur large, évasé, entamant profondément l'ambitus, subcaréné sur les bords. Aire ambulacraire impaire différente des autres, composée de pores simples, obliques, d'autant plus espacés qu'ils



s'éloignent davantage du sommet. Aires ambulacraires paires pétaloïdes, excavées, subflexueuses, les antérieures un peu plus longues que les autres et très-divergentes, les postérieures plus rapprochées et formant un angle presque aigu. Zones porifères à peu près de même largeur que l'intervalle qui les sépare, composées de pores inégaux, unis par un sillon, les externes allongés, obliques, les internes plus petits et arrondis. Tubercules abondants, inégaux, épars, serrés à la face supérieure, plus gros et plus espacés sur le bord du sillon antérieur et sur toute la face inférieure. Péristome excentrique en avant, semi-circulaire, muni d'une larve saillante. Périprocte s'ouvrant au sommet de la face postérieure. Fascioles péripétale et latérale peu visibles dans l'échantillon unique et assez mal conservé que nous avons sous les yeux.

Hauteur, 18 millimètres; diamètre antéro-postérieur, 27 millimètres; diamètre transversal, 25 millimètres.

*Rapports et différences.* — Il ne nous a pas été possible de rapporter cette espèce à aucune de celles que nous connaissons; elle est voisine assurément du *Linthia* (*Periaster*) *Raulini*, Cotteau, de la Gironde; elle s'en distingue certainement par sa face supérieure moins renflée et moins sensiblement carénée en arrière, son sillon antérieur encore plus large, ses aires ambulacraires antérieures paires relativement moins longues, sa face inférieure un peu moins bombée.

*Localité.* — Puits Coppée. Très-rare.
Collection de M. Houzeau.

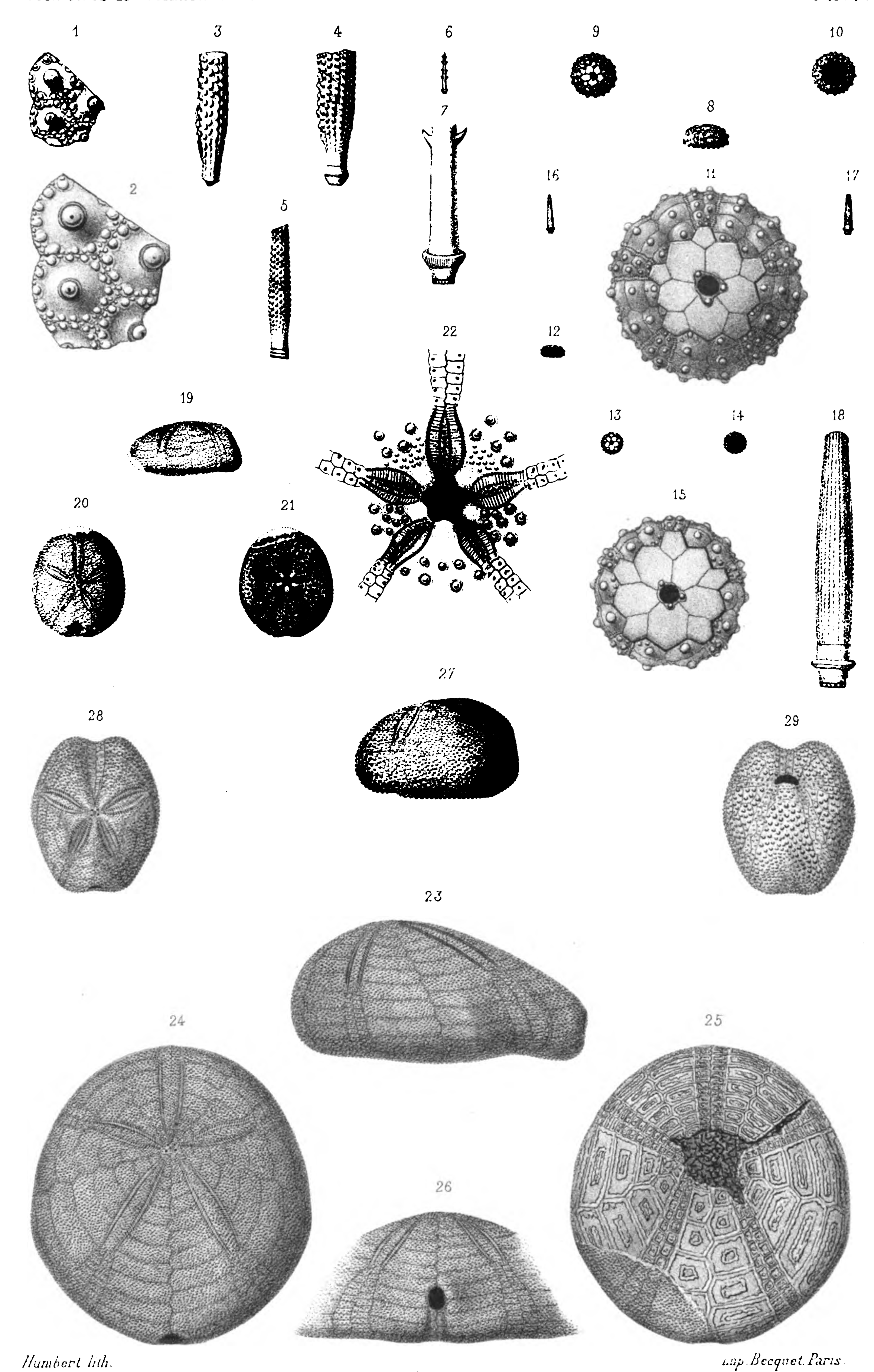
Explication des figures. — Fig. 27, *Linthia Houzeaui*, vu de côté; fig. 28, face supérieure; fig 29, face inférieure.

---



## CONSIDÉRATIONS PALÉONTOLOGIQUES.

Six espèces d'Échinides ont été recueillies dans le calcaire grossier de Mons. Trois d'entre elles *Cidaris Tombecki, C. distincta* et *Goniopygus minor,* avaient déjà été signalées dans le calcaire pisolitique de France. Une espèce, *Cassidulus elongatus,* bien que très-voisine du *Cas. Bervillei* du calcaire pisolitique de Meudon, nous a paru s'en distinguer, et devoir être réunie à une espèce considérée jusqu'ici comme propre au terrain crétacé supérieur de Belgique et de Hollande. Les deux dernières espèces, *Echinanthus Corneti* et *Linthia Houzeaui,* sont nouvelles et appartiennent à des genres presque exclusivement tertiaires.




Humbert lith. Imp. Becquet. Paris.

Fig. 1 à 5. Cidaris Tombecki, Desor.
6 et 7. C.——— distincta, Sorignet.
8 à 18. Goniopygus minor, Sorignet.

Fig. 19 à 22. Cassidulus elongatus, d'Orbigny.
23 à 26. Echinanthus Cornetí, Cotteau.
27 à 29. Linthia Houzeaui, Cotteau.

# MOUVEMENTS

RELATIFS DE

# TOUS LES ASTRES DU SYSTÈME SOLAIRE

CHAQUE ASTRE ÉTANT CONSIDÉRÉ INDIVIDUELLEMENT;

PAR

M. SOUILLART,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE.

---

(Présenté à la Classe des sciences de l'Académie le 6 mai 1879.)

# MOUVEMENTS

RELATIFS DE

# TOUS LES ASTRES DU SYSTÈME SOLAIRE

CHAQUE ASTRE ÉTANT CONSIDÉRÉ INDIVIDUELLEMENT.

Afin de rendre praticable l'étude des divers mouvements dont sont animés, les uns par rapport aux autres, les astres qui forment le système solaire, les géomètres ont commencé par décomposer la difficulté, en profitant pour cela des particularités que présente la constitution de ce système. En premier lieu, non-seulement chaque corps céleste a été confondu avec un simple point, mais encore on a regardé le système d'une planète et de ses satellites comme réduit lui-même à un point unique, son centre de gravité; on a alors déterminé les mouvements de révolution de ces divers points autour du soleil. Considérant ensuite chacun des systèmes secondaires, on y a étudié successivement le mouvement de la planète par rapport au centre de gravité du système, ceux des satellites autour de la planète, et la rotation de chacun de ces corps autour de son propre centre de gravité. C'est seulement pour la solution de ces dernières questions qu'il a fallu avoir égard aux actions individuelles des planètes et de leurs satellites, ainsi qu'à la figure de ces divers astres.

Il n'est pas sans intérêt, au point de vue analytique, d'envisager le problème dans toute sa complication, et d'embrasser dans une même recherche l'ensemble des mouvements, tant de rotation que de translation, de tous ces astres à la fois, considérés individuellement. On devra, pour cela, tenir compte immédiatement de leur figure et de l'action que chacun d'eux exerce sur tous les autres. Si on les regarde comme des corps solides, le mouvement de l'un d'eux, M, s'obtiendra, comme on le sait, en étudiant le dépla-

cement de son centre de gravité et sa rotation autour de ce point considéré comme fixe. Pour former les équations qui régissent ces deux mouvements, il faut savoir exprimer 1° les composantes, parallèles à trois axes coordonnés, de toutes les forces qui agissent sur les divers points de M; 2° les moments de ces mêmes forces par rapport à trois axes, parallèles aux premiers, menés par le centre de gravité.

Ces forces sont les attractions exercées sur les diverses molécules de M par chacune des molécules des autres corps; on sait que, si M′ est l'un de ceux-ci, les sommes de composantes et de moments qu'il fournit peuvent s'exprimer par les dérivées partielles d'une même fonction qui se nomme le *potentiel des deux masses* M *et* M′.

Nous aurons, tout d'abord, à donner l'expression approchée de cette fonction : il suffira, ensuite, de considérer successivement l'action exercée sur chaque corps par chacun des autres, pour obtenir, entre les nombreuses inconnues de la question, un système unique d'équations différentielles simultanées du second ordre, en nombre égal à celui de ces inconnues.

On en déduit un système unique d'équations différentielles du premier ordre, déterminant à la fois les perturbations des divers mouvements elliptiques que la première approximation attribue à chacun de ces astres, autour du soleil pour les uns, autour de planètes pour les autres, et les perturbations des mouvements de rotation de ces différents corps.

Les fonctions perturbatrices, de diverses espèces, que l'on est conduit à considérer ici sont, pour la plupart, beaucoup plus compliquées que celles que l'on rencontre habituellement en mécanique céleste.

Par exemple, outre l'expression connue

$$(1-\alpha e^{ix})^{-s}(1-\alpha e^{-ix})^{-s},$$

on doit développer l'expression plus générale

$$(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})^{-s}(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy})^{-s},$$

et même la suivante

$$(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy}-\gamma e^{iz})^{-s}(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy}-\gamma e^{-iz})^{-s}.$$



Les coefficients de ces deux derniers développements jouissent de nombreuses propriétés algébriques, analogues à celles que l'on connaît pour les coefficients du premier : nous en indiquerons quelques-unes.

On sait quel degré d'approximation comportent les équations par lesquelles on détermine, dans le procédé ordinaire, les mouvements de révolution des planètes. Au lieu de supposer transportées au centre de gravité du système matériel qui constitue soit une planète, soit l'ensemble d'une planète et de ses satellites, toutes les forces provenant de l'attraction des points extérieurs sur les divers points du système, on remplace ces forces par les attractions que les mêmes points extérieurs exerceraient sur ce centre de gravité, s'il était un point réel. Cette première simplification fait négliger, dans les équations, des termes très-petits par rapport à ceux que l'on conserve, et qui sont une fraction de ceux-ci, du même ordre de grandeur que *le carré du rapport des dimensions du système, à la distance qui sépare son centre de gravité et les points attirants extérieurs.*

L'erreur est encore beaucoup moindre que cette limite quand le système dont il s'agit est formé d'un corps unique, lequel diffère toujours très-peu d'un sphéroïde de révolution : car les termes négligés contiennent tous un facteur égal à l'aplatissement de ce sphéroïde, facteur qui n'entre pas dans les plus considérables des termes conservés.

Dans l'évaluation des nouvelles forces, on opère encore une grande simplification en considérant simultanément ceux des points extérieurs qui sont groupés pour former soit une planète isolée, soit une planète accompagnée de satellites, et les remplaçant par leur centre de gravité, dans lequel on suppose toutes leurs masses réunies : la nouvelle erreur que l'on commet ainsi est du même ordre que la précédente.

Dans le mode de calcul que nous indiquons, le degré d'approximation des équations n'est pas limité *a priori :* il dépend de l'ordre des termes auxquels on s'arrête dans le développement des divers potentiels. Nous pousserons ce développement assez loin pour que l'approximation dépasse celle du procédé ordinaire : on pourrait donc ainsi, du moins théoriquement parlant, juger du degré d'approximation que comporte celui-ci.

D'un autre côté, quand on saura former les équations du mouvement relatif



de l'un quelconque des corps du système planétaire, en ayant égard aux actions individuelles de chacun des autres, on aura par là le moyen d'apprécier, dans chaque théorie particulière, l'erreur que l'on commet en négligeant certaines influences, celle que l'on commet, par exemple, dans la théorie des satellites de Jupiter, en négligeant l'action directe de Saturne sur ces satellites.

Enfin la considération du système unique d'équations différentielles qui régit tous les mouvements intérieurs du système planétaire, pourra conduire à quelques remarques intéressantes au point de vue de la théorie : par exemple, nous en déduirons cette proposition, qui nous a été fort utile (dans une *Théorie analytique des satellites de Jupiter*, que nous comptons publier prochainement), et dont la démonstration est l'objet principal du présent travail :

Si l'on néglige les termes qui seraient du troisième degré par rapport aux excentricités et aux inclinaisons, *les déplacements séculaires des plans des orbites et des équateurs de tous les astres qui composent le système solaire, dépendent d'un système d'équations différentielles linéaires, tout pareil à celui que l'on obtient habituellement pour déterminer les déplacements séculaires des plans des orbites planétaires.*

Il arrive, d'ailleurs, et nous le constaterons dans cette question, que le système unique d'équations différentielles se partage de lui-même, à cause des valeurs numériques très-inégales des coefficients, en groupes plus ou moins indépendants, qui correspondent en partie à la décomposition indiquée plus haut.

## § I.

### POTENTIEL DE DEUX MASSES.

1. Considérons deux corps solides quelconques, M et M′, qui s'attirent suivant la loi newtonienne. Soient $dm$ un élément de masse du premier, ayant pour coordonnées $x$, $y$, $z$ par rapport à trois axes fixes donnés, et $dm'$ un élément de masse du second, ayant pour coordonnées $x'$, $y'$, $z'$ ; si nous appelons $r$ la distance de ces deux éléments, leur attraction mutuelle sera $\frac{f dm . dm'}{r^2}$, $f$ étant la constante habituelle.

Ayant égard seulement aux forces qui agissent sur les divers points de M, supposons qu'on les transporte toutes, parallèlement à elles-mêmes, en un point quelconque O $(x_0, y_0, z_0)$ de ce corps : on obtiendra une force unique et un couple. Désignons par A, B, C les composantes de la résultante de translation, et par L, M, N les projections de l'axe du couple : nous aurons les formules

$$A = f\iint dm\,dm' \frac{x'-x}{r^3}, \quad L = f\iint dm\,dm' \frac{(z'-z)(y-y_0)-(y'-y)(z-z_0)}{r^3},$$

$$B = f\iint dm\,dm' \frac{y'-y}{r^3}, \quad M = f\iint dm\,dm' \frac{(x'-x)(z-z_0)-(z'-z)(x-x_0)}{r^3},$$

$$C = f\iint dm\,dm' \frac{z'-z}{r^3}, \quad N = f\iint dm\,dm' \frac{(y'-y)(x-x_0)-(x'-x)(y-y_0)}{r^3},$$

dans chacune desquelles les intégrations doivent s'étendre à tous les éléments des deux masses M et M'.

Les six intégrales qui précèdent peuvent s'exprimer toutes au moyen des dérivées partielles de l'intégrale unique

$$V = \iint \frac{dm\,dm'}{r},$$

laquelle se nomme *le potentiel des deux masses* M, M'.

Cette propriété, peu connue en France, se trouve dans les ouvrages classiques allemands (voir Schell, *Theorie der Bewegung und der Kräfte*, p. 713). Pour l'établir, il suffit d'évaluer de deux manières différentes *la somme des travaux virtuels de toutes les forces qui agissent sur le corps* M, *correspondants à un déplacement virtuel que l'on suppose attribué à ce corps seulement.*

Si l'on désigne par la caractéristique $\delta$ les variations résultant de ce déplacement, le travail virtuel de la force d'attraction exercée par l'élément $dm'$ sur l'élément $dm$ est égal à

$$-f\frac{dm\,dm'}{r^2}\delta r = f\,dm\,dm'\delta\left(\frac{1}{r}\right):$$

la somme de tous ces travaux sera

$$f\iint dm\,dm'\delta\left(\frac{1}{r}\right) = f\delta.\iint \frac{dm\,dm'}{r},$$

c'est-à-dire $f\delta V$.



La fonction V ne dépend évidemment que des dimensions des corps M et M', de la distribution de la masse à l'intérieur de chacun d'eux, et de la position relative qu'ils occupent l'un par rapport à l'autre.

La position absolue du corps M dans l'espace peut être déterminé au moyen des coordonnées $x_0$, $y_0$, $z_0$ du point particulier O qu'on a choisi, et de trois angles $\varphi$, $\psi$, $\theta$, plus ou moins analogues aux angles d'*Euler*, qui définissent l'orientation, par rapport aux axes fixes, de trois axes mobiles menés par le point O et fixes dans le corps ; les coordonnées $x$, $y$, $z$ du point $dm$ s'exprimeront alors en fonction des six quantités variables $x_0$, $y_0$, $z_0$, $\varphi$, $\psi$, $\theta$, et de quantités constantes. Pareillement, les coordonnées $x'$, $y'$, $z'$ du point $dm'$ s'exprimeront au moyen de six variables analogues, savoir : les coordonnées $x'_0$, $y'_0$, $z'_0$ d'un point O' de M', et trois angles $\varphi'$, $\psi'$, $\theta'$. Le potentiel V sera une fonction de ces douze variables, dans laquelle les coordonnées entreront par leurs différences $x'_0 - x_0$, $y'_0 - y_0$, $z'_0 - z_0$, et les angles d'une manière plus compliquée. La variation de ce potentiel, correspondant à un déplacement virtuel de M seul, sera donc

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \delta V = \frac{dV}{dx_0}\delta x_0 + \frac{dV}{dy_0}\delta y_0 + \frac{dV}{dz_0}\delta z_0 + \frac{dV}{d\varphi}\delta\varphi + \frac{dV}{d\psi}\delta\psi + \frac{dV}{d\theta}\delta\theta;$$

et cette expression, multipliée par $f$, représentera la somme des travaux virtuels qu'on veut évaluer.

D'un autre côté, le déplacement virtuel du corps M peut être remplacé par une translation élémentaire, égale au déplacement du point O, et une rotation élémentaire autour d'un axe passant par ce même point. Cette rotation peut se décomposer en trois autres ayant lieu autour d'axes menés par le point O, parallèlement aux axes fixes ; et l'on peut supposer les angles $\varphi$, $\psi$, $\theta$ choisis de telle manière que ces trois rotations soient respectivement $\delta\varphi$, $\delta\psi$, $\delta\theta$. Les formules qui donnent les variations des coordonnées $x$, $y$, $z$ seront alors, si l'on pose $x = x_0 + x_1$, $y = y_0 + y_1$, $z = z_0 + z_1$ :

$$\delta x = \delta x_0 + z_1\delta\psi - y_1\delta\theta,$$
$$\delta y = \delta y_0 + x_1\delta\theta - z_1\delta\varphi,$$
$$\delta z = \delta z_0 + y_1\delta\varphi - x_1\delta\psi.$$



D'après cela, la somme des travaux virtuels prendra, au moyen de la formule usuelle $\sum(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)$, la nouvelle forme

$$\delta x_0 \Sigma X + \delta y_0 \Sigma Y + \delta z_0 \Sigma Z + \delta\varphi \quad \Sigma(Zy_1 - Yz_1) + \delta\psi \quad \Sigma(Xz_1 - Zx_1) + \delta\varphi \quad \Sigma(Yx_1 - Xy_1),$$

ou bien

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad A\delta x_0 + B\delta y_0 + C\delta z_0 + L\delta\varphi + M\delta\psi + N\delta\theta$$

La comparaison des exprsssions (1) et (2) donne les formules cherchées :

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad A = f\frac{dV}{dx_0}, \quad B = f\frac{dV}{dy_0}, \quad C = f\frac{dV}{dz_0};$$

$$(4) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad L = f\frac{dV}{d\varphi}, \quad M = f\frac{dV}{d\psi}, \quad N = f\frac{dV}{d\theta}.$$

D'après la manière dont les coordonnées $x_0$, $y_0$, $z_0$, $x'_0$, $y'_0$, $z'_0$ entrent dans la fonction V, les valeurs des composantes A, B, C peuvent aussi s'écrire

$$(5) \quad \ldots\ldots\ldots \quad A = -f\frac{dV}{dx'_0}, \quad B = -f\frac{dV}{dy'_0}, \quad C = -f\frac{dV}{dz'_0}$$

Si l'on considère, de même, les forces dues à l'attraction de M, appliquées aux différents points de M', et qu'on les réduise aussi à une force et à un couple, en prenant le point O' pour centre de réduction, les composantes A', B', C' de la résultante de translation seront, pareillement :

$$A' = f\frac{dV}{dx'_0}, \quad B' = f\frac{dV}{dy'_0}, \quad C' = f\frac{dV}{dz'_0};$$

c'est-à-dire qu'elles seront égales et de signes contraires à A, B, C, comme cela doit être; les projections L', M', N' de l'axe du couple seront, de même :

$$L' = f\frac{dV}{d\varphi'}, \quad M' = f\frac{dV}{d\psi'}, \quad N' = f\frac{dV}{d\theta'};$$

mais elles ne deviennent égales à — L, — M, — N que dans les cas parti-

culiers où les points O, O′ coïncident, ou sont situés sur une même parallèle à l'axe central commun des deux systèmes de forces.

Dans ce qui précède, les coordonnées $x_0$, $y_0$, $z_0$, $x'_0$, $y'_0$, $z'_0$ des points O, O′ sont supposées rapportées à des axes fixes; mais les formules des composantes resteront les mêmes si les axes coordonnés sont mobiles, pourvu qu'ils conservent une direction constante; en effet, les coordonnées nouvelles n'entreront encore, dans la fonction V, que par leurs différences, en sorte que les coordonnées de l'origine mobile n'apparaîtront pas.

Dans le cas particulier où l'origine mobile serait l'un des deux points O, O′, par exemple le point O, les expressions de A, B, C se tireraient des formules (5).

Jusqu'ici, les points O et O′ ont été supposés quelconques; mais, dans l'application, on prendra toujours les centres de gravité des deux corps; de même, au lieu d'axes rectangulaires quelconques, menés par ces points, on prendra, dans chaque corps, les axes d'inertie principaux correspondants.

Le potentiel V est donné primitivement par une intégrale sextuple, mais on peut, au moyen d'un développement en série, le ramener à des intégrales plus simples; un grand nombre de celles-ci seront nulles, comme nous allons le voir, grâce au choix d'origines et d'axes que nous venons d'indiquer.

2. L'expression $V = \iint \frac{dm\,dm'}{r}$ devant s'étendre à tous les éléments de M et de M′, considérons d'abord l'intégrale $U = \int \frac{dm}{r}$, étendue à tous les éléments de M, c'est-à-dire *le potentiel du point* dm′ *relativement au corps* M; on aura ensuite $V = \int U dm'$, les nouvelles intégrations se rapportant aux limites du corps M′.

Soient $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ les trois axes rectangulaires que nous supposons menés dans le corps M, par le point choisi O, et fixes dans ce corps; soient

$\xi$, $\eta$, $\zeta$ les coordonnées du point $dm$, relatives à ces axes;
$u$ et $\Delta$ les distances respectives du point O aux points $dm$, $dm'$;
$\lambda$, $\mu$, $\nu$ les angles que la droite $(O, dm')$ fait avec les mêmes axes;
$p$ la projection de $u$ sur cette dernière droite.

On aura

$$r^2 = \Delta^2 - 2p\Delta + u^2;$$



les auxiliaires $p$ et $u$, qui sont du même ordre de grandeur, étant exprimées par les formules

$$p = \xi \cos\lambda + \eta \cos\mu + \zeta \cos\nu, \quad u^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2.$$

Par suite,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\Delta}\left(1 - \frac{2p}{\Delta} + \frac{u^2}{\Delta^2}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

ce qu'on peut écrire

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\Delta}\left(1 + \frac{p}{\Delta} + \frac{1}{2}\,\frac{3p^2 - u^2}{\Delta^2} + \frac{1}{2}\,\frac{5p^3 - 3pu^2}{\Delta^3}\right),$$

si l'on convient de négliger $\left(\frac{p}{\Delta}\right)^4$ dans le coefficient de $\frac{1}{\Delta}$, c'est-à-dire si l'on consent à commettre une *erreur relative, à peu près égale à la quatrième puissance de la parallaxe du point* dm' *pour le corps* M.

On aura alors

$$U = \frac{M}{\Delta} + \frac{1}{\Delta^2}\int p\,dm + \frac{1}{2\Delta^3}\int (3p^2 - u^2)\,dm + \frac{1}{2\Delta^4}\int p(5p^2 - 3u^2)\,dm.$$

Si O est le centre de gravité de M, on aura $\int p\,dm = 0$. Supposons, de plus, que $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ soient les axes principaux d'inertie du corps M pour le point O, en sorte qu'on ait

$$\int \eta\zeta\,dm = 0, \quad \int \zeta\xi\,dm = 0, \quad \int \xi\eta\,dm = 0;$$

il viendra

$$\begin{aligned}\int dm(3p^2 - u^2) &= 3\left(\cos^2\lambda \int \xi^2 dm + \cos^2\mu \int \eta^2 dm + \cos^2\nu \int \zeta^2 dm\right) - \int dm(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\\ &= A + B + C - 3(A\cos^2\lambda + B\cos^2\mu + C\cos^2\nu);\end{aligned}$$

A, B, C désignant les moments d'inertie principaux de M, relatifs à son centre de gravité.

Enfin on peut admettre encore, ce qui est au moins très-approché quand il s'agit des corps célestes, que les plans coordonnés actuels soient, pour le corps M, des plans de symétrie : cette hypothèse fera disparaître le dernier terme de U. On aura, en effet,

$$\int p(5p^2 - 3u^2)\,dm = \int dm(\xi\cos\lambda + \eta\cos\mu + \zeta\cos\nu)\left[5(\xi\cos\lambda + \eta\cos\mu + \cos\nu)^2 - 3(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\right],$$



et le second membre se réduit à zéro, puisque chaque terme contient l'une des quantités nulles

$$\int \xi^3 dm, \quad \int \xi^2 \eta\, dm, \quad \int \xi^2 \zeta\, dm, \quad \int \xi\eta\zeta\, dm, \quad \text{etc.}$$

L'expression du potentiel U, au degré d'approximation indiqué plus haut, se réduit donc à la formule simple

$$(6) \quad . \ . \ . \ . \ . \quad U = \frac{M}{\Delta} + \frac{A + B + C - 3(A\cos^2\lambda + B\cos^2\mu + C\cos^2\nu)}{2\Delta^3}$$

Avant d'aller plus loin, observons qu'on peut donner à cette expression la forme que Laplace obtient (*Mécanique céleste*, liv. III, n° 32) pour le même potentiel, dans l'hypothèse où le corps M est un sphéroïde recouvert par un fluide en équilibre.

Posons

$$A = C - \varepsilon, \quad B = C - \varepsilon_1;$$

et désignons par $\varpi$ la longitude du point $dm'$, comptée à partir de $O\xi$ dans le plan $\xi\eta$, en sorte qu'on ait

$$\cos\lambda = \sin\nu\cos\varpi, \quad \cos\mu = \sin\nu\sin\varpi;$$

la valeur de U pourra s'écrire

$$U = \frac{M}{\Delta} + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon + \varepsilon_1}{\Delta^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\nu\right) + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\Delta^3}\sin^2\nu\cos 2\varpi,$$

ce qui est la forme en question.

**3.** L'expression $\quad A\cos^2\lambda + B\cos^2\mu + C\cos^2\nu$

représente le moment d'inertie de la masse M, par rapport à la droite qui joint le point $dm'$ au centre de gravité O. Si nous désignons ce moment par la lettre $I_1$, la valeur (6) de U s'écrira, plus simplement,

$$U = \frac{M}{\Delta} + \frac{A + B + C - 3I_1}{2\Delta^3}.$$

Pour obtenir le potentiel des deux masses, il faut multiplier cette expression par $dm'$, et intégrer dans toute l'étendue de la masse M'; on aura

$$V = M\int \frac{dm'}{\Delta} + \frac{1}{2}\int \frac{A + B + C - 3I_1}{\Delta_3}\,dm'.$$

Si l'on convient de placer le point O' au centre de gravité de M', et si l'on appelle A', B', C' les moments principaux d'inertie de M', relatifs à ce point; I' son moment par rapport à la droite OO'; et R la distance OO'; la quantité $M\int \frac{dm'}{\Delta}$ donnera, comme dans le numéro précédent, l'expression

$$M\left(\frac{M'}{R} + \frac{A' + B' + C' - 3I'}{2R^3}\right),$$

l'erreur relative étant du même ordre que *la quatrième puissance de la parallaxe de* M *pour* M'.

Il reste à évaluer le terme

$$\frac{1}{2}\int \frac{A + B + C - 3I_1}{\Delta^3}\,dm'.$$

Celui-ci n'étant qu'une fraction du terme principal $\frac{MM'}{R}$, à peu près égale *au carré de la parallaxe de* M' *pour* M, il suffira, pour conserver le même degré d'approximation, de le calculer avec une erreur relative de même ordre que *le carré de la parallaxe de* M *pour* M', en admettant que ces deux parallaxes soient comparables; nous y conserverons cependant, par un motif qui sera indiqué plus loin (n° 4), le carré de cette dernière parallaxe.

Considérons le système d'axes coordonnés rectangulaires $O'\xi'$, $O'\eta'$, $O'\zeta'$, formé par les axes principaux d'inertie de M' relatifs à son centre de gravité; et, pour définir son orientation par rapport au premier, appelons

$$a, a', a''; \quad b, b', b''; \quad c, c', c''$$

les cosinus des angles que font respectivement $O'\xi'$, $O'\eta'$ et $O'\zeta'$ avec les premiers axes. Soient :

| | |
|---|---|
| $u'$ | la distance du centre O′ au point $dm'$ ; |
| $\xi', \eta', \zeta'$ | les projections de $u'$ sur les nouveaux axes ; |
| $u'_\xi, u'_\eta, u'_\zeta, p'$ | ses projections sur les anciens et sur la droite O′O ; |
| $\alpha', \beta', \gamma'$ | les angles de la droite O′O avec les nouveaux axes ; |
| $\alpha, \beta, \gamma$ | ceux de la droite OO′, prise en sens contraire, avec les axes précédents. |

Les coordonnées du point $dm'$ et du point O′ relativement aux axes $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, sont, respectivement :

$$\Delta\cos\lambda,\quad \Delta\cos\mu,\quad \Delta\cos\nu,\quad R\cos\alpha,\quad R\cos\beta,\quad R\cos\gamma.$$

On aura donc les relations

$$(7)\quad .\ .\ \begin{cases} \Delta\cos\lambda = R\cos\alpha + u'_\xi, \quad \Delta\cos\mu = R\cos\beta + u'_\eta, \quad \Delta\cos\nu = R\cos\gamma + u'_\zeta, \\ \Delta^2 = R^2 - 2Rp' + u'^2, \end{cases}$$

avec les suivantes, qui donnent les expressions des quantités auxiliaires $u'$, $u'_\xi$, $u'_\eta$, $u'_\zeta$, $p'$,

$$u'^2 = \xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2, \quad u'_\xi = a\xi' + b\eta' + c\zeta', \quad u'_\eta = a'\xi' + b'\eta' + c'\zeta', \quad u'_\zeta = a''\xi' + b''\eta' + c''\zeta',$$
$$p' = \xi'\cos\alpha' + \eta'\cos\beta' + \zeta'\cos\gamma' = -(u'_\xi\cos\alpha + u'_\eta\cos\beta + u'_\zeta\cos\gamma).$$

La première des formules (7) donne

$$\cos\lambda = \frac{R}{\Delta}\cos\alpha\left(1 + \frac{u'_\xi}{R\cos\alpha}\right);$$

et la dernière,

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{R}\left(1 - \frac{2p'}{R} + \frac{u'^2}{R^2}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

valeur que nous limiterons, comme il a été dit plus haut, aux termes suivants

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{p'}{R} + \frac{3p'^2 - u'^2}{2R^2}\right).$$

Par l'élimination de $\frac{1}{\Delta}$, on aura successivement, au même degré d'approximation,

$$\cos\lambda = \cos\alpha\left(1+\frac{u'_\xi}{R\cos\alpha}\right)\left(1+\frac{p'}{R}+\frac{3p'^2-u'^2}{2R^2}\right)$$

$$=\cos\alpha\left(1+\frac{p'}{R}+\frac{u'_\xi}{R\cos\alpha}+\frac{p'u'_\xi}{R^2\cos\alpha}+\frac{3p'^2-u'^2}{2R^2}\right),$$

$$\cos^2\lambda=\cos^2\alpha\left(1+\frac{2p'}{R}+\frac{2u'_\xi}{R\cos\alpha}+\frac{4p'^2-u'^2}{R^2}+\frac{4p'u'_\xi}{R^2\cos\alpha}+\frac{u'^2_\xi}{R^2\cos^2\alpha}\right).$$

On obtiendrait des expressions analogues pour $\cos^2\mu$ et $\cos^2\nu$.

On a posé, plus haut,

$$I_1 = A\cos^2\lambda + B\cos^2\mu + C\cos^2\nu;$$

posons maintenant

$$I = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma,$$

c'est-à-dire, appelons I le moment d'inertie de la masse M, par rapport à la droite OO′ : nous aurons, en vertu des formules précédentes,

$$I_1 = I\left(1+\frac{2p'}{R}+\frac{4p'^2-u'^2}{R^2}\right)+\frac{Au'^2_\xi+Bu'^2_\eta+Cu'^2_\zeta}{R^2}$$
$$+2\left(1+\frac{2p'}{R}\right)\frac{A\cos\alpha\,.\,u'_\xi+B\cos\beta\,.\,u'_\eta+C\cos\gamma\,.\,u'_\zeta}{R}.$$

On devra prendre, d'ailleurs,

$$\frac{1}{\Delta^3}=\frac{1}{R^3}\left(1+\frac{3p'}{R}+\frac{3}{2}\,\frac{5p'^2-u'^2}{R^2}\right).$$

Par suite on aura

$$\frac{A+B+C-3I_1}{2\Delta^3}=\frac{1}{2R^3}\left\{\begin{array}{l}(A+B+C)\left(1+\frac{3p'}{R}+\frac{3}{2}\,\frac{5p'^2-u'^2}{R^2}\right)\\[4pt] -3I\left(1+\frac{5p'}{R}+\frac{5}{2}\,\frac{7p'^2-u'^2}{R^2}\right)\\[4pt] -3\,\frac{Au'^2_\xi+Bu'^2_\eta+Cu'^2_\zeta}{R^2}\\[4pt] -6\left(1+\frac{5p'}{R}\right)\frac{A\cos\alpha\,.\,u'_\xi+B\cos\beta\,.\,u'_\eta+C\cos\gamma\,.\,u'_\zeta}{R}\end{array}\right\}.$$

Multipliant cette expression par $dm'$ et intégrant dans toute l'étendue de M′, en observant que

$$\int p' dm' = 0, \quad \int u'_\xi dm' = 0, \quad \int u'_\eta dm' = 0, \quad \int u'_\zeta dm' = 0,$$

on obtient enfin

$$\frac{1}{2}\int \frac{A + B + C - 3I_1}{\Delta^3} dm' = M' \frac{A + B + C - 3I}{2R^3} + W,$$

après avoir posé

$$W = \frac{3}{4}\frac{1}{R^5}\left\{\begin{array}{l} (A + B + C)\int(5p'^2 - u'^2)\, dm' - 5I\int(7p'^2 - u'^2)\, dm' \\ - 2(A\int u'^2_\xi dm' + B\int u'^2_\eta dm' + C\int u'^2_\zeta dm') \\ - 20(A\cos\alpha\int p' u'_\xi dm' + B\cos\beta\int p' u'_\eta dm' + C\cos\gamma\int p' u'_\zeta dm' \end{array}\right\}.$$

Nous devons négliger ici la quantité W, parce qu'elle est du même ordre de grandeur que les quantités négligées dans les autres parties de V; cela revient à confondre simplement $\Delta$ avec R, et $I_1$ avec I, c'est-à-dire à n'avoir aucun égard aux dimensions du corps M′, dans l'évaluation de cette partie de V. Nous aurons en conséquence, *pour le potentiel des deux masses* M, M′, l'expression simple

$$(8) \quad \ldots \quad V = \frac{MM'}{R} + M\frac{A' + B' + C' - 3I'}{2R^3} + M'\frac{A + B + C - 3I}{2R^3},$$

*dont l'erreur relative est du même ordre que la quatrième puissance de la parallaxe de l'un des deux corps pour l'autre.*

On trouve cette formule dans le *Treatise on the dynamics of a system of rigid bodies, by Routh* (2^e^ édition, p. 425).

4. Dans sa *Théorie du mouvement de la Terre autour de son centre de gravité* (ANNALES DE L'OBSERVATOIRE, t. V, pp. 258 et suivantes), M. Serret pousse le développement du potentiel U, considéré plus haut, jusqu'aux termes dépendants de la troisième et de la quatrième puissance de la parallaxe du point $dm'$.

On déduirait aisément, de ses formules, l'expression des termes du troisième ordre, contenus dans la partie $M\int\frac{dm'}{\Delta}$ de V, si l'on ne pouvait pas les regarder comme nuls; et aussi celle des termes du quatrième ordre, que nous sommes convenus de négliger. Il faut observer toutefois que M. Serret, ayant en vue seulement la rotation du corps M, se borne à considérer, dans la fonction U, la partie utile à l'étude de cette rotation.

Pour le même motif, il peut négliger entièrement les dimensions du corps M', et en supposer la masse concentrée tout entière en son centre de gravité; car le terme

$$M\frac{A'+B'+C'-3I'}{2R^3}$$

devient alors inutile, et l'erreur commise, de ce chef, se réduit à la quantité W, laquelle est bien du quatrième ordre, comme les termes qu'il a négligés précédemment.

M. Serret ne donne pas la formule de cette erreur W; nous allons en obtenir ici une expression relativement simple, ne contenant pas d'autres intégrales que les moments d'inertie A, B, C, A', B', C', et présentant, à chacun de ses termes, le produit de deux des facteurs C — A, C — B, C' — A', C' — B', qui seront très-petits quand les corps M, M' seront des sphéroïdes peu aplatis. C'est en vue de ce calcul que nous avons, au numéro précédent, conservé dans l'évaluation de la quantité

$$\frac{1}{2}\int\frac{A+B+C-3I_1}{\Delta^3}\,dm'$$

les termes dépendants du carré de la parallaxe de M pour M'.

En ayant égard aux valeurs des quantités $p'$, $u'$, $u'_\xi$, ..., et aux propriétés du centre de gravité et des axes principaux d'inertie, on trouvera successivement :

$$\int(5p'^2-u'^2)\,dm' = 2(A'+B'+C')-5I',$$
$$\int(7p'^2-u'^2)\,dm' = 3(A'+B'+C')-7I',$$
$$\int u'^2_\xi dm' = a^2\frac{B'+C'-A'}{2}+b^2\frac{C'+A'-B'}{2}+c^2\frac{A'+B'-C'}{2}$$
$$= \frac{1}{2}(A'+B'+C')-(A'a^2+B'b^2+C'c^2),$$





et des valeurs analogues à cette dernière pour les quantités $\int u_\eta'^2 dm'$, $\int u_\xi'^2 dm'$. Il en résulte

$$A\int u_\xi'^2 dm' + B\int u_\eta'^2 dm' + C\int u_\zeta'^2 dm' = \frac{1}{2}(A + B + C)(A' + B' + C')$$
$$- A(A'a^2 + B'b^2 + C'c^2) - B(A'a'^2 + B'b'^2 + C'c'^2) - C(A'a''^2 + B'b''^2 + C'c''^2).$$

On aura ensuite

$$\int p'u_\xi' dm' = a\cos\alpha'\frac{B' + C' - A'}{2} + b\cos\beta'\frac{C' + A' - B'}{2} + c\cos\gamma'\frac{A' + B' - C'}{2},$$

avec des valeurs analogues pour $\int p'u_\eta' dm'$ et $\int p'u_\xi' dm'$ : on en déduit, au moyen des relations

$$a\cos\alpha' + b\cos\beta' + c\cos\gamma' = -\cos\alpha,$$
$$a'\cos\alpha' + b'\cos\beta' + c'\cos\gamma' = -\cos\beta,$$
$$a''\cos\alpha' + b''\cos\beta' + c''\cos\gamma' = -\cos\gamma,$$

l'expression :

$$A\cos\alpha\int p'u_\xi' dm' + B\cos\beta\int p'u_\eta' dm' + C\cos\gamma\int p'u_\zeta' dm'$$
$$= \frac{B' + C' - A'}{2}\cos\alpha'(A\cos\alpha . a + B\cos\beta . a' + C\cos\gamma . a'')$$
$$+ \frac{C' + A' - B'}{2}\cos\beta'(A\cos\alpha . b + B\cos\beta . b' + C\cos\gamma . b'')$$
$$+ \frac{A' + B' - C'}{2}\cos\gamma'(A\cos\alpha . c + B\cos\beta . c' + C\cos\gamma . c'')$$
$$= -\frac{1}{2}(A' + B' + C')(A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma)$$
$$- \left\{\begin{array}{l} A'\cos\alpha'(A\cos\alpha . a + B\cos\beta . a' + C\cos\gamma . a'') \\ + B'\cos\beta'(A\cos\alpha . b + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \\ + C'\cos\gamma'(A\cos\alpha . c + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \end{array}\right\}$$

Cela posé, la valeur de W peut s'écrire

$$W : \frac{3}{4R^5} = (A + B + C - 5I)(A' + B' + C' - 5I') + 10II'$$
$$+ 2\left[A(A'a^2 + B'b^2 + C'c^2) + B(A'a'^2 + B'b'^2 + C'c'^2) + C(A'a''^2 + B'b''^2 + C'c''^2)\right]$$
$$+ 20\left\{\begin{array}{l} A'\cos\alpha'(A\cos\alpha . a + B\cos\beta . a' + C\cos\gamma . a'') \\ + B'\cos\beta'(A\cos\alpha . b + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \\ + C'\cos\gamma'(A\cos\alpha . c + \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot) \end{array}\right\}$$

Pour simplifier cette formule, posons, comme plus haut :

$$C - A = \varepsilon, \quad C - B = \varepsilon_1,$$

et, de même :

$$C' - A' = \varepsilon', \quad C' - B' = \varepsilon'_1,$$

puis éliminons A, B, A′, B′ au moyen des valeurs

$$A = C - \varepsilon, \quad B = C - \varepsilon_1, \ldots ;$$

les quantités C, C′ disparaissent en même temps, et il vient l'expression cherchée :

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} W : \frac{3}{4R^5} = {} & \left[\varepsilon + \varepsilon_1 - 5(\varepsilon \cos^2\alpha + \varepsilon_1 \cos^2\beta)\right]\left[\varepsilon' + \varepsilon'_1 - 5(\varepsilon' \cos^2\alpha' + \varepsilon'_1 \cos^2\beta')\right] \\ & + 10(\varepsilon \cos^2\alpha + \varepsilon_1 \cos^2\beta)(\varepsilon' \cos^2\alpha' + \varepsilon'_1 \cos^2\beta') \\ & + 2\varepsilon(\varepsilon' a^2 + \varepsilon'_1 b^2) + 2\varepsilon_1(\varepsilon' a'^2 + \varepsilon'_1 b'^2) \\ & + 20\varepsilon' \cos\alpha' (\varepsilon a \cos\alpha + \varepsilon_1 a' \cos\beta) + 20\varepsilon'_1 \cos\beta' (\varepsilon b \cos\alpha + \varepsilon_1 b' \cos\beta). \end{aligned} \right.$$

Cette formule a lieu quelle que soit la figure de chacun des corps M, M′ ; si ces corps sont des ellipsoïdes, les quantités $\varepsilon$, $\varepsilon_1$ sont proportionnelles, respectivement, à l'aplatissement de chacune des sections principales de M qui contiennent l'axe $O\zeta$ ; de même $\varepsilon'$, $\varepsilon'_1$ pour le corps M′.

Si nous supposons que les deux corps soient de révolution autour des axes $O\zeta$, $O'\zeta'$ respectivement, nous aurons $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon'_1 = \varepsilon'$ ; et la formule (7) deviendra

$$(10). \quad W = \frac{3}{4}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{R^5}(1 - 5\cos^2\gamma - 5\cos^2\gamma' + 35\cos^2\gamma\cos^2\gamma' + 2c''^2 + 20c''\cos\gamma\cos\gamma').$$

Dans cette hypothèse, l'erreur W contient donc à tous ses termes, non seulement les carrés des parallaxes de M pour M′ et de M′ pour M, mais encore le produit des aplatissements de ces deux sphéroïdes.

5. Revenons à la valeur de V, donnée par la formule (8), et dont l'approximation nous suffira dans ce qui suit. Si nous y introduisons les quan-



tités $\varepsilon$, $\varepsilon_1$, ..., et si nous posons en outre, comme cela a déjà été fait partiellement au n° 2 :

$$\cos\alpha = \sin\gamma \cos\varpi, \quad \cos\beta = \sin\gamma \sin\varpi,$$
$$\cos\alpha' = \sin\gamma' \cos\varpi', \quad \cos\beta' = \sin\gamma' \cos\varpi';$$

elle prend la forme

$$(11) \ldots \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{MM'}{R} + \frac{3}{4} M \frac{\varepsilon' + \varepsilon'_1}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma'\right) + \frac{3}{4} M' \frac{\varepsilon + \varepsilon_1}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma\right) \\ + \frac{3}{4} M \frac{\varepsilon' - \varepsilon'_1}{R^3} \sin^2\gamma' \cos 2\varpi' + \frac{3}{4} M' \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{R^3} \sin^2\gamma \cos 2\varpi. \end{array} \right.$$

Quand les deux sphéroïdes sont de révolution, elle devient

$$(12) \ldots \quad V = \frac{MM'}{R} + \frac{3}{2} M \frac{\varepsilon'}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma'\right) + \frac{3}{2} M' \frac{\varepsilon}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma\right).$$

Les angles $\gamma$, $\gamma'$, qui figurent dans cette expression, sont, d'après ce qui précède, ceux que fait la droite joignant les centres de gravité des deux corps M, M', avec leurs axes respectifs de rotation.

## § II.

### ÉQUATIONS GÉNÉRALES DES MOUVEMENTS RELATIFS QUE POSSÈDENT LES CENTRES DE GRAVITÉ DES PLANÈTES ET DES SATELLITES. — FONCTIONS PERTURBATRICES CORRESPONDANTES.

6. Considérons l'ensemble du système solaire, abstraction faite des comètes, et regardons ses dimensions comme nulles par rapport à la distance des étoiles, en sorte que l'influence de celles-ci se borne à lui donner un mouvement de translation : les divers corps dont il se compose ne se déplaceront dans le système qu'en vertu de leurs attractions mutuelles. Si l'on prend l'un d'eux en particulier, on obtiendra les composantes de l'accélération du mouvement que possède son centre de gravité, par rapport à des axes qui seraient fixes dans le système (mouvement que nous appelle-

rons *absolu,* pour simplifier le langage), en considérant les divers potentiels de deux masses, qui correspondent aux groupes binaires formés par ce corps et par chacun des autres successivement; appliquant, à chaque fois, les formules (3); puis ajoutant tous les résultats obtenus. On passera aisément de là aux équations du mouvement relatif du même point, rapporté au centre de gravité de l'un quelconque des autres corps.

Désignons par

$\mathfrak{M}$ la masse du soleil,
$M$, $M'$, ... celles des diverses planètes,
$m, m_1, m_2, \ldots$ celles des satellites de la planète $M$,
$m'$, $m'_1$, ... celles des satellites de la planète $M'$,
etc.

Par le centre de gravité du soleil, supposons menés trois axes rectangulaires, qui se déplacent avec le soleil, mais en conservant des directions constantes. Soient, par rapport à ces axes :

$X$, $Y$, $Z$ les coordonnées de la planète $M$ (pour abréger, nous disons *la planète,* au lieu de dire *le centre de gravité de la planète;* de même pour les autres astres);
$X'$, $Y'$, $Z'$ celles de la planète $M'$;
$\xi$, $\eta$, $\zeta$; $\xi_1$, $\eta_1$, $\zeta_1$, $\xi'$, $\eta'$, $\zeta'$ celles des satellites $m$, $m_1$, $m'$.

Pour désigner les distances des astres entre eux, nous emploierons généralement la lettre $\Delta$, avec des indices qui rappellent ces astres. Ces indices seront les nombres 0, 1, 2, ... s'il s'agit des planètes $M$, $M'$, $M''$, ...; ils seront les lettres $m$, $m_1$, $m'$, ... pour les satellites que nous désignons par les mêmes lettres; quand l'un des deux astres considérés sera le soleil, ce qui arrivera souvent, nous ne mettrons pas d'autre indice que celui qui se rapporte au second corps. Par exemple, nous appellerons

$$\Delta_{0,1}, \quad \Delta_{0,m'}, \quad \Delta_{m,m'}$$

les distances de la planète $M$ à la planète $M'$ et au satellite $m'$, et la distance des deux satellites $m$, $m'$;

$$\Delta_m, \quad \Delta_{m_1}, \quad \Delta_{m'}$$

les distances du soleil aux satellites $m$, $m_1$, $m'$.



Nous ferons une exception à la règle précédente, quand il s'agira de la distance, soit du soleil à une planète, soit d'une planète à l'un de ses satellites. Par exemple, nous appellerons

$$R,\ R',\ r,\ r_1,\quad \text{au lieu de}\quad \Delta_0,\ \Delta_1,\ \Delta_{0,m},\ \Delta_{0,m_1}$$

les distances du soleil aux deux planètes M, M′, et celles de la planète M à ses satellites $m$, $m_1$.

Supposons, en premier lieu, que l'on veuille déterminer le mouvement relatif de la planète M par rapport au soleil. Les forces *réelles* qu'il faut considérer sont : 1° l'action du soleil ; 2° les actions des autres planètes ; 3° celles des satellites de la planète M ; 4° celles des satellites de la planète M′ et de toutes les autres. Il nous suffira, pour obtenir toutes les espèces de termes qui peuvent entrer dans les équations, d'examiner l'influence d'un seul astre de chacune des trois dernières catégories ; nous prendrons M′, $m$ et $m'$.

Les forces *fictives*, qu'il faudra ensuite introduire, sont égales et contraires à celles qui produisent le mouvement *absolu* du soleil, multipliées par le rapport $\frac{M}{\mathfrak{M}}$ : ces dernières sont les attractions exercées sur le soleil par chacune des planètes et par chacun des satellites.

Nous emploierons, pour désigner les divers potentiels de deux masses, des notations analogues à celles qui désignent les distances. Par exemple :

$$V^{(0,1)},\quad V^{(0,m)},\quad V^{(0,m')},\quad V^{(m,m')}$$

seront les potentiels des masses M et M′, M et $m$, M et $m'$, $m$ et $m'$ ; de même :

$$V^{(0)},\quad V^{(1)},\quad V^{(m)},\quad V^{(m')},$$

seront les potentiels des groupes formés par la masse $\mathfrak{M}$ associée avec M, M′, $m$ ou $m'$.

Au moyen de ces notations, la composante, parallèle à l'axe des $x$, de l'accélération absolue de M, aura pour expression

$$\frac{f}{M}\frac{d}{dX}\left(V^{(0)}+V^{(0,1)}+V^{(0,m)}+V^{(0,m')}\right);$$



celle de l'accélération absolue de $\mathfrak{M}$, qui est l'origine des coordonnées, sera, par l'emploi des formules (5),

$$-\frac{f}{\mathfrak{M}}\left(\frac{dV^{(0)}}{dX}+\frac{dV^{(1)}}{dX'}+\frac{dV^{(m)}}{d\xi}+\frac{dV^{(m')}}{d\xi'}\right),$$

si l'on y prend tous les termes qui peuvent se combiner avec ceux de l'expression précédente. L'une des équations du mouvement relatif de M sera donc

$$(13)\quad \frac{d^2X}{dt^2}=f\frac{\mathfrak{M}+M}{\mathfrak{M}M}\frac{dV^{(0)}}{dX}+\frac{f}{M}\frac{d}{dX}\left(V^{(0,1)}+V^{(0,m)}+V^{(0,m')}\right)+\frac{f}{\mathfrak{M}}\left(\frac{dV^{(1)}}{dX'}+\frac{dV^{(m)}}{d\xi}+\frac{dV^{(m')}}{d\xi'}\right),$$

et l'on obtiendrait une équation analogue par rapport à chacun des deux autres axes coordonnés.

On aurait des équations toutes pareilles pour chaque planète. Il en serait de même aussi pour chaque satellite; mais le mouvement d'un satellite relativement au soleil n'étant pas simple, même à la première approximation, nous considérerons son mouvement par rapport à la planète autour de laquelle il circule. A cet effet, imaginons, par le centre de gravité de chaque planète M, M′, ... trois axes coordonnés constamment parallèles à ceux que le soleil emporte dans l'espace. Appelons

$$x,\ y,\ z,\quad x_1,\ y_1,\ z_1,\ldots$$

les coordonnées des satellites $m$, $m_1$, ... de M rapportées aux axes de M;

$$x',\ y',\ z',\ldots$$

celles des satellites $m'$, ... de M, rapportées aux axes de M′; et ainsi de suite. On aura les formules

$$\begin{aligned}&\xi=X+x,\quad \eta=Y+y,\quad \zeta=Z+z,\quad \xi_1=X+x_1,\ldots\\&\xi'=X'+x',\quad \eta'=Y'+y',\quad \zeta'=Z'+z',\ \text{etc.},\end{aligned}$$

qui permettent d'éliminer complétement les coordonnées des divers satellites par rapport au soleil.

Cela posé, déterminons le mouvement de $m$, relativement à M. L'astre $m$ subit l'influence de cinq espèces d'astres qu'il faut considérer séparément ; savoir : sa planète M, les autres satellites de M, le soleil (*), les autres planètes et enfin les satellites de celles-ci ; avec M et $\mathfrak{M}$, qui s'imposent, nous choisirons pour exemple $m_1$, M' et $m'$.

Les coordonnées de $\mathfrak{M}$, M' et $m'$, par rapport aux axes qui passent par le centre de gravité de M, seront respectivement

$$-X,\ -Y,\ -Z,\qquad X'-X,\ Y'-Y,\ Z'-Z,\qquad X'+x'-X,\ Y'+y'-Y,\ Z'+z'-Z.$$

D'après cela, on aura pour la composante, parallèle à l'axe des $x$, de l'accélération absolue de $m$, l'expression

$$\frac{f}{m}\frac{d}{dx}\left(V^{(0,m)}+V^{(m,m_1)}+V^{(m)}+V^{(m,1)}+V^{(m,m')}\right),$$

et pour celle de l'accélération absolue de M, la quantité

$$-\frac{f}{M}\left[\frac{dV^{(0)}}{d(-X)}+\frac{dV^{(0,1)}}{d(X'-X)}+\frac{dV^{(0,m)}}{dx}+\frac{dV^{(0,m_1)}}{dx_1}+\frac{dV^{(0,m')}}{d(X'+x'-X)}\right],$$

que l'on peut remplacer par

$$-\frac{f}{M}\left[\frac{dV^{(0)}}{d(-X)}+\frac{dV^{(0,1)}}{dX'}+\frac{dV^{(0,m)}}{dx}+\frac{dV^{(0,m_1)}}{dx_1}+\frac{dV^{(0,m')}}{dx'}\right].$$

L'une des équations du mouvement relatif de $m$ par rapport à M est donc

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2}=&f\frac{M+m}{Mm}\frac{dV^{(0,m)}}{dx}+\frac{f}{m}\frac{d}{dx}\left(V^{(m,m_1)}+V^{(m)}+V^{(m,1)}+V^{(m,m')}\right)\\&+\frac{f}{M}\left[\frac{dV^{(0,m_1)}}{dx_1}+\frac{dV^{(0)}}{d(-X)}+\frac{dV^{(0,1)}}{dX'}+\frac{dV^{(0,m')}}{dx'}\right],\end{aligned}\right.$$

et les deux autres sont analogues à celle-ci.

(*) Le soleil peut aussi, au point de vue du calcul, être regardé comme un satellite de M, son mouvement apparent non troublé autour de cette planète étant elliptique.



7. Toutes les fonctions potentielles qui figurent dans l'équation (13) contiennent effectivement la variable par rapport à laquelle on doit les différencier, tant qu'on y laisse subsister, d'une manière exclusive, les coordonnées rapportées au centre du soleil; il n'en est plus de même pour toutes, lorsqu'on y introduit les coordonnées de chaque satellite relatives à sa planète. Les coordonnées $\xi$, $\xi'$ disparaissant dans $V^{(m)}$ et $V^{(m')}$, où elles se trouvent remplacées respectivement par $X + x$, $X' + x'$, on devra prendre, au lieu de $\frac{dV^{(m)}}{d\xi}$, l'une ou l'autre des quantités égales $\frac{dV^{(m)}}{dX}$, $\frac{dV^{(m)}}{dx}$; pareillement, au lieu de $\frac{dV^{(m')}}{d\xi'}$, on prendra, soit $\frac{dV^{(m')}}{dX'}$, soit $\frac{dV^{(m')}}{dx'}$ : il conviendra, pour obtenir des résultats plus symétriques, de choisir $\frac{dV^{(m)}}{dX}$ et $\frac{dV^{(m')}}{dx'}$.

Les coordonnées $\xi$ et X disparaissent toutes les deux dans la fonction $V^{(0,m)}$, où elles n'entraient que sous la forme $\xi - X = x$; le terme $\frac{dV^{(0,m)}}{dX}$ devra donc être remplacé par la quantité égale $-\frac{dV^{(0,m)}}{dx}$. Il y aurait une modification semblable à faire pour les fonctions relatives à M et à ses autres satellites, mais il n'y en a pas pour celles qui se rapportent à M et aux satellites des autres planètes.

Quant à l'équation (14), elle n'a besoin d'aucun changement.

Dans chacune des fonctions V, considérons à part le premier terme, et désignons par la lettre $\Gamma$, affectée des mêmes indices, l'ensemble des deux autres termes, lesquels dépendent des aplatissements des corps considérés : autrement dit, posons

$$V^{(0)} = \frac{\mathfrak{M} M}{R} + \Gamma^{(0)}, \quad V^{(0,1)} = \frac{MM'}{\Delta_{0,1}} + \Gamma^{(0,1)}, \quad V^{(0,m)} = \frac{Mm}{r} + \Gamma^{(0,m)}, \text{ etc.}$$

Les expressions des diverses quantités $\Gamma$ s'obtiennent au moyen de la formule (12). Convenons de désigner par

$$\varepsilon^{(s)}, \quad \varepsilon^{(0)}, \quad \varepsilon^{(1)}, \quad \varepsilon^{(m)}, \quad \varepsilon^{(m')}, \ldots$$

la valeur commune que prennent les quantités, supposées égales, C — A et C — B, respectivement pour le soleil, pour M, pour M', pour $m$, pour $m'$,...; et par

$$\gamma^{(s,0)}, \quad \gamma^{(0,s)}; \quad \gamma^{(0,1)}, \quad \gamma^{(1,0)}; \text{ etc.}$$

les angles que la droite joignant le soleil à la planète fait respectivement





avec l'axe de rotation du soleil et avec celui de M; ceux que la droite joignant M et M′ fait avec les axes de rotation de M et de M′ respectivement, et ainsi de suite.

(On observera que l'ordre des indices n'est pas indifférent quand il s'agit des angles $\gamma$, contrairement à ce qui avait lieu pour les quantités $\Delta$, V, $\Gamma$).

On aura, d'après cela, les formules

$$\Gamma^{(0)} = \frac{3}{2}\mathfrak{M}\,\frac{\varepsilon^{(0)}}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(0,s)}\right) + \frac{3}{2}M\,\frac{\varepsilon^{(s)}}{R^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(s,0)}\right),$$

$$\Gamma^{(0,1)} = \frac{3}{2}\;M\,\frac{\varepsilon^{(1)}}{\Delta^3_{0,1}}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(1,0)}\right) + \frac{3}{2}M'\,\frac{\varepsilon^{(0)}}{\Delta^3_{0,1}}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(0,1)}\right),$$

$$\Gamma^{(0,m)} = \frac{3}{2}\;M\,\frac{\varepsilon^{(m)}}{r^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(m,0)}\right) + \frac{3}{2}m\,\frac{\varepsilon^{(0)}}{r^3}\left(\frac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(0,m)}\right),$$

et ainsi de suite.

Cela posé, reprenons l'équation (13), en y faisant les substitutions indiquées, et développant la dérivée du premier terme de chaque fonction V: il viendra:

$$\frac{d^2X}{dt^2} = -f(\mathfrak{M}+M)\frac{X}{R^3} + f\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{\mathfrak{M}}\right)\frac{d\Gamma^{(0)}}{dX} \;\ldots\ldots\ldots\; (\mathfrak{M})$$

$$+ fM'\left(\frac{X'-X}{\Delta^3_{0,1}} - \frac{X'}{R'^3}\right) + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dX} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} \;\ldots\ldots\; (M')$$

$$+ fm\left(\frac{x}{r^3} - \frac{X+x}{\Delta^3_m}\right) + \frac{f}{\mathfrak{M}}\frac{d\Gamma^{(m)}}{dX} - \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dx} \;\ldots\ldots\; (m)$$

$$+ fm'\left(\frac{X'+x'-X}{\Delta^3_{0,m'}} - \frac{X'+x'}{\Delta^3_{m'}}\right) + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dX} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\frac{d\Gamma^{(m')}}{dx'} \;\ldots\; (m')$$

Si l'on pose

$$W = f\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{\mathfrak{M}}\right)\Gamma^{(0)} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (\mathfrak{M})$$

$$+ fM'\left(\frac{1}{\Delta_{0,1}} - \frac{XX'+YY'+ZZ'}{R'^3}\right) + \frac{f}{M}\Gamma^{(0,1)} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} + Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'} + Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}\right) \;\ldots\; (M')$$

$$+ fm\left[\frac{1}{\Delta_m} - \frac{x(-X)+y(-Y)+z(-Z)}{r^3}\right] + \frac{f}{\mathfrak{M}}\Gamma^{(m)} + \frac{f}{M}\left(-X\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dx} - Y\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dy} - Z\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dz}\right) \;\ldots\; (m)$$

$$+ fm'\left[\frac{1}{\Delta_{0,m'}} - \frac{X(X'+x')+Y(Y'+y')+Z(Z'+z')}{\Delta^3_{m'}}\right] + \frac{f}{M}\Gamma^{(0,m')} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(m')}}{dx'} + Y\frac{d\Gamma^{(m')}}{dy'} + Z\frac{d\Gamma^{(m')}}{dz'}\right), \ldots (m')$$

cette équation deviendra la première du groupe

$$(15) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{d^2X}{dt^2} + f(\mathfrak{M} + M)\frac{X}{R^3} = \frac{dW}{dX}, \\ &\frac{d^2Y}{dt^2} + f(\mathfrak{M} + M)\frac{Y}{R^3} = \frac{dW}{dY}, \\ &\frac{d^2Z}{dt^3} + f(\mathfrak{M} + M)\frac{Z}{R^3} = \frac{dW}{dZ}, \end{aligned} \right.$$

dont les deux autres s'obtiendront de la même manière.

Ces équations représentent le mouvement troublé de la planète M; elles ont la forme habituelle, mais la fonction perturbatrice est ici beaucoup plus compliquée. Au lieu de se composer uniquement de termes de la forme

$$fM'\left(\frac{1}{\Delta_{0,1}} - \frac{XX' + YY' + ZZ'}{R'^3}\right),$$

comme dans le cas où tous les corps perturbateurs se réduisent à des points circulant autour du soleil, l'expression de W contient, en outre :

1° Des termes tels que

$$fm\left(\frac{1}{\Delta_m} - \frac{x(-X) + y(-Y) + z(-Z)}{r^3}\right)$$

se rapportant à des corps qui circulent autour de M, mais qui se ramènent à la première espèce;

2° Des termes tels que

$$fm'\left[\frac{1}{\Delta_{0,m'}} - \frac{X(X' + x') + Y(Y' + y') + Z(Z' + z')}{\Delta^3_{m'}}\right],$$

qui, tout en présentant à peu près la forme ordinaire, sont en réalité beaucoup plus complexes, à cause de cette circonstance que l'astre $m'$ ne circule ni autour du soleil, ni autour de M;

3° Enfin de nombreux termes dépendants des aplatissements.

On remarquera que les termes de W, dus à l'action du soleil et aux actions des satellites de M, diffèrent un peu, quant à la forme, des termes d'autres provenances.

8. On peut développer, d'une manière analogue, les diverses parties de l'équation (14); on aura ainsi

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -f(M+m)\frac{x}{r^3} + f\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{M}\right)\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dx} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (M)$$

$$+ fm_1\left(\frac{x_1 - x}{\Delta^3_{m,m_1}} - \frac{x_1}{r_1^3}\right) + \frac{f}{m}\frac{d\Gamma^{(m,m_1)}}{dx} + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dx_1} \quad \ldots \ldots \quad (m_1)$$

$$+ f\mathfrak{M}\left(\frac{-X-x}{\Delta^3_m} - \frac{-X}{R^3}\right) + \frac{f}{m}\frac{d\Gamma^{(m)}}{dx} + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-X)} \quad \ldots \ldots \quad (\mathfrak{M})$$

$$+ fM'\left(\frac{X'-X-x}{\Delta^3_{m,1}} - \frac{X'-X}{\Delta^3_{0,1}}\right) + \frac{f}{m}\frac{d\Gamma^{(m,1)}}{dx} + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dX'} \quad \ldots \ldots \quad (M')$$

$$+ fm'\left(\frac{X'+x'-x}{\Delta^3_{m,m'}} - \frac{X'+x'-X}{\Delta^3_{0,m'}}\right) + \frac{f}{m}\frac{d\Gamma^{(m,m')}}{dx} + \frac{f}{M}\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dx'} \quad \ldots \quad (m')$$

Si donc l'on pose

$$W = f\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{M}\right)\Gamma^{(0,m)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (M)$$

$$+ fm_1\left(\frac{1}{\Delta^{m,m_1}} - \frac{xx_1+yy_1+zz_1}{r_1^3}\right) + \frac{f}{m}\Gamma^{(m,m_1)} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dx_1} + y\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dy_1} + \cdots\right) \quad \ldots \quad (m_1)$$

$$+ f\mathfrak{M}\left[\frac{1}{\Delta_m} - \frac{x(-X)+y(-Y)+\cdots}{R^3}\right] + \frac{f}{m}\Gamma^{(m)} + \frac{f}{M}\left[x\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-X)} + y\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-Y)} + \cdots\right] \cdots (\mathfrak{M})$$

$$+ fM'\left[\frac{1}{\Delta_{m,1}} - \frac{x(X'-X)+y(Y'-Y)+\cdots}{\Delta^3_{0,1}}\right] + \frac{f}{m}\Gamma^{(m,1)} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dX'} + \cdots\right) \quad \ldots \quad (M')$$

$$+ fm'\left[\frac{1}{\Delta_{m,m'}} - \frac{x(X'+x'-X)+y(Y'+y'-Y)+\cdots}{\Delta^3_{0,m'}}\right] + \frac{f}{m}\Gamma^{(m,m')} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dx'} + \cdots\right), \ldots (m')$$

l'équation précédente, et les deux équations pareilles, relatives aux deux autres axes coordonnés, donneront le groupe

$$(16) \quad \ldots \ldots \quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2x}{dt^2} + f(M+m)\dfrac{x}{r^3} = \dfrac{dw}{dx}, \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} + f(M+m)\dfrac{y}{r^3} = \dfrac{dw}{dy}, \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} + f(M+m)\dfrac{z}{r^3} = \dfrac{dw}{dz}, \end{array}\right.$$

qui représente le mouvement troublé de $m$ autour de M.

L'ensemble des équations (15), appliquées successivement à chaque planète, et des équations (16) appliquées à chaque satellite, constituera un système d'équations différentielles simultanées, en nombre égal à celui des coordonnées. Si l'on négligeait les termes dépendants des aplatissements, ces équations suffiraient à déterminer les mouvements relatifs des centres de gravité des planètes et des satellites considérés tous à la fois; mais les fonctions $\Gamma$ introduisent, pour chacun des corps, deux variables nouvelles (qu'on désignera plus loin par les lettres $\psi$ et $\omega$).

Il reste donc, pour déterminer complétement ces mouvements, à trouver pareil nombre de nouvelles équations; nous les obtiendrons en étudiant la rotation de chacun des corps du système, y compris le soleil, autour de son propre centre de gravité supposé fixe.

Lorsque, dans le développement des équations (15) et (16), on fera usage de la formule (12) pour évaluer les divers potentiels, les équations obtenues ne seront plus qu'approchées; mais l'erreur relative, dans chacune d'elles, n'atteindra pas la quatrième puissance de la plus grande parallaxe que puisse avoir l'un des corps du système solaire par rapport à un autre.

## § III.

ÉQUATIONS RELATIVES AU MOUVEMENT DE ROTATION AUTOUR DE SON CENTRE DE GRAVITÉ DE L'UN QUELCONQUE DES CORPS DU SYSTÈME SOLAIRE. — FONCTIONS PERTURBATRICES CORRESPONDANTES.

**9.** Le mouvement de rotation d'un corps solide, autour de son centre de gravité, dépend, comme on le sait, d'un système de six équations différentielles du premier ordre. Mais s'il s'agit, comme c'est à peu près le cas des corps célestes, d'un sphéroïde tournant autour de l'axe qui correspond au plus grand, C, des moments d'inertie relatifs à son centre de gravité, et dans lequel les deux autres moments principaux A et B diffèrent peu, la rotation est presque rigoureusement uniforme, et l'on peut se borner à étudier les déplacements de l'axe de cette rotation; c'est-à-dire les mouvements

de précession et de nutation. Or, ces deux mouvements peuvent se déterminer par les formules approchées

$$(17) \quad \ldots\ldots \quad \frac{d\psi}{dt} = -\frac{f}{iC\sin\omega}\frac{d\Sigma V}{d\omega}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{f}{iC\sin\omega}\frac{d\Sigma V}{d\psi},$$

dans lesquelles $\omega$ désigne l'inclinaison de l'équateur du corps sur un plan fixe; $360^\circ - \psi$ la longitude du nœud descendant de cet équateur; $i$ la vitesse de rotation, et $\Sigma V$ la somme des potentiels de deux masses que l'on obtient en considérant le corps dont il s'agit, successivement avec chacun de ceux dont il subit l'attraction.

Les équations qui précèdent, obtenues d'abord par POISSON, dans ses Mémoires *Sur le mouvement de la Terre autour de son centre de gravité* (JOURN. DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, XV^e^ cahier; *Mémoires de l'Académie des sciences*, t. VII), ont été établies d'une autre manière par BESSEL (*Theorie der Saturns systems*, ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, t. XXVIII, ou œuvres de Bessel, t. I); elles ont été démontrées de nouveau par M. SERRET (*Annales de l'Observatoire*, t. V). Elles ne sont pas rigoureuses, mais on n'y néglige que des termes périodiques, à période très-courte, comme la durée de la rotation du corps considéré, et des termes dépendants du carré de la force perturbatrice.

Soient M le corps dont on s'occupe, et M' l'un quelconque des corps perturbateurs : le potentiel V, relatif à leur groupe, sera donné par la formule (11) ou par la formule (12), selon que l'on voudra avoir ou n'avoir pas égard à la petite différence des deux moments principaux A et B; mais, dans les deux cas, l'expression se réduit à un terme unique, si l'on se borne à y conserver les termes utiles. On peut, en effet, supprimer dans V tout ce qui ne dépend ni de $\psi$ ni de $\omega$ : or les quantités R, $\gamma'$, $\varpi$, $\varpi'$ n'en dépendent pas, et, quant au terme $\frac{3}{4}M'\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{R^3}\sin^2\gamma\cos 2\varpi$, on peut le négliger, à cause, tout à la fois, de la petitesse du facteur $\varepsilon - \varepsilon_1$, et de la rapidité avec laquelle varie l'angle $\varpi$. La valeur de V peut donc être réduite à l'une ou à l'autre des deux expressions

$$V = -\frac{3}{4}M'\frac{\varepsilon+\varepsilon_1}{R^3}\cos^2\gamma, \quad V = -\frac{3}{2}M'\frac{\varepsilon}{R^3}\cos^2\gamma.$$



Ce résultat nous montre qu'il faut avoir égard aux dimensions et à la forme du corps dont on cherche le mouvement, mais que les corps perturbateurs peuvent être regardés comme de simples points.

Adoptons la seconde forme de V, et introduisons-la dans les formules (7). Si nous posons

$$(18) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad k = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon}{i\mathrm{C}}, \quad \mathrm{U} = \frac{\mathrm{M}'\cos^2\gamma}{\mathrm{R}^3},$$

ces formules deviendront

$$(19) \quad \ldots\ldots \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{fk}{\sin\omega}\frac{d\Sigma\mathrm{U}}{d\omega}, \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{fk}{\sin\omega}\frac{d\Sigma\mathrm{U}}{d\psi}.$$

On peut leur donner encore une autre forme, par un changement de variables, qui nous sera utile plus loin. Aux quantités $\psi$, $\omega$, substituons les quantités $g$, $h$, définies par les relations

$$g = \sin\omega\sin\psi, \quad h = -\sin\omega\cos\psi;$$

on constate aisément que les équations (19) se transforment dans celles-ci :

$$(20) \quad \ldots\ldots \quad \frac{dg}{dt} = -fk\cos\omega\frac{d\Sigma\mathrm{U}}{dh}, \quad \frac{dh}{dt} = fk\cos\omega\frac{d\Sigma\mathrm{U}}{dg},$$

où nous laissons $\cos\omega$ au lieu de sa valeur $\sqrt{1-g^2-h^2}$, et qui deviennent simples lorsqu'on y peut faire $\cos\omega = 1$.

**10.** Appliquons ces généralités à l'étude du mouvement de rotation de chacun des astres qui composent le système solaire. On a déjà supposé menés, par le centre de gravité du soleil, trois axes coordonnés conservant des directions invariables dans l'espace ; et, par le centre de gravité de chaque planète, un système d'axes toujours parallèles aux précédents ; imaginons qu'on en mène aussi par le centre de gravité de chaque satellite. Pour chacun de ces astres, considérons le plan, de direction fixe, formé par l'axe des $x$ et l'axe des $y$ : rapportons à ce plan l'inclinaison de l'équateur de cet astre, et comptons la longitude du nœud descendant de cet équateur, à partir



de l'axe des $x$, que nous supposerons être la trace du plan mené par l'axe des $z$ et par un point fixe du ciel, une étoile par exemple. Nous désignerons ces deux angles par

$$\omega_s \text{ et } -\psi_s,\ \Omega \text{ et } -\Psi,\ \Omega' \text{ et } -\Psi',\ \omega \text{ et } -\psi,\ \omega_1 \text{ et } -\psi_1,\ \omega' \text{ et } -\psi',$$

suivant que l'astre dont il s'agit sera le soleil, la planète M, la planète M', ou l'un des satellites $m$, $m_1$, $m'$; la constante $k$, définie par la première des formules (18), et qui a une valeur particulière pour chacun de ces corps, sera de même désignée successivement, et dans le même ordre, par

$$k_s,\ \mathrm{K},\ \mathrm{K}',\ k,\ k_1,\ k'.$$

Enfin, les diverses fonctions U seront désignées comme les fonctions Γ, dont elles proviennent, mais avec cette différence que l'ordre des deux indices ne sera pas indifférent, et que, par suite, il ne faudra jamais omettre l'indice $s$ relatif au soleil; nous conviendrons de donner à ces indices l'ordre qu'ils ont dans la quantité $\gamma$ correspondante. Par exemple, pour les deux fonctions qui dérivent de $\Gamma^{(0,1)}$, nous écrirons

$$\mathrm{U}^{(0,1)} = \mathrm{M}' \frac{\cos^2\gamma^{(0,1)}}{\Delta^3_{0,1}}, \quad \mathrm{U}^{(1,0)} = \mathrm{M} \frac{\cos^2\gamma^{(1,0)}}{\Delta^3_{0,1}}.$$

De même, pour les deux fonctions qui proviennent de $\Gamma^{(0)}$, et qui représentent, respectivement, l'action perturbatrice de M dans le mouvement de rotation du soleil, et celle du soleil dans le mouvement de rotation de M, nous prendrons les expressions

$$\mathrm{U}^{(s,0)} = \mathrm{M} \frac{\cos^2\gamma^{(s,0)}}{\mathrm{R}^3}, \quad \mathrm{U}^{(0,s)} = \mathfrak{M} \frac{\cos^2\gamma^{(0,s)}}{\mathrm{R}^3};$$

et ainsi de suite.

Cela posé, en appliquant d'abord au soleil les formules (19), et n'ayant égard qu'à l'action d'une planète M et à celle d'un satellite $m$, nous aurons les deux équations

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi_s}{dt} &= \frac{fk_s}{\sin\omega_s} \frac{d}{d\omega_s} (\mathrm{U}^{(s,0)} + \mathrm{U}^{(s,m)}), \\ \frac{d\omega_s}{dt} &= -\frac{fk_s}{\sin\omega_s} \frac{d}{d\psi_s} (\mathrm{U}^{(s,0)} + \mathrm{U}^{(s,m)}). \end{aligned} \right.$$

Dans les équations relatives à une planète M, il faut, pour obtenir toutes les espèces de termes, avoir égard à l'influence de l'un $m$ de ses satellites, à celle du soleil, et à celles d'une autre planète M' et d'un satellite $m'$ de celle-ci ; il vient ainsi

$$(22) \quad \ldots \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= \frac{fK}{\sin \Omega} \frac{d}{d\Omega} \left(U^{(0,m)} + U^{(0,s)} + U^{(0,1)} + U^{(0,m')}\right), \\ \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{fK}{\sin \Omega} \frac{d}{d\Psi} \left(U^{(0,m)} + \ldots \ldots \ldots \right). \end{aligned} \right.$$

Enfin les équations relatives à un satellite $m$ devront contenir cinq espèces de termes différents, provenant respectivement des actions de la planète M, d'un autre satellite $m_1$ de la même planète, du soleil, d'une autre planète M' et d'un satellite $m'$ de celle-ci ; elles seront

$$(23) \quad \ldots \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{fk}{\sin \omega} \frac{d}{d\omega} \left(U^{(m,0)} + U^{(m,m_1)} + U^{(m,s)} + U^{(m,1)} + U^{(m,m')}\right), \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{fk}{\sin \Omega} \frac{d}{d\psi} \left(U^{(m,0)} + \ldots \ldots \ldots \right). \end{aligned} \right.$$

L'ensemble des équations (22) et (23), appliquées successivement à chaque planète ou satellite, donnera, en y joignant les deux équations (21), autant d'équations différentielles, du premier ordre, qu'il y a de variables $\psi$ et $\omega$. D'ailleurs ces équations contiennent, en même temps, les coordonnées des centres de gravité : leur système ne peut donc pas plus se traiter séparément que celui des équations différentielles du second ordre, obtenu au § II. En réunissant les deux groupes, on a un système unique d'équations différentielles, les unes du second ordre, et les autres du premier, qui détermine complétement tous les mouvements intérieurs du monde solaire.

La méthode de la *variation des constantes* nous fournit un moyen, préférable à tout autre, de remplacer ce système par un autre dans lequel toutes les équations seront du premier ordre. Lorsqu'on néglige les fonctions perturbatrices W, $w$ et leurs analogues, on obtient pour chacun des centres de gravité, un mouvement elliptique, soit autour du soleil, soit autour d'une planète ; si l'on prend ensuite pour variables les éléments elliptiques de chaque

astre, les équations primitives du second ordre se transforment en un nombre double d'équations du premier ordre, dont la forme est bien connue. On aura le système cherché en joignant ces équations à celles qui sont relatives à la rotation, après avoir remplacé, dans celles-ci, les diverses coordonnées par leurs valeurs tirées des formules du mouvement elliptique correspondant.

## § IV.

### DÉVELOPPEMENT DES DIVERSES FONCTIONS PERTURBATRICES.

**11.** Les fonctions perturbatrices W et $w$, considérées plus haut (nos 7 et 8), se composent chacune de termes assez nombreux, dont la plupart ne rentrent pas dans le type habituel

$$fM'\left(\frac{1}{\Delta_{0,1}} - \frac{XX' + YY' + ZZ'}{R'^3}\right):$$

nous allons examiner ici ceux dont l'espèce est nouvelle, et en indiquer le mode de développement.

La formule qui précède se rapporte à l'action d'une planète sur une autre planète, ou à celle d'un satellite sur un autre satellite de la même planète, chacun de ces astres étant réduit à son centre de gravité. Sans parler, pour le moment, des termes relatifs à la figure de ces astres, nous avons eu a considérer, de plus, *l'action d'un satellite sur une planète autre que la sienne*, *celle d'une planète sur un satellite d'une autre planète*, et enfin *celle d'un satellite sur un satellite d'une autre planète;* ce qui nous a donné les trois expressions

$$fm'\left[\frac{1}{\Delta_{0,m'}} - \frac{X(X'+x') + Y(Y'+y') + Z(Z'+z')}{\Delta^3_{m'}}\right],$$

$$fM'\left[\frac{1}{\Delta_{m,1}} - \frac{x(X'-X) + y(Y'-Y) + z(Z'-Z)}{\Delta^3_{0,1}}\right],$$

$$fm'\left[\frac{1}{\Delta_{m,m'}} - \frac{x(X'+x'-X) + y(Y'+y'-Y) + z(Z'+z'-Z)}{\Delta^3_{0,m'}}\right].$$

Il suffit d'examiner les premiers termes de ces trois parenthèses, et même seulement les deux termes $\frac{1}{\Delta_{0,m'}}$, $\frac{1}{\Delta_{m,m'}}$, puisque $\Delta_{m,1}$ se déduit de $\Delta_{0,m'}$ par de simples échanges de lettres.

Dans les seconds termes des mêmes parenthèses, on saura développer les facteurs

$$\frac{1}{\Delta^3_{m'}},\quad \frac{1}{\Delta^3_{0,1}},\quad \frac{1}{\Delta^3_{0,m'}}$$

qu'ils présentent ; car les deux premiers se ramènent à des développements connus, et le troisième se traitera comme le terme $\frac{1}{\Delta_{0,m'}}$.

On saura aussi développer les numérateurs, car il suffira d'y remplacer les coordonnées par leurs valeurs du mouvement elliptique correspondant.

Occupons-nous, en premier lieu, de développer la quantité $\frac{1}{\Delta_{0,m'}}$, c'est-à-dire l'inverse de la distance d'une planète à un satellite d'une autre planète. On a d'abord

$$\begin{aligned}\Delta^2_{0,m'} &= (X' + x' - X)^2 + (Y' + y' - Y)^2 + (Z' + z' - Z)^2 \\ &= R^2 + R'^2 + r'^2 - 2\,(XX' + YY' + ZZ') - 2\,(Xx' + Yy' + Zz') + 2\,(X'x' + Y'y' + Z'z').\end{aligned}$$

Si l'on désigne par V la longitude de M, par $\Phi$ l'inclinaison de son orbite et par $\Theta$ la longitude du nœud ascendant de cette orbite, les formules du mouvement elliptique donnent les expressions

$$(24)\quad\ldots\ldots\quad \left\{\begin{aligned}\frac{X}{R} &= \cos V + 2\sin^2\frac{\Phi}{2}\sin(V-\Theta)\sin\Theta,\\ \frac{Y}{R} &= \sin V - 2\sin^2\frac{\Phi}{2}\sin(V-\Theta)\cos\Theta,\\ \frac{Z}{R} &= \sin\Phi\sin(V-\Theta).\end{aligned}\right.$$

On a des formules semblables, non-seulement pour la planète M′, mais aussi pour son satellite $m'$, le mouvement de celui-ci étant rapporté au plan de direction fixe qu'on a supposé mené par le centre de sa planète, et à un axe de longitudes parallèle à celui qui passe par le centre du soleil.



Au moyen des formules relatives à M et M′, on obtient, *en se bornant aux secondes puissances des inclinaisons,* l'expression

$$(25)\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{XX'+YY'+ZZ'}{RR'} &= \cos(V-V') - \frac{1}{4}(\Phi^2+\Phi'^2)\cos(V-V') + \frac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(V-V'-\Theta+\Theta') \\ &+ \frac{1}{4}\Phi^2\cos(V+V'-2\Theta) + \frac{1}{4}\Phi'^2\cos(V+V'-2\Theta') - \frac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(V+V'-\Theta-\Theta').\end{aligned}\right.$$

On en déduira, par des échanges convenables, les valeurs des deux autres quantités

$$Xx' + Yy' + Zz', \quad X'x' + Y'y' + Z'z',$$

et par suite, l'expression de $\Delta^2_{0,m'}$ relative à ce degré d'approximation.

Nous mettrons cette expression sous la forme

$$\Delta^2_{0,m'} = \mathfrak{A} - \mathfrak{B},$$

en posant

$$\mathfrak{A} = R^2 + R'^2 + r'^2 - 2RR'\cos(V-V') - 2Rr'\cos(V-v') + 2R'r'\cos(V'-v'),$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} = \tfrac{1}{2}RR' &\left\{\begin{aligned}&-(\Phi^2+\Phi'^2)\cos(V-V') + 2\Phi\Phi'\cos(V-V'-\Theta+\Theta') \\ &+\Phi^2\cos(V+V'-2\Theta) + \Phi'^2\cos(V+V'-2\Theta') - 2\Phi\Phi'\cos(V+V'-\Theta-\Theta')\end{aligned}\right\} \\ + \tfrac{1}{2}Rr' &\left\{\begin{aligned}&-(\Phi^2+\varphi'^2)\cos(V-v') + 2\Phi\varphi'\cos(V-v'-\Theta+\theta') \\ &+\Phi^2\cos(V+v'-2\Theta) + \varphi'^2\cos(V+v'-2\theta') - 2\Phi\varphi'\cos(V+v'-\Theta+\theta')\end{aligned}\right\} \\ - \tfrac{1}{2}R'r' &\left\{\begin{aligned}&-(\Phi'^2+\varphi'^2)\cos(V'-v') + 2\Phi'\varphi'\cos(V'-v'-\Theta'+\theta') \\ &+\Phi'^2\cos(V'+v'-2\Theta') + \varphi'^2\cos(V'+v'-2\theta') - 2\Phi'\varphi'\cos(V'+v'-\Theta'-\theta').\end{aligned}\right\}\end{aligned}$$

La quantité $\mathfrak{A}$ serait le carré de la distance de M à $m'$, si ces deux corps se trouvaient, ainsi que M′, dans le plan fixe qui passe par le centre du soleil; la quantité $\mathfrak{B}$ est très-petite relativement à la précédente, puisqu'elle est du second degré par rapport aux inclinaisons. On pourra donc appliquer la formule de Taylor au développement de l'expression

$$\frac{1}{\Delta_{0,m'}} = (\mathfrak{A} - \mathfrak{B})^{-\frac{1}{2}},$$

et il viendra, au degré d'approximation que nous adoptons,

$$\frac{1}{\Delta_{0,m'}} = \mathfrak{A}^{-\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^{-\frac{3}{2}}\mathfrak{B}.$$

On est ainsi ramené à développer des puissances de $\mathfrak{A}$, d'exposant négatif et fractionnaire. Suivant l'usage, on commencera par négliger les excentricités, ce qui donnera pour $\mathfrak{A}$ l'expression

$$\mathfrak{A}_0 = A^2 + A'^2 + a'^2 - 2AA'\cos(L - L') - 2Aa'\cos(L - l') + 2A'a'\cos(L' - l'),$$

$A$, $A'$, $a'$ étant les demi-grands axes des ellipses, $L$, $L'$, $l'$ les longitudes moyennes. Quand on aura effectué le développement d'une puissance de $\mathfrak{A}_0$, on obtiendra la même puissance de $\mathfrak{A}$ en remplaçant, dans le résultat, $A, L, A', \ldots$ par $A + \delta A$, $L + \delta L$, $A' + \delta L', \ldots$, $\delta A$, $\delta L$, $\delta A', \ldots$ étant les parties elliptiques des rayons vecteurs et des longitudes.

Pour fixer les idées, supposons $A > A'$, et posons

$$\frac{A'}{A} = \alpha, \quad \frac{a'}{A} = \beta, \quad L - L' = x, \quad L - l' = y,$$

la valeur de $\mathfrak{A}_0$ deviendra

$$A^2[1 + \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\cos x - 2\beta\cos y + 2\alpha\beta\cos(x - y)],$$

ce qui peut s'écrire, $e$ étant la base des logarithmes népériens et $i$ le symbole $\sqrt{-1}$,

$$A^2(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy}).$$

Quand il s'agit de la distance de deux planètes, l'expression à développer est

$$A^2(1 - 2\alpha\cos x + \alpha^2) = A^2(1 - \alpha e^{ix})(1 - \alpha e^{ix}):$$

l'expression actuelle est donc une généralisation de celle-ci.

Dans le cas où l'on aurait $A' > A$, on poserait, au contraire,

$$\frac{A}{A'} = \alpha, \quad \frac{a'}{A'} = -\beta, \quad x = L - L', \quad y = l' - L',$$

et l'expression de $\mathfrak{A}_0$ se présenterait encore sous la même forme.

Le développement des expressions $\mathfrak{A}_0^{-\frac{1}{2}}$, $\mathfrak{A}_0^{-\frac{3}{2}}$ s'obtiendra au moyen des formules du numéro suivant.

**12.** Considérons, d'une manière générale, le développement de l'expression

$$[1 + \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha \cos x - 2\beta \cos y + 2\alpha\beta \cos (x - y)]^{-s},$$

ou

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s} (1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})^{-s}.$$

On aura, pour le premier facteur,

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s} = 1 + \frac{s}{1} (\alpha e^{ix} + \beta e^{iy}) + \frac{s (s + 1)}{1.2} (\alpha e^{ix} + \beta e^{iy})^2 + \cdots,$$

et une formule pareille pour le second. Effectuant le produit, et revenant des exponentielles imaginaires aux lignes trigonométriques, on obtient l'expression suivante, que nous limitons aux termes dont nous aurons besoin par la suite,

$$(26)\ldots \left\{ \begin{aligned} & (1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s} (1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})^{-s} \\ & = 1 + \left(\frac{s}{1}\right)^2 (\alpha^2 + \beta^2) + \left[\frac{s (s + 1)}{1.2}\right]^2 [(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2\alpha^2\beta^2] + \cdots \\ & + 2\alpha \cos x \left\{ \frac{s}{1} + \frac{s}{1} \cdot \frac{s (s+1)}{1.2} (\alpha^2 + 2\beta^2) + \frac{s (s+1)}{1.2} \frac{s (s+1)(s+2)}{1.2.3} [(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2\beta^2 (2\alpha^2 + \beta^2)] + \cdots \right\} \\ & + 2\beta \cos y \left\{ \frac{s}{1} + \frac{s}{1} \cdot \frac{s (s+1)}{1.2} (2\alpha^2 + \beta^2) + \frac{s (s+1)}{1.2} \frac{s (s+1)(s+2)}{1.2.3} [(\alpha^2 + \beta^2)^2 + 2\alpha^2 (\alpha^2 + 2\beta^2)] + \cdots \right\} \\ & + 2\alpha\beta \cos (x - y) \left\{ \left(\frac{s}{1}\right)^2 + 2 \left[\frac{s (s+1)}{1.2}\right]^2 (\alpha^2 + \beta^2) + 3 \left[\frac{s (s+1)(s+2)}{1.2.3}\right]^2 [(\alpha^2 + \beta^2)^2 + \alpha^2\beta^2] + \cdots \right\} \\ & + \text{etc.} \end{aligned} \right.$$

Le développement complet présente, outre les termes que nous venons d'indiquer, des termes contenant les cosinus des arcs $x + y$, $2x$, $2y$, $2x - y$, etc., c'est-à-dire qu'il est composé de termes renfermant chacun le cosinus d'un arc de la forme $mx + ny$, les quantités $m$ et $n$ pouvant prendre toutes les valeurs entières, positives et négatives, zéro compris. Désignons par $b^{(m, n)}$ le coefficient de $\cos (mx + ny)$; en admettant que l'on ait

$$b^{(-m, -n)} = b^{(m, n)},$$

on pourra mettre ce développement sous la forme

$$(a) \quad \ldots \quad (1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s}(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})^{-s} = \tfrac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{m=\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i}.$$

L'expression générale de $b^{(m,n)}$ serait compliquée : si l'on désigne par $m_1$ et $n_1$ les valeurs absolues de $m$ et $n$, par C un coefficient numérique dépendant de $s$, $m_1$ et $n_1$, et par $f_2$, $f_4$, ... des fonctions homogènes du deuxième degré, du quatrième, ..., elle sera de la forme

$$b^{(m,n)} = C\alpha^{m_1}\beta^{n_1}[1 + f_2(\alpha, \beta) + f_4(\alpha, \beta) + \cdots].$$

Les coefficients $b^{(m,n)}$ sont liés entre eux par diverses équations, analogues à celles que l'on connait pour le cas de $\beta = 0$, et qui s'établissent à peu près de la même manière. Nous en indiquerons quelques-unes.

Dans l'identité $(a)$, égalons les dérivées des deux membres, prises par rapport à la quantité $x$ : il vient la nouvelle identité

$$(b) \ldots s\alpha(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy})^{-s-1}\left[e^{ix}-e^{-ix}-\beta(e^{i(x-y)}-e^{-i(x-y)})\right] = \tfrac{1}{2}\sum\sum m b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i}.$$

Celle-ci, multipliée par

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy}),$$

donne, au moyen de $(a)$, l'identité

$$\begin{aligned} & s\alpha\left[e^{ix} - e^{-ix} - \beta(e^{i(x-y)} - e^{-i(x-y)})\right]\sum\sum b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i} \\ & = \left[1 + \alpha^2 + \beta^2 - \alpha(e^{ix} + e^{-ix}) - \beta(e^{iy} + e^{-iy}) + \alpha\beta(e^{i(x-y)} + e^{-i(x-y)}\right)\sum\sum m b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i}, \end{aligned}$$

d'où l'on déduit, en égalant les coefficients de l'exponentielle $e^{(mx+ny)i+i(x-y)}$ dans les deux membres, la relation suivante *entre sept coefficients voisins*

$$(A) \ldots \begin{cases} 0 = (m+s)\alpha\left[\beta b^{(m,n)} - b^{(m,n-1)}\right] - (m-s+2)\alpha\left[b^{(m+2,n-1)} - \beta b^{(m+2,n-2)}\right] \\ \quad - (m+1)\beta\left[b^{(m+1,n)} + b^{(m+1,n-2)}\right] + (m+1)(1+\alpha^2+\beta^2)\, b^{(m+1,n-1)}. \end{cases}$$

Comme vérification, si l'on fait $\beta = 0$ dans cette formule, il vient

$$0 = (m+s)\, b^{(m)} - (m+1)\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right) b^{(m+1)} + (m-s+2)\, b^{(m+2)},$$



ce qui est l'une des formes sous lesquelles peut se mettre la relation connue entre trois coefficients consécutifs du développement de $(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2)^{-s}$.

Si l'on considère ensuite la dérivée de $(a)$ par rapport à $y$, savoir

$$(c) \ldots \quad s\beta(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})^{-s-1}(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy})^{-s-1}\left[e^{iy}-e^{-iy}+\alpha\left(e^{i(x-y)}-e^{-i(x-y)}\right)\right]=\tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma n b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i},$$

et qu'on la traite de la même manière que $(b)$, elle conduira à la nouvelle relation

$$(B) \ldots \left\{ \begin{array}{l} 0=(n-s)\beta\left[\alpha b^{(m,n)}-b^{(m+1,n)}\right]-(n+s-2)\beta\left[b^{(m+1,n-2)}-\alpha b^{(m+2,n-2)}\right] \\ \quad -(n-1)\alpha\left[b^{(m,n-1)}+b^{(m+2,n-1)}\right]+(n-1)(1+\alpha^2+\beta^2)b^{(m+1,n-1)}. \end{array} \right.$$

La formule (B), qui est distincte de (A), peut s'en déduire par symétrie, en y permutant $\alpha$ et $\beta$ ainsi que $m$ et $n$, et changeant ensuite les signes de $m$ et $n$, avec égard à la relation

$$b^{(-m,-n)}=b^{(m,n)}.$$

Les sept coefficients qui entrent dans (B), étant précisément les mêmes que dans (A), on pourra, par l'élimination de l'un d'eux entre ces équations, obtenir, sous sept formes différentes, une relation *entre six coefficients seulement.* On obtient directement une autre relation de même espèce, en divisant l'une par l'autre les équations $(b)$ et $(c)$, et identifiant encore les coefficients de la même exponentielle $e^{(mx+ny)i+i(x-y)}$ dans l'équation qui en résulte. On a ainsi la nouvelle formule

$$(C) \ldots \quad 0=(m+n)\alpha\beta\left[b^{(m,n)}-b^{(m+2,n-2)}\right]-(n-1)\alpha\left[b^{(m,n-1)}-b^{(m+2,n-1)}\right]-(m+1)\beta\left[b^{(m+1,n)}-b^{(m+1,n-2)}\right],$$

qui ne contient que six coefficients, et qui, de plus, ne dépend pas de $s$.

On peut, par l'artifice suivant, obtenir des relations *entre cinq coefficients* seulement. Entre les équations $(b)$ et $(c)$ éliminons la quantité

$$(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})^{-s-1}(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy})^{-s};$$

il vient

$$s\alpha\beta\left[e^{i(x-y)}-e^{-i(x-y)}\right](1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})^{-s}(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy})^{-s-1}=\tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma\left(m\beta e^{iy}-n\alpha e^{ix}\right)b^{(m,n)}e^{(mx+ny)i},$$



ou bien, multipliant de part et d'autre par $1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy}$,

$$s\alpha\beta\left[e^{i(x-y)} - e^{-i(x-y)}\right]\Sigma\Sigma\, b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i} = (1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})\,\Sigma\Sigma\,(m\beta e^{iy} - n\alpha e^{ix})\, b^{(m,n)}\, e^{(mx+ny)i}.$$

Identifiant encore, dans cette égalité, les coefficients de la même exponentielle, on obtient la relation annoncée

$$(\mathrm{D}) \quad \ldots \quad \begin{cases} 0 = (n-s)\alpha\beta b^{(m,n)} - (n-1)\alpha b^{(m,n-1)} + (m+1)\beta b^{(m+1,n-2)} \\ \quad + \left[(n-1)\alpha^2 - (m+1)\beta^2\right] b^{(m+1,n-1)} - (m-s+2)\alpha\beta b^{(m+2,n-2)}. \end{cases}$$

Si l'on élimine, au contraire, entre $(b)$ et $(c)$ l'autre produit

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s}(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})^{-s-1},$$

on obtient la relation analogue

$$(\mathrm{E}) \quad \ldots \quad \begin{cases} 0 = (m+s)\alpha\beta b^{(m,n)} - (m+1)\beta b^{(m+1,n)} + (n-1)\alpha b^{(m+2,n-1)} \\ \quad - \left[(n-1)\alpha^2 - (m+1)\beta^2\right] b^{(m+1,n-1)} - (n+s-2)\alpha\beta b^{(m+2,n-2)}. \end{cases}$$

Chacune des formules (D), (E) contient cinq coefficients seulement, mais ces coefficients ne sont pas tous les mêmes; elles se déduiraient d'ailleurs l'une de l'autre, comme on a vu pour (A) et (B).

On peut observer, comme vérification partielle des formules (C), (D), (E), qu'on obtient la première en ajoutant membre à membre les deux autres. Observons encore que, pour établir ces trois formules, on a supposé $\alpha$ et $\beta$ différents de zéro, en sorte qu'on ne peut pas les appliquer aux coefficients du développement de l'expression

$$(1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2)^{-s}.$$

Il existe aussi des relations nombreuses entre *les coefficients relatifs à deux valeurs de* s *qui diffèrent d'une unité.*

Posons

$$(d) \quad \ldots \quad (1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})^{-s-1}(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})^{-s-1} = \tfrac{1}{2}\Sigma\Sigma\, c^{(m,n)}\, e^{(mx+ny)i}.$$

Si nous multiplions par

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy})(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy})$$

les deux membres de cette égalité, et si nous avons égard à l'égalité $(a)$, il vient

$$\Sigma\Sigma\, b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i} = \left[1 + \alpha^2 + \beta^2 - \alpha(e^{ix} + e^{-ix}) - \beta(e^{iy} + e^{-iy}) + \alpha\beta(e^{i(x-y)} + e^{-i(x-y)})\right]\Sigma\Sigma\, c^{(m,n)} e^{(mx+ny)i}.$$

On tire de là, en identifiant les coefficients de $e^{(mx+ny)i}$ dans les deux membres, la formule

$$\text{(F)} \quad \ldots\ldots \quad \left\{ \begin{aligned} b^{(m,n)} &= (1 + \alpha^2 + \beta^2) c^{(m,n)} + \alpha\beta\left[c^{(m-1,n+1)} + c^{(m+1,n-1)}\right] \\ &\quad - \alpha\left[c^{(m-1,n)} + c^{(m+1,n)}\right] - \beta\left[c^{(m,n-1)} + c^{(m,n+1)}\right], \end{aligned} \right.$$

qui exprime $b^{(m,n)}$ en fonction de sept coefficients de l'espèce $c^{(m,n)}$, et qui, pour $\beta = 0$, se réduit à une formule connue.

On obtient des résultats plus simples en considérant les dérivées de $(a)$ par rapport à $x$ et à $y$, savoir les équations $(b)$, $(c)$, et y introduisant les coefficients $c^{(m,n)}$ au moyen de $(d)$.

Il vient ainsi les deux formules

$$s\alpha\left[e^{ix} - e^{-ix} - \beta(e^{i(x-y)} - e^{-i(x-y)})\right]\Sigma\Sigma\, c^{(m,n)} e^{(mx+ny)i} = \Sigma\Sigma\, m b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i},$$

$$s\beta\left[e^{iy} - e^{-iy} + \alpha(e^{i(x-y)} - e^{-i(x-y)})\right]\Sigma\Sigma\, c^{(m,n)} e^{(mx+ny)i} = \Sigma\Sigma\, n b^{(m,n)} e^{(mx+ny)i},$$

d'où l'on déduit, par l'identification des coefficients de $e^{(mx+ny)i}$, les deux relations

$$\text{(G)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{m}{s\alpha} b^{(m,n)} = c^{(m-1,n)} - c^{(m+1,n)} - \beta\left[c^{(m-1,n+1)} - c^{(m+1,n-1)}\right],$$

$$\text{(H)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{n}{s\beta} b^{(m,n)} = c^{(m,n-1)} - c^{(m,n+1)} + \alpha\left[c^{(m-1,n+1)} - c^{(m+1,n-1)}\right].$$

Ces dernières, par leur combinaison, donnent encore la suivante

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots \quad (m + n) b^{(m,n)} = s\alpha\left[c^{(m-1,n)} - c^{(m+1,n)}\right] + s\beta\left[c^{(m,n-1)} - c^{(m,n+1)}\right].$$

Ainsi que cela doit être, la formule (G) reproduit, pour $\beta = 0$, une formule connue.



Il resterait à obtenir les formules inverses, exprimant $c^{(m,n)}$ en fonction des coefficients $b^{(m,n)}$.

Cherchons enfin les *expressions des dérivées, par rapport à $\alpha$ et à $\beta$, des coefficients* $\mathrm{b}^{(m,n)}$.

L'égalité $(a)$, différenciée par rapport à $\alpha$, donne

$$(e)\ldots\left\{\begin{aligned}&s\left[e^{ix}+e^{-ix}-2\alpha-\beta\left(e^{i(x-y)}+e^{-i(x-y)}\right)\right]\left(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy}\right)^{-s-1}\left(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy}\right)^{-s-1}\\&=\frac{1}{2}\Sigma\Sigma\frac{db^{(m,n)}}{d\alpha}e^{(mx+ny)i},\end{aligned}\right.$$

ce qu'on peut écrire, en introduisant les coefficients $c^{(m,n)}$,

$$s\left[e^{ix}+e^{-ix}-2\alpha-\beta\left(e^{i(x-y)}+e^{-i(x-y)}\right)\right]\Sigma\Sigma c^{(m,n)}e^{(mx+ny)i}=\Sigma\Sigma\frac{db^{(m,n)}}{d\alpha}e^{(mx+ny)i}.$$

On en déduit la relation

$$(\mathrm{J})\;\ldots\;\frac{1}{s}\frac{db^{(m,n)}}{d\alpha}=c^{(m-1,n)}+c^{(m+1,n)}-2\alpha c^{(m,n)}-\beta\left[c^{(m-1,n+1)}+c^{(m+1,n-1)}\right],$$

à laquelle on peut joindre celle-ci

$$(\mathrm{K})\;\ldots\;\frac{1}{s}\frac{db^{(m,n)}}{d\beta}=c^{(m,n+1)}+c^{(m,n-1)}-2\beta c^{(m,n)}-\alpha\left[c^{(m-1,n+1)}+c^{(m+1,n-1)}\right],$$

qui s'en déduit par symétrie, ou qu'on obtient directement en considérant la dérivée de $(a)$ par rapport à $\beta$.

Pour en obtenir d'autres, observons que la valeur de $\mathfrak{A}_0$ peut s'écrire

$$\frac{1}{\mathrm{A}^2}\mathfrak{A}_0=1-\beta\left(e^{iy}+e^{-iy}\right)+\beta^2-\alpha^2-\alpha\left[e^{ix}+e^{-ix}-2\alpha-\beta\left(e^{i(x-y)}+e^{-i(x-y)}\right)\right];$$

en sorte que l'expression

$$e^{ix}+e^{-ix}-2\alpha-\beta\left(e^{i(x-y)}+e^{-i(x-y)}\right),$$

qui figure dans l'équation $(e)$, peut être mise sous la forme

$$\frac{1-\beta\left(e^{iy}+e^{-iy}\right)+\beta^2-\alpha^2}{\alpha}-\frac{\mathfrak{A}^0}{\alpha\mathrm{A}^2},$$

ou bien

$$\frac{1-\beta(e^{iy}+e^{-iy})+\beta^2-\alpha^2}{\alpha}-\frac{1}{\alpha}(1-\alpha e^{ix}-\beta e^{iy})(1-\alpha e^{-ix}-\beta e^{-iy}).$$

En substituant dans ($e$) cette valeur, et introduisant à la fois les coefficients $b^{(m,n)}$ et $c^{(m,n)}$, on obtient l'identité

$$\frac{s}{\alpha}\left[1-\beta(e^{iy}+e^{-iy})+\beta^2-\alpha^2\right]\Sigma\Sigma\, c^{(m,n)}e^{(mx+ny)i}-\frac{s}{\alpha}\Sigma\Sigma\, b^{(m,n)}e^{(mx+ny)i}=\Sigma\Sigma\frac{db^{(m)}}{d\alpha}e^{(mx+ny)i},$$

et par suite la relation

$$(\text{L}) \quad \ldots \quad \frac{\alpha}{s}\frac{db^{(m,n)}}{d\alpha}=-\,b^{(m,n)}+(1+\beta^2-\alpha^2)\,c^{(m,n)}-\beta\left[c^{(m,n-1)}+c^{(m,n+1)}\right].$$

Ainsi que cela doit être, en faisant dans cette formule $\beta=0$, on retombe sur une formule connue.

Pour les dérivées relatives à $\beta$, on aura l'expression

$$(\text{M}) \quad \ldots \quad \frac{\beta}{s}\frac{db^{(m,n)}}{d\beta}=-\,b^{(m,n)}+(1+\alpha^2-\beta^2)\,c^{(m,n)}-\alpha\left[c^{(m-1,n)}+c^{(m+1,n)}\right],$$

qui peut s'obtenir directement, comme la précédente, ou bien s'en déduire par symétrie. Nous ne pouvons pas éliminer de ces formules les coefficients $c^{(m,n)}$, faute d'en connaître l'expression au moyen des coefficients $b^{(m,n)}$.

**13.** Considérons maintenant le développement de l'expression $\frac{1}{\Delta_{m,m'}}$, le dénominateur étant la distance de deux satellites qui appartiennent à des planètes différentes.

On a

$$\Delta^2_{m,m'}=(X'+x'-X-x)^2+(Y'+y'-Y-y)^2+(Z'+z'-Z-z)^2,$$

et cette expression, après avoir été transformée comme celle de $\Delta^2_{0,m'}$ au n° **11**, se mettra, comme celle-ci, sous la forme

$$\Delta^2_{m,m'}=\mathfrak{A}-\mathfrak{B};$$

pourvu que l'on pose,

$$\mathfrak{A} = R^2 + R'^2 + r^2 + r'^2 - 2RR'\cos(V - V') + 2Rr\cos(V - v) - 2Rr'\cos(V - v')$$
$$- 2R'r\cos(V' - v) + 2R'r'\cos(V' - v') - 2rr'\cos(v - v'),$$

$$\mathfrak{B} = \tfrac{1}{2}RR'\begin{bmatrix} -(\Phi^2 + \Phi'^2)\cos(V - V') + 2\Phi\Phi'\cos(V - V' - \Theta + \Theta') \\ + \Phi^2\cos(V + V' - 2\Theta) + \Phi'^2\cos(V + V' - 2\Theta') - 2\Phi\Phi'\cos(V + V' - \Theta - \Theta') \end{bmatrix}$$
$$- \tfrac{1}{2}Rr\,\big[-(\Phi^2 + \varphi^2)\cos(V - v) + \ldots\ldots\big]$$
$$+ \tfrac{1}{2}Rr'\,\big[-(\Phi^2 + \varphi'^2)\cos(V - v') + \ldots\ldots\big]$$
$$+ \tfrac{1}{2}R'r\,\big[-(\Phi'^2 + \varphi^2)\cos(V' - v) + \ldots\ldots\big]$$
$$- \tfrac{1}{2}R'r'\,\big[-(\Phi'^2 + \varphi'^2)\cos(V' - v') + \ldots\ldots\big]$$
$$+ \tfrac{1}{2}rr'\,\big[-(\varphi^2 + \varphi'^2)\cos(v - v') + \ldots\ldots\big].$$

Cette valeur de $\mathfrak{B}$ suppose que l'on se borne à conserver les secondes puissances des inclinaisons; comme elle est du second ordre, elle est très-petite par rapport à $\mathfrak{A}$, cette dernière quantité exprimant le carré de la distance des astres $m$, $m'$, dans l'hypothèse où les quatre corps M, M', $m$, $m'$ seraient situés dans le plan fixe mené par le soleil. Nous aurons donc, à ce degré d'approximation,

$$\frac{1}{\Delta_{m,m'}} = \mathfrak{A}^{-\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^{-\frac{3}{2}}\mathfrak{B},$$

comme précédemment; et tout se ramène encore à savoir développer les puissances de $\mathfrak{A}$, ou seulement celles de la quantité

$$\mathfrak{A}_0 = A^2 + A'^2 + a^2 + a'^2 - 2AA'\cos(L - L') + 2Aa\cos(L - l) - 2Aa'\cos(L - l')$$
$$- 2A'a\cos(L' - l) + 2A'a'\cos(L' - l') - 2aa'\cos(l - l'),$$

à laquelle elle se réduit quand on suppose nulles les excentricités.

Les planètes M, M' ayant ici le même rôle, il n'y a pas lieu, comme plus haut, à distinguer deux cas, selon que M est plus éloignée ou plus rapprochée du soleil que M'. Les formules obtenues pour l'un des deux cas donneraient, par permutation, celles qui conviennent à l'autre. Prenons pour M', par exemple, celle des deux planètes qui est la plus éloignée, et posons

$$\frac{A}{A'} = \alpha, \quad \frac{a}{A'} = \beta, \quad \frac{a'}{A'} = -\gamma, \qquad L - L' = x, \quad l - L' = y, \quad l' - L' = z;$$

d'où, pour les autres angles,

$$L - l = x - y, \quad l' - l = y - z, \quad l' - L = z - x:$$

la valeur de $\mathfrak{A}_0$ peut s'écrire

$$\mathfrak{A}_0 = A'^2(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy} - \gamma e^{iz})(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy} - \gamma e^{-iz}).$$

Nous sommes donc conduit à effectuer le développement de l'expression

$$(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy} - \gamma e^{iz})^{-s}(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy} - \gamma e^{-iz})^{-s},$$

encore plus générale que celle du n° 12. En procédant de la même manière, et limitant encore le développement aux termes dont nous aurons besoin par la suite, nous obtenons la formule

$$(27)\ldots\left\{\begin{aligned}
&(1 - \alpha e^{ix} - \beta e^{iy} - \gamma e^{iz})^{-s}(1 - \alpha e^{-ix} - \beta e^{-iy} - \gamma e^{-iz})^{-s}\\
&= 1 + \left(\frac{s}{1}\right)^2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \left[\frac{s(s+1)}{1.2}\right]^2[(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)^2 + 2(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)] + \cdots\\
&+ 2\alpha\cos x\left\{\frac{s}{1} + \frac{s}{1}\cdot\frac{s(s+1)}{1.2}(\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\gamma^2) + \frac{s(s+1)}{1.2}\,\frac{s(s+1)(s+2)}{1.2.3}[\cdots] + \cdots\right\}\\
&+ 2\beta\cos y\left\{\frac{s}{1} + \frac{s}{1}\cdot\frac{s(s+1)}{1.2}(2\alpha^2 + \beta^2 + 2\gamma^2) + \cdots\cdots\right\}\\
&+ 2\gamma\cos z\left\{\frac{s}{1} + \frac{s}{1}\cdot\frac{s(s+1)}{1.2}(2\alpha^2 + 2\beta^2 + \gamma^2) + \cdots\cdots\right\}\\
&+ 2\beta\gamma\cos(y - z)\left\{\left(\frac{s}{1}\right)^2 + 2\left[\frac{s(s+1)}{1.2}\right]^2(2\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) + \cdots\cdots\right\}\\
&+ 2\gamma\alpha\cos(z - x)\left\{\left(\frac{s}{1}\right)^2 + 2\left[\frac{s(s+1)}{1.2}\right]^2(\alpha^2 + 2\beta^2 + \gamma^2) + \cdots\cdots\right\}\\
&+ 2\alpha\beta\cos(x - y)\left\{\left(\frac{s}{1}\right)^2 + 2\left[\frac{s(s+1)}{1.2}\right]^2(\alpha^2 + \beta^2 + 2\gamma^2) + \cdots\cdots\right\}\\
&+ \text{etc.}
\end{aligned}\right.$$

Le développement complet se compose d'une infinité de termes, dont chacun contient le cosinus d'un arc de la forme $mx + ny + pz$, les quantités $m$, $n$, $p$ prenant toutes les valeurs entières, positives, nulles ou négatives. Si $b^{(m,n,p)}$ est le coefficient, et que l'on convienne de faire

$$b^{(-m,-n,-p)} = b^{(m,n,p)},$$

le développement pourra se représenter par la formule

$$\tfrac{1}{2}\sum_{m=-\infty}^{m=\infty}\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}\sum_{p=-\infty}^{p=\infty} b^{(m,n,p)}\, e^{(mx+ny+pz)i}.$$

La valeur générale de $b^{(m,n,p)}$ est de la forme

$$b^{(m,n,p)} = C\alpha^{m_1}\beta^{n_1}\gamma^{p_1}\left[1 + f_2(\alpha,\beta,\gamma) + f_4(\alpha,\beta,\gamma) + \cdots\right],$$

C étant un coefficient numérique, $m_1$, $n_1$, $p_1$ les valeurs absolues de $m, n, p$, et $f_2$, $f_4$, ... des fonctions homogènes, du deuxième degré, du quatrième, etc. Les propriétés dont jouissent ces nouveaux coefficients pourraient s'étudier comme on a étudié au n° 12 celles des coefficients $b^{(m,n)}$.

**14.** Nous avons maintenant à examiner, dans les fonctions W et $w$, les termes qui dépendent des aplatissements. Ils se ramènent à deux types différents, pour lesquels nous choisirons ceux que fournit l'action de la planète M′ sur la planète M ; savoir

$$\frac{f}{M}\Gamma^{(0,1)},\quad \frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} + Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'} + Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}\right).$$

On a (n° 7)

$$\Gamma^{(0,1)} = \tfrac{3}{2}M'\frac{\varepsilon^{(0)}}{\Delta_{0,1}^3}\left(\tfrac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(0,1)}\right) + \tfrac{3}{2}M\frac{\varepsilon^{(1)}}{\Delta_{0,1}^3}\left(\tfrac{1}{3} - \cos^2\gamma^{(1,0)}\right);$$

et, comme on sait développer le facteur $\frac{1}{\Delta_{0,1}^3}$, il suffit de s'occuper des deux quantités $\cos^2\gamma^{(0,1)}$, $\cos^2\gamma^{(1,0)}$.

Par définition, $\gamma^{(0,1)}$ est l'angle que fait l'axe de rotation de M avec la droite allant du centre de gravité de M à celui de M′. Les *cosinus directeurs* du demi-axe positif de la rotation de M sont

$$\sin\Omega\sin\Psi,\quad \sin\Omega\cos\Psi,\quad \cos\Omega;$$

ceux de la droite MM′ :

$$\frac{X'-X}{\Delta_{0,1}},\quad \frac{Y'-Y}{\Delta_{0,1}},\quad \frac{Z'-Z}{\Delta_{0,1}}.$$

Par suite, on aura

$$(28)\quad . \quad . \quad \cos\gamma^{(0,1)} = \frac{(X'-X)\sin\Omega\sin\Psi + (Y'-Y)\sin\Omega\cos\Psi + (Z'-Z)\cos\Omega}{\Delta_{0,1}}.$$

Remplaçons, dans cette expression, les coordonnées X, Y, Z, X′, Y′, Z′ par leurs valeurs prises dans le mouvement elliptique, savoir, lorsqu'on se borne à la seconde puissance de l'inclinaison :

$$(29)\quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \begin{cases} X = R\left[\cos V + \frac{1}{2}\Phi^2\sin(V-\Theta)\sin\Theta\right], \\ Y = R\left[\sin V - \frac{1}{2}\Phi^2\sin(V-\Theta)\cos\Theta\right], \\ Z = R\Phi\sin(V-\Theta); \end{cases}$$

et des valeurs toutes pareilles pour X′, Y′, Z′. Il vient ainsi

$$(30)\ldots\begin{cases} \cos\gamma^{(0,1)} = \dfrac{R'}{\Delta_{0,1}}\left[\sin\Omega\sin(V'+\Psi) + \Phi'\cos\Omega\sin(V'-\Theta') - \frac{1}{2}\Phi'^2\sin\Omega\sin(V'-\Theta')\cos(\Theta'+\Psi)\right] \\ \qquad - \dfrac{R}{\Delta_{0,1}}\left[\sin\Omega\sin(V+\Psi) + \Phi\cos\Omega\sin(V-\Theta) - \frac{1}{2}\Phi^2\sin\Omega\sin(V-\Theta)\cos(\Theta+\Psi)\right], \end{cases}$$

expression dans laquelle il ne reste plus qu'à remplacer R, V, R′, V′ par leurs valeurs du mouvement elliptique, et à développer le facteur $\frac{1}{\Delta_{0,1}}$.

L'angle désigné par $\gamma^{(1,0)}$ étant celui que fait l'axe de rotation de M′ avec la droite M′M, de direction opposée à MM′, on obtiendra $\cos\gamma^{(1,0)}$ en remplaçant, dans la formule (30), $\Omega$ et $\Psi$ par $\Omega'$ et $\Psi'$, et changeant les signes du second membre.

On pourra déduire aussi, de la formule (30), le cosinus de l'un quelconque des autres angles $\gamma$ : seulement le nombre des parties dont se compose le second membre, qui est ici 2, et qui sera encore 2 pour le cas de deux satellites d'une même planète, et aussi pour le cas du soleil avec un satellite, se réduit à 1 quand il s'agit du soleil avec une planète ou d'une planète avec un de ses satellites ; il s'élève, au contraire, à 3, s'il s'agit d'une planète et d'un satellite d'une autre planète, et va jusqu'à 4 pour deux satellites de planètes différentes. On trouvera aisément, dans chaque cas particulier, l'expression qu'il faut prendre ; si, par exemple, on veut obtenir

$\cos\gamma^{(0,m')}$, on observera que les cosinus directeurs de la droite $Mm'$ sont $\frac{X'+x'-X}{\Delta_{0,m'}}$, ..., et l'on aura immédiatement la formule

$$\begin{aligned}\cos\gamma^{(0,m')} = & \frac{R'}{\Delta_{0,m'}}\left[\sin\Omega\sin(V'+\Psi)+\Phi'\cos\Omega\sin(V'-\Theta')-\cdots\right]\\ & +\frac{r'}{\Delta_{0,m'}}\left[\sin\Omega\sin(v'+\Psi)+\varphi'\cos\Omega\sin(v'-\theta')-\cdots\right]\\ & -\frac{R}{\Delta_{0,m'}}\left[\sin\Omega\sin(V+\Psi)+\Phi\cos\Omega\sin(V-\Theta)-\cdots\right].\end{aligned}$$

Si l'angle $\Omega$ est du même ordre de grandeur que les inclinaisons $\Phi$ et $\Phi'$, la formule (30) se réduit, quand on néglige les termes du troisième degré, à l'expression plus simple

$$(31)\ldots\cos\gamma^{(0,1)} = \frac{R'}{\Delta_{0,1}}\left[\Omega\sin(V'+\Psi)+\Phi'\sin(V'-\Theta')\right]-\frac{R}{\Delta_{0,1}}\left[\Omega\sin(V+\Psi)+\Phi\sin(V-\Theta)\right].$$

On aura pour $\cos\gamma^{(1,0)}$ une expression toute pareille, si l'on peut regarder l'angle $\Omega'$ comme étant aussi du même ordre que $\Phi$ et $\Phi'$. Dans cette double hypothèse, l'expression de $\Gamma^{(0,1)}$ deviendra

$$(32)\ldots\left\{\begin{aligned}\Gamma^{(0,1)} = & \frac{1}{2}\frac{M'\varepsilon^{(0)}+M\varepsilon^{(1)}}{\Delta^3_{0,1}}\\ & -\frac{3}{2}M'\varepsilon^{(0)}\frac{\left\{R'\left[\Omega\sin(V'+\Psi)+\Phi'\sin(V'-\Theta')\right]-R\left[\Omega\sin(V+\Psi)+\Phi\sin(V-\Theta)\right]\right\}^2}{\Delta^5_{0,1}}\\ & -\frac{3}{2}M\varepsilon^{(1)}\frac{\left\{R'\left[\Omega'\sin(V'+\Psi')+\Phi'\sin(V'-\Theta')\right]-R\left[\Omega'\sin(V+\Psi')+\Phi\sin(V-\Theta)\right]\right\}^2}{\Delta^5_{0,1}}.\end{aligned}\right.$$

On obtiendrait d'une manière analogue le développement des autres fonctions $\Gamma$. On peut même, par de simples échanges de lettres, déduire, du développement précédent, celui d'une fonction telle que $\Gamma^{(m,m_1)}$, qui se rapporte à deux satellites d'une même planète, et encore celui d'une fonction telle que $\Gamma^{(m)}$ relative au groupe du soleil et d'un satellite. On aura des formules plus simples pour les fonctions telles que $\Gamma^{(0)}$ ou $\Gamma^{(0,m)}$, qui se rapportent au groupe du soleil et d'une planète, ou à celui d'une planète et de l'un de ses satellites, et, au contraire, plus compliquées pour les fonctions $\Gamma^{(0,m')}$, $\Gamma^{(m,m')}$, qui se rapportent au groupe d'une planète et d'un satellite d'une autre planète ou à celui de deux satellites de planètes différentes. Le plus

ou moins de complication résulte du nombre plus ou moins grand d'astres dont on doit considérer les coordonnées. Nous allons, comme exemple, considérer la fonction $\Gamma^{(1)}$, pour obtenir le développement de l'expression

$$\frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'}+Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'}+Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}\right).$$

On a (n° 7)

$$\Gamma^{(1)}=\frac{3}{2}M'\frac{\varepsilon^{(0)}}{R'^3}\left(\frac{1}{3}-\cos^2\gamma^{(0,1)}\right)+\frac{3}{2}\mathfrak{M}\frac{\varepsilon^{(1)}}{R'^3}\left(\frac{1}{3}-\cos^2\gamma^{(1,0)}\right).$$

Les coordonnées $X', Y', Z'$ entrent d'abord dans le dénominateur $R'^3$, à cause de la relation

$$R'^2=X'^2+Y'^2+Z'^2;$$

elles entrent aussi dans les quantités $\cos\gamma^{(0,1)}$, $\cos\gamma^{(1,0)}$ dont les expressions, déduites immédiatement de la formule (28) par analogie, sont

$$\cos\gamma^{(0,1)}=\frac{X'\sin\omega_0\sin\psi_0+Y'\sin\omega_0\cos\psi_0+Z'\cos\omega_0}{R'},$$

$$\cos\gamma^{(1,0)}=-\frac{X'\sin\Omega'\sin\Psi'+Y'\sin\Omega'\cos\Psi'+Z'\cos\Omega'}{R'}.$$

L'expression de $\Gamma^{(1)}$ peut être mise sous la forme suivante

$$\begin{aligned}\Gamma^{(1)}=\frac{1}{2}\,\frac{M'\varepsilon^{(0)}+\mathfrak{M}\varepsilon^{(1)}}{R'^3}&-\frac{3}{2}M'\frac{\varepsilon^{(0)}}{R'^5}(X'\sin\omega_0\sin\psi_0+Y'\sin\omega_0\cos\psi_0+Z'\cos\omega_0)^2\\&-\frac{3}{2}M\frac{\varepsilon^{(1)}}{R'^5}(X'\sin\Omega'\sin\Psi'+Y'\sin\Omega'\cos\Psi'+Z'\cos\Omega')^2;\end{aligned}$$

d'où l'on déduit

$$(33)\ldots\left\{\begin{aligned}&X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'}+Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'}+Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}\\&=-\frac{3}{2}(M'\varepsilon^{(0)}+\mathfrak{M}\varepsilon^{(1)})\frac{XX'+YY'+ZZ'}{R'^5}\\&+\frac{15}{2}M'\varepsilon^{(0)}\frac{XX'+YY'+ZZ'}{R'^7}(X'\sin\omega_0\sin\psi_0+Y'\sin\omega_0\cos\psi_0+Z'\cos\omega_0)^2\\&+\frac{15}{2}\mathfrak{M}\varepsilon^{(1)}\frac{XX'+YY'+ZZ'}{R'^7}(X'\sin\Omega'\sin\Psi'+Y'\sin\Omega'\cos\Psi'+Z'\cos\Omega')^2\\&-3M'\frac{\varepsilon^{(0)}}{R'^5}(X\sin\omega_0\sin\psi_0+Y\sin\omega_0\cos\psi_0+Z\cos\omega_0)(X'\sin\omega_0\sin\psi_0+Y'\sin\omega_0\cos\psi_0+Z'\cos\omega_0)\\&-3\mathfrak{M}\frac{\varepsilon^{(1)}}{R'^5}(X\sin\Omega'\sin\Psi'+Y\sin\Omega'\cos\Psi'+Z\cos\Omega')(X'\sin\Omega'\sin\Psi'+Y'\sin\Omega'\cos\Psi'+Z'\cos\Omega').\end{aligned}\right.$$

On peut remplacer, dans le second membre de cette expression, les coordonnées X, Y, Z, X′, Y′, Z′ par leurs valeurs : le résultat est assez compliqué, mais il se simplifie notablement si l'on suppose les angles $\omega_{,}$, $\Omega$, $\Omega'$ du même ordre de grandeur que les inclinaisons, et si l'on se borne au second degré par rapport à ces diverses quantités. La valeur de l'expression $XX' + YY' + ZZ'$ a été obtenue déjà (n° 11, formule (25)) à ce degré d'approximation, mais c'est pour la première partie seulement qu'on devra la prendre complète : pour les deux parties suivantes, le facteur par lequel elle est multipliée étant déjà du second degré, on la réduira au seul terme $RR' \cos(V - V')$. Il vient ainsi

$$(34)\ldots\left\{\begin{aligned}
& X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} + Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'} + Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'} \\
&= -\frac{3}{2}(M'\varepsilon^{(1)} + \mathfrak{M}\varepsilon^{(1)})\frac{R}{R'^4}\left[\begin{aligned}&\cos(V-V') - \frac{1}{4}(\Phi^2+\Phi'^2)\cos(V-V') + \frac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(V-V'-\Theta+\Theta') \\ &+\frac{1}{4}\Phi^2\cos(V+V'-2\Theta) + \frac{1}{4}\Phi'^2\cos(V+V'-2\Theta') - \frac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(V+V'-\Theta-\Theta')\end{aligned}\right] \\
&+ \frac{15}{2}M'\varepsilon^{(1)}\,\frac{R\cos(V-V')}{R'^4}\left[\omega_{,}\sin(V'+\psi_{,}) + \Phi'\sin(V'-\Theta')\right]^2 \\
&+ \frac{15}{2}\mathfrak{M}\varepsilon^{(1)}\,\frac{R\cos(V-V')}{R'^4}\left[\Omega'\sin(V'+\Psi') + \Phi'\sin(V'-\Theta')\right]^2 \\
&- 3M'\varepsilon^{(1)}\,\frac{R}{R'^4}\left[\omega_{,}\sin(V+\psi_{,}) + \Phi\sin(V-\Theta)\right]\left[\omega_{,}\sin(V'+\psi_{,}) + \Phi'\sin(V'-\Theta')\right] \\
&- 3\mathfrak{M}\varepsilon^{(1)}\,\frac{R}{R'^4}\left[\Omega'\sin(V+\Psi') + \Phi\sin(V-\Theta)\right]\left[\Omega'\sin(V'+\Psi') + \Phi'\sin(V'-\Theta')\right].
\end{aligned}\right.$$

Les expressions, analogues à celle-ci, que contiennent les deux fonctions perturbatrices W et *w*, se développeront de la même manière. Il suffira de quelques échanges de lettres pour déduire immédiatement, de (34), les développements des quantités

$$X\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dx} + Y\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dy} + Z\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dz},$$

$$x\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dx_1} + y\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dy_1} + z\frac{d\Gamma^{(0,m_1)}}{dz_1},$$

$$x\frac{d\Gamma^{(0)}}{dX} + y\frac{d\Gamma^{(0)}}{dY} + z\frac{d\Gamma^{(0)}}{dZ},$$

où la fonction Γ que l'on considère se rapporte encore, soit au groupe du soleil et d'une planète, soit à celui d'une planète et de l'un de ses satellites.

Pour les deux expressions suivantes

$$X\frac{d\Gamma^{(m')}}{dx'} + Y\frac{d\Gamma^{(m')}}{dy'} + Z\frac{d\Gamma^{(m')}}{dz'},$$

$$x\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dX'} + y\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dY'} + z\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dZ'},$$

le développement sera plus compliqué, parce que les fonctions Γ y introduisent, outre les coordonnées de M ou $m$, celle de deux autres astres; il le sera encore plus pour la dernière

$$x\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dx'} + y\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dy'} + z\frac{d\Gamma^{(0,m')}}{dz'},$$

où la fonction $\Gamma^{(0,m')}$ introduit à la fois les coordonnées de M, de M′ et de $m'$. Mais la marche à suivre est toujours la même.

Quant aux fonctions U, comme chacune d'elles est, à un facteur près, une partie de la fonction Γ correspondante, leur développement n'a pas besoin d'être considéré à part.

## § V.

### ÉQUATIONS RELATIVES AUX DÉPLACEMENTS SÉCULAIRES DES PLANS DES ORBITES ET DES ÉQUATEURS.

**15.** Comme application des formules qui précèdent, proposons-nous de former les équations différentielles qui régissent les déplacements séculaires des plans des orbites et des équateurs, pour chacun des corps du système solaire. Ces équations se rapporteront à cinq types différents, selon qu'il s'agira de l'orbite d'une planète, de l'orbite d'un satellite, de l'équateur du soleil, de celui d'une planète, ou enfin de celui d'un satellite.

Nous négligerons, dans ces équations, les termes qui seraient du troisième degré par rapport aux excentricités et aux inclinaisons des orbites, ce qui revient à négliger entièrement les excentricités ; nous admettrons de plus, pour obtenir des résultats simples, que l'on puisse se borner aussi à conserver les carrés des inclinaisons des équateurs sur le plan fixe : l'erreur résultant de cette hypothèse sera atténuée par cette circonstance que les termes ainsi altérés contiennent toujours un facteur du même ordre que l'aplatissement du corps dont il s'agit.

A ce degré d'approximation, on obtient les déplacements du plan de l'orbite de la planète M, au moyen des deux équations simples

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{NA^2}\frac{1}{\Phi}\frac{dW}{d\Theta}, \quad \frac{d\Theta}{dt} = \frac{1}{NA^2}\frac{1}{\Phi}\frac{dW}{d\Phi},$$

N étant le moyen mouvement de cette planète.

Posons

$$P = \Phi \sin \Theta, \quad Q = \Phi \cos \Theta;$$

ces deux équations se transforment en celles-ci :

$$(35) \quad \ldots\ldots \quad \frac{dP}{dt} = \frac{1}{NA^2}\frac{dW}{dQ}, \quad \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{NA^2}\frac{dW}{dP},$$

où il faudra introduire, dans les diverses parties de W, les nouvelles variables P, Q, en même temps que les variables analogues $P'$, $Q'$, $p$, $q$, ..., relatives aux orbites de $M'$, de $m$,... Nous y introduirons également, au lieu des quantités $\Omega$, $\Psi$, $\omega_{\prime}$, $\psi_{\prime}$, $\omega$, $\psi$, ... qui déterminent l'orientation des divers équateurs, les variables G, H, $g_{\prime}$, $h_{\prime}$, $g$, $h$, ... définies par les relations

$$G = \Omega \sin \Psi, \quad g_{\prime} = \omega_{\prime} \sin \psi_{\prime}, \quad g = \omega \sin \psi, \ \ldots$$
$$H = -\Omega \cos \Psi, \quad h_{\prime} = -\omega_{\prime} \cos \psi_{\prime}, \quad h = -\omega \cos \psi, \ \ldots$$



### *Équations relatives à l'orbite de* M.

**16.** Cela posé, cherchons successivement les termes qu'amèneront, dans les équations (35), les diverses parties de la fonction W, réduites chacune à ses termes non périodiques.

Considérons, en premier lieu, tout ce qui est indépendant des aplatissements.

La partie de W, qui est due à l'action de la planète M', est

$$fM'\left(\frac{1}{\Delta_{0,1}} - \frac{XX' + YY' + ZZ'}{R'^3}\right);$$

c'est le type habituel de la fonction perturbatrice; elle donne, comme on sait, les termes

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \frac{dP}{dt} = (0,1)(Q' - Q), \quad \frac{dQ}{dt} = -(0,1)(P' - P),$$

en posant, si A surpasse A',

$$(0,1) = \frac{3}{4}\frac{M'}{\mathfrak{M} + M} N \frac{A'^2}{A^2}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{A'^2}{A^2} + \ldots\right)$$

ou bien, si A' surpasse A,

$$(0,1) = \frac{3}{4}\frac{M'}{\mathfrak{M} + M} N \frac{A^3}{A'^3}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{A^2}{A'^2} + \ldots\right).$$

L'action du satellite $m$ donne, dans W, les termes

$$fm\left(\frac{1}{\Delta_m} + \frac{Xx + Yy + Zz}{r^3}\right).$$

On sait que l'expression $\frac{Xx + Yy + Zz}{r^3}$ ne contient pas de termes non périodiques; et, quant à l'expression $\frac{1}{\Delta_m}$, elle est tout à fait de même forme que $\frac{1}{\Delta_{0,1}}$; ce que l'on voit en écrivant la valeur de $\Delta_m^2$ sous la forme suivante

$$\Delta_m^2 = [x - (-X)]^2 + [y - (-Y)]^2 + [z - (-Z)]^2.$$

On obtiendra donc les nouveaux termes

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{dP}{dt} = (0, m)(q - Q), \quad \frac{dQ}{dt} = -(0, m)(p - P),$$

en posant

$$(0, m) = \frac{3}{4}\,\frac{m}{\mathfrak{M} + M}\,N\,\frac{a^2}{A^2}\left(1 + \frac{15}{8}\,\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right).$$

Prenons maintenant les termes

$$fm'\left[\frac{1}{\Delta_{0,m'}} - \frac{X(X' + x') + Y(Y' + y') + Z(Z' + z')}{\Delta_{m'}^3}\right],$$

dus à l'action du satellite $m'$. La seconde partie de la parenthèse n'a pas besoin d'être considérée ici : on ne peut pas, il est vrai, prouver par les moyens ordinaires, qu'elle soit uniquement composée de termes périodiques, parce que $\Delta_{m'}$ n'est pas le rayon vecteur d'une orbite elliptique; mais on reconnaît aisément qu'elle *n'a pas de termes non périodiques, indépendants des excentricités*.

En effet, d'après les formules du n° 11, le numérateur peut s'écrire, quand on y néglige les excentricités, et qu'on s'y borne au second degré des inclinaisons :

$$\begin{aligned} &X(X' + x') + Y(Y' + y') + Z(Z' + z') \\ &= AA'\left[\begin{aligned} &\cos(L - L') - \tfrac{1}{4}(\Phi^2 + \Phi'^2)\cos(L - L') + \tfrac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(L - L' - \Theta + \Theta') \\ &+ \tfrac{1}{4}\Phi^2\cos(L + L' - 2\Theta) + \tfrac{1}{4}\Phi'^2\cos(L + L' - 2\Theta') - \tfrac{1}{2}\Phi\Phi'\cos(L + L' - \Theta - \Theta') \end{aligned}\right] \\ &+ Aa'\left[\cos(L - l') - \tfrac{1}{4}(\Phi^2 + \varphi'^2)\cos(L - l') + \text{etc.}\right]: \end{aligned}$$

tous les termes de cette expression sont périodiques, et leurs arguments dépendent soit de L et $L'$, soit de L et $l'$.

D'autre part, le développement du facteur $\frac{1}{\Delta_{m'}^3}$ (que l'on peut conclure de celui de $\Delta_{0,m'}^{-1}$, examiné précédemment aux n$^{os}$ 11 et 12, en y faisant $R = 0$ et par suite $A = 0$) se compose d'un terme constant et d'une suite de termes périodiques, dont les arguments dépendent exclusivement, soit de $L'$, soit de $l'$, soit de $L'$ et $l'$. Il ne pourra donc y avoir, dans le produit des deux expressions, aucun terme non périodique.



Quant au terme $\frac{1}{\Delta_{0,m'}}$, qui a été mis, au n° 11, sous la forme

$$\frac{1}{\Delta_{0,m'}} = \mathfrak{A}^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\mathfrak{A}^{-\frac{3}{2}}\mathfrak{B},$$

il nous suffit ici d'en connaître la partie non périodique dépendante des inclinaisons; nous prendrons donc simplement

$$\frac{1}{\Delta_{0,m'}} = \frac{1}{2}\mathfrak{A}_0{}^{-\frac{3}{2}}\mathfrak{B},$$

et comme la quantité $\mathfrak{B}$ n'a pas de terme constant, nous chercherons, pour les combiner, les termes de $\mathfrak{A}_0^{-\frac{3}{2}}$ et de $\mathfrak{B}$ qui présentent le même argument.

Les arguments communs sont exclusivement

$$\text{L} - \text{L}', \quad \text{L} - l', \quad \text{L}' - l';$$

car $\mathfrak{A}_0^{-\frac{3}{2}}$ ne contient que des combinaisons de multiples de ces trois angles, et aucune combinaison ne peut donner les angles $\text{L} + \text{L}'$, $\text{L} + l'$, $\text{L}' + l'$ que $\mathfrak{B}$ présente en outre.

Nous prendrons en conséquence, pour $\mathfrak{B}$, la valeur réduite

$$(36) \ldots \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{B} &= \tfrac{1}{2}\text{AA}'\left[-(\Phi^2 + \Phi'^2)\cos(\text{L} - \text{L}') + 2\Phi\Phi'\cos(\text{L} - \text{L}' - \Theta + \Theta')\right] \\ &+ \tfrac{1}{2}\text{A}a'\left[-(\Phi^2 + \varphi'^2)\cos(\text{L} - l') + 2\Phi\varphi'\cos(\text{L} - l' - \Theta + \theta')\right] \\ &- \tfrac{1}{2}\text{A}'a'\left[-(\Phi'^2 + \varphi'^2)\cos(\text{L}' - l') + 2\Phi'\varphi'\cos(\text{L}' - l' - \Theta' + \theta')\right], \end{aligned} \right.$$

où l'on pourrait, si l'on n'avait en vue que le calcul actuel, supprimer encore la dernière ligne, puisqu'elle ne contient ni $\Phi$ ni $\Theta$.

Supposons, en premier lieu, que l'on ait $\text{A} < \text{A}'$ : on déduit de la formule (26), en ne prenant que les termes dépendants des trois arguments communs,

$$\frac{1}{2}\mathfrak{A}_0{}^{-\frac{3}{2}} = \frac{3}{2\text{A}^3}\left\{ \begin{aligned} &\frac{\text{A}'}{\text{A}}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{\text{A}'^2 + 2a'^2}{\text{A}^2} + \cdots\right)\cos(\text{L} - \text{L}') \\ &+ \frac{a'}{\text{A}}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{2\text{A}'^2 + a'^2}{\text{A}^2} + \cdots\right)\cos(\text{L} - l') \\ &+ \frac{5}{2}\frac{\text{A}'a'}{\text{A}^2}\left(1 + \frac{25}{8}\frac{\text{A}'^2 + a'^2}{\text{A}^2} + \cdots\right)\cos(\text{L}' - l') \end{aligned} \right\};$$

par suite,

$$(37)\ \ldots\ \left\{\begin{aligned}\frac{1}{2}\mathfrak{A}_0^{-\frac{3}{2}}\mathfrak{B} = &-\frac{3}{8}\frac{A'^2}{A^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{A'^2+2a'^2}{A^2}+\cdots\right)\left[\Phi^2+\Phi'^2-2\Phi\Phi'\cos(\Theta-\Theta')\right]\\ &-\frac{3}{8}\frac{a'^2}{A^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A'^2+a'^2}{A^2}+\cdots\right)\left[\Phi^2+\varphi'^2-2\Phi\varphi'\cos(\Theta-\theta')\right]\\ &+\frac{9}{16}\frac{A'^2a'^2}{A^5}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\cdots\right)\left[\Phi'^2+\varphi'^2-2\Phi'\varphi'\cos(\Theta'-\theta')\right].\end{aligned}\right.$$

Il suffit de prendre, dans cette expression, les termes contenant $\Phi$ ou $\Theta$. Remplaçant les quantités

$$\Phi^2-2\Phi\Phi'\cos(\Theta-\Theta'),\quad \Phi^2-2\Phi\varphi'\cos(\Theta-\theta'),$$

par les quantités égales

$$P^2+Q^2-2PP'-2QQ',\quad P^2+Q^2-2Pp'-2Qq',$$

on obtient le nouveau groupe de termes

$$(\text{III})\ \ldots\ldots\ \left\{\begin{aligned}\frac{dP}{dt}&=(0,m')(q'-Q)+(0,1,m')(Q'-Q),\\ \frac{dQ}{dt}&=-(0,m')(p'-P)-(0,1,m')(P'-P),\end{aligned}\right.$$

en posant

$$(0,m')=\frac{3}{4}\frac{m'N}{\mathfrak{M}+M}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A'^2+a'^2}{A^2}+\cdots\right),$$

$$(0,1,m')=\frac{3}{4}\frac{m'N}{\mathfrak{M}+M}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{15}{8}\frac{A'^2+2a'^2}{A^2}+\cdots\right).$$

Si l'on a, au contraire, $A'>A$, la même formule (26) donne, en y faisant $\alpha=\frac{A}{A'}$, $\beta=-\frac{a'}{A'}$,

$$\frac{1}{2}\mathfrak{A}_0^{-\frac{3}{2}}=\frac{3}{2A'^3}\left\{\begin{aligned}&\frac{A}{A'}\left(1+\frac{15}{8}\frac{A^2+2a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\cos(L-L')\\ &-\frac{a'}{A'}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A^2+a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\cos(L'-l')\\ &-\frac{3}{2}\frac{Aa'}{A'^2}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A^2+a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\cos(L-l')\end{aligned}\right\}.$$

Par suite on aura, au lieu de (37), l'expression

$$
(37^{bis})\ldots\left\{\begin{aligned}
\frac{1}{2}\mathfrak{A}_0-\tfrac{3}{2}\mathfrak{B}= &-\frac{3}{8}\frac{A^2}{A'^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{A^2+2a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\left[\Phi^2+\Phi'^2-2\Phi\Phi'\cos(\Theta-\Theta')\right]\\
&+\frac{9}{16}\frac{A^2a'^2}{A'^5}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A^2+a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\left[\Phi^2+\varphi'^2-2\Phi\varphi'\cos(\Theta-\theta')\right]\\
&-\frac{3}{8}\frac{a'^2}{A'^2}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A^2+a'^2}{A'^2}+\cdots\right)\left[\Phi'^2+\varphi'^2-2\Phi'\varphi'\cos(\Theta'-\theta')\right].
\end{aligned}\right.
$$

Les termes qui en résulteront, pour $\frac{dP}{dt}$ et $\frac{dQ}{dt}$, seront encore de la forme (III); mais les coefficients auront maintenant les valeurs

$$
(0,m')=-\frac{9}{8}\frac{m'N}{\mathfrak{M}+M}\frac{A^3}{A'^3}\frac{a'^2}{A'^2}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A^2+a'^2}{A'^2}+\cdots\right),
$$

$$
(0,1,m')=\frac{3}{4}\frac{m'N}{\mathfrak{M}+M}\frac{A^3}{A'^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{A^2+2a'^2}{A'^2}+\cdots\right).
$$

**17.** Considérons actuellement les parties de W qui dépendent des aplatissements, et en premier lieu celle qui est relative au soleil; savoir

$$
f\left(\frac{1}{M}+\frac{1}{\mathfrak{M}}\right)\Gamma^{(0)}.
$$

On a posé

$$
\Gamma^{(0)}=\frac{3}{2}\mathfrak{M}\frac{\varepsilon^{(0)}}{R^3}\left(\frac{1}{3}-\cos^2\gamma^{(0,s)}\right)+\frac{3}{2}M\frac{\varepsilon^{(s)}}{R^3}\left(\frac{1}{3}-\cos^2\gamma^{(s,0)}\right).
$$

Puisque nous négligeons les excentricités, $R^3$ devient la constante $A^3$, et la formule se réduit à

$$
\Gamma^{(0)}=-\frac{3}{2}\frac{\mathfrak{M}\varepsilon^{(0)}}{A^3}\cos^2\gamma^{(0,s)}-\frac{3}{2}\frac{M\varepsilon^{(s)}}{A^3}\cos^2\gamma^{(s,0)}.
$$

On a d'ailleurs, d'après le n° 14,

$$
\begin{aligned}
\cos\gamma^{(s,0)}&=\omega_s\sin(L+\psi_s)+\Phi\sin(L-\Theta),\\
\cos\gamma^{(0,s)}&=-\left[\Omega\sin(L+\Psi)+\Phi\sin(L-\Theta)\right];
\end{aligned}
$$

d'où l'on déduit, en rejetant les termes périodiques,

$$
\cos^2\gamma^{(s,0)}=\tfrac{1}{2}\omega_s^2+\tfrac{1}{2}\Phi^2+\omega_s\Phi\cos(\Theta+\Psi);
$$

ou bien, introduisant les variables $g_{,}$, $h_{,}$, P, Q, et ne prenant que la partie utile,

$$\cos^2\gamma^{(s,0)} = \tfrac{1}{2}(P^2 + Q^2) - Pg_{,} - Qh_{,}.$$

On a, pareillement,

$$\cos^2\gamma^{(0,s)} = \tfrac{1}{2}(P^2 + Q^2) - PG - QH.$$

Par suite, on obtient le nouveau groupe de termes :

$$(\text{IV}) \ldots\ldots \left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= [0,s](h_{,} - Q) + [0,0,s](H - Q), \\ \frac{dQ}{dt} &= -[0,s](g_{,} - P) - [0,0,s](G - P), \end{aligned} \right.$$

en posant

$$[0,s] = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon^{(s)}N}{\mathfrak{M}A^2}, \quad [0,0,s] = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon^{(0)}N}{MA^2}.$$

Prenons, dans W, les termes suivants, relatifs à la planète M′,

$$\frac{f}{M}\Gamma^{(0,1)} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} + Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'} + Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}\right).$$

Le premier seul est à considérer ici ; quant au second, dont le développement a été donné plus haut [formule (34)], on reconnaît immédiatement qu'il ne contient pas de termes non périodiques indépendants des excentricités.

Le développement de $\Gamma^{(0,1)}$ a été ébauché au n° 14 : il reste à remplacer, dans la formule (32), les facteurs $\frac{1}{\Delta_{0,1}^3}$, $\frac{1}{\Delta_{0,1}^5}$ par leurs expressions ; quant aux quantités R, R′, V, V′, on doit les remplacer ici par A, A′, L, L′ respectivement.

Le développement de $\frac{1}{\Delta_{0,1}^3}$ se déduit de celui de $\Delta_{0,m'}^{-s}$, étudié aux n$^{os}$ 11 et 12, en faisant $r' = 0$ dans les expressions $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, et par suite $\beta = 0$ dans la formule (26). Ne voulant obtenir que les termes non périodiques dépendants des inclinaisons, nous devons prendre

$$\frac{1}{\Delta_{0,1}^3} = \frac{3}{2}\mathfrak{A}_0^{-\frac{5}{2}}\mathfrak{B},$$

et comme

$$\mathfrak{A}_0 = A^2 + A'^2 - 2AA'\cos(L - L'),$$

nous réduirons $\mathfrak{B}$ aux termes d'argument $L - L'$; ce qui donne

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{1}{2} AA'\left[(\Phi^2 + \Phi'^2)\cos(L - L') - 2\Phi\Phi'\cos(L - L' - \Theta + \Theta')\right].$$

La valeur de $\mathfrak{A}_0^{-\frac{5}{2}}$, déduite de la formule (26), et bornée à l'argument $L - L'$, sera, si A surpasse A',

$$\mathfrak{A}_0^{-\frac{5}{2}} = 5\frac{A'}{A^6}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2} + \cdots\right)\cos(L - L').$$

Par suite,

$$(38) \quad \ldots \quad \frac{1}{\Delta_{0,1}^3} = -\frac{15}{8}\frac{A'^2}{A^5}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2} + \cdots\right)\left[\Phi^2 + \Phi'^2 - 2\Phi\Phi'\cos(\Theta - \Theta')\right].$$

Pour le cas où A' surpasse A, il suffit de permuter A et A' dans cette formule.

D'après cela, la première partie de $\Gamma^{(0,1)}$, savoir

$$\frac{1}{2}\frac{M'\varepsilon^{(0)} + M\varepsilon^{(1)}}{\Delta_{0,1}^3},$$

amènera les nouveaux termes

$$(V) \quad \ldots\ldots \quad \frac{dP}{dt} = \{0,1\}(Q' - Q), \quad \frac{dQ}{dt} = -\{0,1\}(P' - P),$$

en posant, si A surpasse A',

$$\{0,1\} = \frac{15}{8}\frac{(M\varepsilon^{(1)} + M'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M} + M)A^2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2} + \cdots\right),$$

ou, dans le cas contraire,

$$\{0,1\} = \frac{15}{8}\frac{(M\varepsilon^{(1)} + M'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\frac{A^3}{A'^3}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{A^2}{A'^2} + \cdots\right).$$

Considérons maintenant la seconde partie de $\Gamma^{(0,1)}$; savoir, d'après (32),

$$-\frac{3}{2}M'\varepsilon^{(0)}\frac{\{A'[\Omega\sin(L'+\Psi)+\Phi'\sin(L'-\Theta')]-A[\Omega\sin(L+\Psi)+\Phi\sin(L-\Theta)]\}^2}{\Delta_{0,1}^5}.$$

Dans le développement du facteur $\frac{1}{\Delta_{0,1}^5}$, comme dans celui du numérateur, il y aura un terme constant et un terme contenant l'angle $L-L'$; il n'y aura d'ailleurs pas d'autre argument commun.

Bornant ces deux développements à ces termes, on obtient, pour le numérateur, l'expression

$$\begin{aligned}&\tfrac{1}{2}A'^2[\Omega^2+\Phi'^2+2\Omega\Phi'\cos(\Theta'+\Psi)]+\tfrac{1}{2}A^2[\Omega^2+\Phi^2+2\Omega\Phi\cos(\Theta+\Psi)]\\&-AA'[\Omega^2\cos(L-L')+\Omega\Phi\cos(L-L'-\Theta-\Psi)+\Omega\Phi'\cos(L-L'+\Psi+\Theta')+\Phi\Phi'\cos(L-L'-\Theta+\Theta')];\end{aligned}$$

et, pour le facteur $\frac{1}{\Delta_{0,1}^5}$, la suivante, en supposant $A>A'$,

$$\frac{1}{A^5}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\cdots\right)+5\frac{A'}{A^6}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\cdots\right)\cos(L-L').$$

Les termes non périodiques de la fraction sont, par conséquent,

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\frac{A'^2}{A^5}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\cdots\right)[\Omega^2+\Phi'^2+2\Omega\Phi'\cos(\Theta'+\Psi)]\\&+\frac{1}{2A^3}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\cdots\right)[\Omega^2+\Phi^2+2\Omega\Phi\cos(\Theta+\Psi)]\\&-\frac{5}{2}\frac{A'^2}{A^5}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\cdots\right)[\Omega^2+\Omega\Phi\cos(\Theta+\Psi)+\Omega\Phi'\cos(\Theta'+\Psi)+\Phi\Phi'\cos(\Theta-\Theta')];\end{aligned}$$

(la première ligne ne nous donnera rien ici, mais elle servira pour le n° 19).

Il en résulte les termes suivants

$$(\text{VI})\quad\ldots\ldots\quad\left\{\begin{aligned}\frac{dP}{dt}&=[0,1](H-Q)+[0,1,1](H-Q'),\\\frac{dQ}{dt}&=-[0,1](G-P)-[0,1,1](G-P'),\end{aligned}\right.$$

en posant

$$[0,1] = \frac{3}{2}\frac{M'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M}+M)A^2}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\dots\right),$$

$$[0,1,1] = -\frac{15}{4}\frac{M'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M}+M)A^2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\dots\right).$$

Pour le cas de $A' > A$, les formules (VI) restent les mêmes, mais il faut alors poser

$$[0,1] = \frac{3}{2}\frac{M'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M}+M)A'^2}\frac{A^2}{A'^2}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A^2}{A'^2}+\dots\right),$$

$$[0,1,1] = -\frac{15}{4}\frac{M'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M}+M)A'^2}\frac{A^2}{A'^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A^2}{A'^2}+\dots\right).$$

Prenons enfin la troisième partie de $\Gamma^{(0,1)}$; elle ne diffère de la seconde que par le changement de $M'\varepsilon^{(0)}$ en $M\varepsilon^{(1)}$, et celui de $\Omega$ et $\Psi$ en $\Omega'$ et $\Psi'$. On obtient donc, sans nouveau calcul, les termes suivants

$$\text{(VII)} \quad \dots\dots \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \boxed{0,1}\,(H'-Q) + \boxed{0,1,1}\,(H'-Q'), \\ \frac{dQ}{dt} &= -\boxed{0,1}\,(G'-P) - \boxed{0,1,1}\,(G'-P') : \end{aligned} \right.$$

les coefficients $\boxed{0,1}$, $\boxed{0,1,1}$ se déduisant des coefficients respectifs $[0, 1]$, $[0, 1, 1]$, par le changement de $\frac{M'\varepsilon^{(0)}}{M}$ en $\varepsilon^{(1)}$, dans chacune des deux hypothèses $A > A'$, $A' > A$.

Considérons actuellement, dans la fonction W, les termes

$$\frac{f}{\mathfrak{M}}\Gamma^{(m)} - \frac{f}{M}\left(X\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dx} + Y\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dy} + Z\frac{d\Gamma^{(0,m)}}{dz}\right)$$

dus à l'action du satellite *m*.

L'expression contenue dans la parenthèse est entièrement semblable à l'expression

$$X\frac{d\Gamma^{(1)}}{dX'} + Y\frac{d\Gamma^{(1)}}{dY'} + Z\frac{d\Gamma^{(1)}}{dZ'}$$

déjà considérée; donc elle ne contient non plus aucun terme non périodique indépendant des excentricités.

On peut déduire le développement de $\Gamma^{(m)}$ de celui de $\Gamma^{(0,1)}$, que nous venons d'examiner, en regardant le soleil comme un satellite de la planète M, tout aussi bien que $m$. On obtient ainsi les trois nouveaux groupes de termes qui suivent :

$$\text{(VIII)} \quad \frac{dP}{dt} = \{0, m\}(q - Q), \quad \frac{dQ}{dt} = -\{0, m\}(p - P),$$

en posant

$$\{0, m\} = \frac{15}{8} \frac{(m\varepsilon^{(s)} + \mathfrak{M}\varepsilon^{(m)})N}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + M)A^2} \frac{a^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

$$\text{(IX)} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= [0, m](h_s - Q) + [0, m, m](h_s - q), \\ \frac{dQ}{dt} &= -[0, m](g_s - P) - [0, m, m](g_s - p), \end{aligned} \right.$$

en posant

$$[0, m] = \frac{3}{2} \frac{m\varepsilon^{(s)}N}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + M)A^2}\left(1 + \frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[0, m, m] = -\frac{15}{4} \frac{m\varepsilon^{(s)}N}{\mathfrak{M}(\mathfrak{M} + M)A^2} \frac{a^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

$$\text{(X)} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \boxed{0, m}\,(h - Q) + \boxed{0, m, m}\,(h - q), \\ \frac{dQ}{dt} &= -\boxed{0, m}\,(g - P) - \boxed{0, m, m}\,(g - p), \end{aligned} \right.$$

les coefficients $\boxed{0, m}$ et $\boxed{0, m, m}$ se déduisant des coefficients $[0, m]$ et $[0, m, m]$ par le changement de $\frac{m\varepsilon^{(s)}}{\mathfrak{M}}$ en $\varepsilon^{(m)}$.

Il ne reste plus à considérer, dans W, que les termes

$$\frac{f}{M}\Gamma^{(0, m')} + \frac{f}{\mathfrak{M}}\left(X\frac{d\Gamma^{(m')}}{dx'} + Y\frac{d\Gamma^{(m')}}{dy'} + Z\frac{d\Gamma^{(m')}}{dz'}\right),$$

relatifs au satellite $m'$ de $M'$.

Ici encore, la seconde partie ne donne aucun terme non périodique, du moins lorsqu'on exclut tous ceux qui dépendent des excentricités : on le

reconnaît en formant cette quantité par imitation de la formule (33); ce qui donne

$$X\frac{d\Gamma^{(m')}}{dx'}+Y\frac{d\Gamma^{(m')}}{dy'}+Z\frac{d\Gamma^{(m')}}{dz'}$$

$$=-\frac{3}{2}(\mathfrak{M}\varepsilon^{(m')}+m'\varepsilon^{(0)})\frac{X(X'+x')+Y(Y'+y')+Z(Z'+z')}{\Delta_{m'}^{5}}$$

$$+\frac{15}{2}\mathfrak{M}\varepsilon^{(m')}\frac{X(X'+x')+\cdots}{\Delta_{m'}^{7}}[(X'+x')\sin\omega'\sin\psi'+(Y'+y')\sin\omega'\cos\psi'+(Z'+z')\cos\omega']^{2}$$

$$+\frac{15}{2}m'\varepsilon^{(0)}\frac{X(X'+x')+\cdots}{\Delta_{m'}^{7}}[(X'+x')\sin\omega_{0}\sin\psi_{0}+\cdots\cdots\cdots]^{2}$$

$$-3\mathfrak{M}\varepsilon^{(m')}\frac{(X\sin\omega'\sin\psi'+Y\sin\omega'\cos\psi'+Z\cos\omega')[(X'+x')\sin\omega'\sin\psi'+\cdots]}{\Delta_{m'}^{5}}$$

$$-3m'\varepsilon^{(0)}\frac{(X\sin\omega_{0}\sin\psi_{0}+Y\sin\omega_{0}\cos\psi_{0}+Z\cos\omega_{0})[(X'+x')\sin\omega_{0}\sin\psi_{0}+\cdots]}{\Delta_{m'}^{5}}$$

Dans chacune des parties dont se compose cette expression, le facteur $\frac{1}{\Delta_{m'}^{5}}$ ou $\frac{1}{\Delta_{m'}^{7}}$ dépend seulement des longitudes de M′ et de $m'$, tandis que l'autre facteur contient à tous ses termes la longitude de M, laquelle ainsi ne pourra jamais disparaître.

L'expression de $\Gamma^{(0,m')}$ est donnée par la formule

$$\Gamma^{(0,m')}=\frac{1}{2}\frac{M\varepsilon^{(m')}+m'\varepsilon^{(0)}}{\Delta_{0,m'}^{3}}-\frac{3}{2}M\varepsilon^{(m')}\frac{\cos^{2}\gamma^{(m',0)}}{\Delta_{0,m'}^{3}}-\frac{3}{2}m'\varepsilon^{(0)}\frac{\cos^{2}\gamma^{(0,m')}}{\Delta_{0,m'}^{3}}.$$

On a considéré, au n° 11, le développement général de $\Delta_{0,m'}^{-s}$; en faisant usage des formules obtenues alors, et répétant à peu près le calcul fait plus haut pour $\Gamma^{(0,1)}$, on tire, des diverses parties de $\Gamma^{(0,m')}$, les termes suivants :

$$\text{(XI)}\quad\left\{\begin{aligned}\frac{dP}{dt}&=\{0,m'\}(q'-Q)+\{0,1,m'\}(Q'-Q),\\ \frac{dQ}{dt}&=-\{0,m'\}(p'-P)-\{0,1,m'\}(P'-P),\end{aligned}\right.$$

en posant, si A surpasse A′,

$$\{0,m'\}=\frac{15}{8}\frac{(M\varepsilon^{(m')}+m'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M}+M)A^{2}}\frac{a'^{2}}{A^{2}}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^{2}+a'^{2}}{A^{2}}+\cdots\right),$$

$$\{0,1,m'\}=\frac{15}{8}\frac{(M\varepsilon^{(m')}+m'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M}+M)A^{2}}\frac{A'^{2}}{A^{2}}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^{2}+2a'^{2}}{A^{2}}+\cdots\right),$$

ou, si A′ surpasse A,

$$\{0, m'\} = -\frac{75}{16}\,\frac{(M\varepsilon^{(m')} + m'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\,\frac{A^3a'^2}{A'^5}\left(1 + \frac{49}{8}\,\frac{A^2 + a'^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$\{0, 1, m'\} = \frac{15}{8}\,\frac{(M\varepsilon^{(m')} + m'\varepsilon^{(0)})N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\,\frac{A^3}{A'^3}\left(1 + \frac{35}{8}\,\frac{A^2 + 2a'^2}{A'^2} + \cdots\right);$$

$$(\text{XII})\ldots\quad\left\{\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= [0, m'](H - Q) + [0, 1, m'](H - Q') + [0, m', m'](H - q'),\\ \frac{dQ}{dt} &= -[0, m'](G - P) - [0, 1, m'](G - P') - [0, m', m'](G - p'),\end{aligned}\right.$$

en posant, pour le cas de A > A′,

$$[0, m'] = \frac{3}{2}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A^2}\left(1 + \frac{25}{4}\,\frac{A'^2 + a'^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[0, 1, m'] = -\frac{15}{4}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A^2}\,\frac{A'^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\,\frac{A'^2 + 2a'^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[0, m', m'] = -\frac{15}{4}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A^2}\,\frac{a'^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\,\frac{2A'^2 + a'^2}{A^2} + \cdots\right),$$

et, pour celui de A′ > A,

$$[0, m'] = \frac{3}{2}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\,\frac{A^3}{A'^3}\left(1 + \frac{25}{4}\,\frac{A^2 + a'^2}{A'^2} + \cdots\right),$$

$$[0, 1, m'] = -\frac{15}{4}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\,\frac{A^3}{A'^3}\left(1 + \frac{35}{8}\,\frac{A^2 + 2a'^2}{A'^2} + \cdots\right),$$

$$[0, m', m'] = \frac{75}{8}\,\frac{m'\varepsilon^{(0)}N}{M(\mathfrak{M} + M)A'^2}\,\frac{A^3a'^2}{A'^5}\left(1 + \frac{49}{8}\,\frac{A^2 + a'^2}{A'^2} + \cdots\right);$$

et enfin

$$(\text{XIII})\ldots\quad\left\{\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= \boxed{0, m'}\,(h' - Q) + \boxed{0, 1, m'}\,(h' - Q') + \boxed{0, m', m'}\,(h' - q'),\\ \frac{dQ}{dt} &= -\boxed{0, m'}\,(g' - P) - \boxed{0, 1, m'}\,(g' - P') - \boxed{0, m', m'}\,(g' - p'),\end{aligned}\right.$$

les coefficients $\boxed{0, m'}$, $\boxed{0, 1, m'}$, $\boxed{0, m', m'}$ ne différant des coefficients $[0, m']$, $[0, 1, m']$, $[0, m', m']$ que par le changement de $\frac{m'\varepsilon^{(0)}}{M}$ en $\varepsilon^{(m')}$.

### *Équations relatives à l'orbite de* m.

**18.** Nous allons former, de la même manière, les équations relatives aux déplacements séculaires de l'orbite du satellite $m$, en partant des équations

$$(39) \quad \frac{dp}{dt} = \frac{1}{na^2}\frac{dw}{dq}, \quad \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{na^2}\frac{dw}{dp}.$$

En ne considérant d'abord, dans la fonction perturbatrice $w$ (n° 8), que les termes indépendants des aplatissements, nous prendrons, en premier lieu, les termes

$$fm_1\left(\frac{1}{\Delta_{m,m_1}} - \frac{xx_1+yy_1+zz_1}{r_1^3}\right), \quad f\mathfrak{M}\left[\frac{1}{\Delta_m} - \frac{x(-X)+y(-Y)+z(-Z)}{R^3}\right],$$

dus respectivement à l'action d'un autre satellite $m_1$ de la même planète M, et à celle du soleil, que nous regardons aussi comme satellite de M. C'est la forme habituelle de la fonction perturbatrice ; par suite, on aura les résultats suivants :

$$(XIV) \quad \frac{dp}{dt} = (m, m_1)(q_1 - q), \quad \frac{dq}{dt} = -(m, m_1)(p_1 - p),$$

en posant, si $a$ surpasse $a_1$,

$$(m, m_1) = \frac{3}{4}\frac{m_1 n}{M+m}\frac{a_1^2}{a^2}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{a_1^2}{a^2} + \cdots\right),$$

ou, si $a_1$ surpasse $a$,

$$(m, m_1) = \frac{3}{4}\frac{m_1 n}{M+m}\frac{a^3}{a_1^3}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{a^2}{a_1^2} + \cdots\right);$$

$$(XV) \quad \frac{dp}{dt} = (m, s)(Q - q), \quad \frac{dq}{dt} = -(m, s)(P - p),$$

en posant

$$(m, s) = \frac{3}{4}\frac{\mathfrak{M} n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\left(1 + \frac{15}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right).$$

Examinons maintenant les termes

$$fM'\left[\frac{1}{\Delta_{m,1}} - \frac{x(X'-X)+y(Y'-Y)+z(Z'-Z)}{\Delta_{0,1}^3}\right],$$

provenant de l'action d'une planète autre que M. Ils peuvent, comme dans

les cas précédents, se réduire au premier $\frac{fm'}{\Delta_{m,1}}$, dont le développement se déduira, par de simples échanges de lettres, de celui de $\frac{1}{\Delta_{0,m'}}$, étudié précédemment [formules (37) et ($37^{bis}$)].

Il viendra ainsi les termes

$$\text{(XVI)}\ldots\ \frac{dp}{dt}=(m,1)(Q'-q)+(m,0,1)(Q-q),\quad \frac{dq}{dt}=-(m,1)(P'-p)-(m,0,1)(P-p),$$

où l'on pose, pour le cas de $A > A'$,

$$(m,1)=-\frac{9}{8}\frac{M'n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right),$$

$$(m,0,1)=\frac{3}{4}\frac{M'n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A'^2+a'^2}{A^2}+\cdots\right).$$

Les coefficients $(m, 1)$, $(m, 0, 1)$ relatifs à l'hypothèse $A' > A$, se déduisent respectivement des coefficients $(m, 0, 1)$, $(m, 1)$ qui précèdent, en y permutant les deux lettres A et $A'$.

Prenons ensuite, dans $w$, les termes

$$fm'\left[\frac{1}{\Delta_{m,m'}}-\frac{x(X'+x'-X)+y(Y'+y'-Y)+z(Z'+z'-Z)}{\Delta^3_{0,m'}}\right],$$

résultant de l'attraction du satellite $m'$ d'une planète autre que M, en les réduisant, pour la question actuelle, au terme $\frac{fm'}{\Delta_{m,m'}}$. Le développement de celui-ci a été étudié au n° 13; il conduit aux expressions

$$\text{(XVII)}\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{dp}{dt}&=(m,m')(q'-q)+(m,1,m')(Q'-q)+(m,0,m')(Q-q),\\ \frac{dq}{dt}&=-(m,m')(p'-p)-(m,1,m')(P'-p)-(m,0,m')(P-p),\end{aligned}\right.$$

dans lesquelles on pose, si A surpasse $A'$,

$$(m,m')=-\frac{9}{8}\frac{m'n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{25}{8}\frac{2A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right),$$

$$(m,1,m')=-\frac{9}{8}\frac{m'n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{25}{8}\frac{A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right),$$

$$(m,0,m')=\frac{3}{4}\frac{m'n}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\left(1+\frac{15}{8}\frac{2A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right).$$

Si, dans ces coefficients, on permute A et A', on obtient, dans l'ordre suivant : $(m, m')$, $(m, 0, m')$, $(m, 1, m')$, les coefficients relatifs à l'hypothèse $A' > A$.

Ayons égard maintenant aux termes de $w$ qui dépendent de la figure des divers astres, et, en premier lieu, à la partie

$$f\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{M}\right)\Gamma^{(0,m)}$$

relative à l'action de la planète M. Il en résultera, dans $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$, des termes semblables à ceux que la fonction $\Gamma^{(0)}$ a introduits dans $\frac{dP}{dt}$ et $\frac{dQ}{dt}$; savoir

$$\text{(XVIII)} \quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= [m, 0]\,(H-q) + [m, m, 0]\,(h-q), \\ \frac{dq}{dt} &= -[m, 0]\,(G-p) - [m, m, 0]\,(g-p), \end{aligned}\right.$$

si l'on pose

$$[m, 0] = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon^{(0)} n}{Ma^2}, \quad [m, m, 0] = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon^{(m)} n}{ma^2}.$$

Pareillement, la partie

$$\frac{f}{m}\Gamma^{(m, m_1)} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0, m_1)}}{dx_1} + y\frac{d\Gamma^{(0, m_1)}}{dy_1} + z\frac{d\Gamma^{(0, m_1)}}{dz_1}\right)$$

relative à l'action de $m_1$, qui est, comme $m$, un satellite de M, donnera, dans $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$, des termes semblables à ceux que l'action de la planète M' a amenés dans $\frac{dP}{dt}$ et $\frac{dQ}{dt}$. On aura ainsi les trois nouveaux groupes de termes :

$$\text{(XIX)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{dp}{dt} = \{m, m_1\}\,(q_1-q), \quad \frac{dq}{dt} = -\{m, m_1\}\,(p_1-p);$$

$$\text{(XX)} \quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= [m, m_1]\,(h-q) + [m, m_1, m_1]\,(h-q_1), \\ \frac{dq}{dt} &= -[m, m_1]\,(g-p) - [m, m_1, m_1]\,(g-p_1), \end{aligned}\right.$$

$$\text{(XXI)} \quad \ldots\ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \boxed{m, m_1}\,(h_1-q) + \boxed{m, m_1, m_1}\,(h_1-q_1), \\ \frac{dq}{dt} &= -\boxed{m, m_1}\,(g_1-p) - \boxed{m, m_1, m_1}\,(g_1-p_1). \end{aligned}\right.$$

Les coefficients qui entrent dans ces trois groupes se déduisent des coefficients correspondants des formules (V), (VI), (VII), en y remplaçant les quantités qui se rapportent au soleil, à M et à M′, respectivement par celles qui se rapportent à M, $m$ et $m_1$.

Les termes de $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$, qui proviendront de la partie

$$\frac{f}{m}\Gamma^{(m)} + \frac{f}{M}\left[x\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-X)} + y\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-Y)} + z\frac{d\Gamma^{(0)}}{d(-Z)}\right],$$

relative à l'action du soleil, peuvent se déduire encore des mêmes formules (V), (VI), (VII), en considérant le soleil comme un autre satellite de M. Il suffit de remplacer les quantités qui se rapportent à $\mathfrak{M}$, M, M′, respectivement par celles qui se rapportent à M, $m$, $\mathfrak{M}$, dans les coefficients de ces formules relatifs à l'hypothèse $A' > A$.

On a ainsi les trois nouveaux groupes de termes :

(XXII) . . . . . $$\frac{dp}{dt} = \{m, s\}(Q - q), \quad \frac{dq}{dt} = -\{m, s\}(P - p);$$

(XXIII) . . . . . $$\left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= [m, s](h - q) + [m, s, s](h - Q), \\ \frac{dq}{dt} &= -[m, s](g - p) - [m, s, s](g - Q); \end{aligned}\right.$$

(XXIV) . . . . . $$\left\{\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \boxed{m, s}\,(h_1 - q) + \boxed{m, s, s}\,(h_1 - Q), \\ \frac{dq}{dt} &= -\boxed{m, s}\,(g_1 - p) - \boxed{m, s, s}\,(g_1 - P). \end{aligned}\right.$$

Prenons maintenant, dans $w$, la partie qui provient de l'action de la planète M′ ; savoir

$$\frac{f}{m}\Gamma^{(m,1)} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dX'} + y\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dY'} + z\frac{d\Gamma^{(0,1)}}{dZ'}\right),$$

dont le premier terme est seul à considérer ici. Le développement de $\Gamma^{(m,1)}$ se déduit, de celui de $\Gamma^{(0,m')}$, par des échanges d'éléments.



On obtient ainsi les expressions :

$$\text{(XXV)} \ldots \left\{ \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \{m, 1\} (Q' - q) + \{m, 0, 1\} (Q - q), \\ \frac{dq}{dt} &= - \{m, 1\} (P' - p) - \{m, 0, 1\} (P - p); \end{aligned} \right.$$

$$\text{(XXVI)} \ldots \left\{ \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= [m, 1] (h - q) + [m, 1, 1] (h - Q') + [m, 0, 1] (h - Q), \\ \frac{dq}{dt} &= - [m, 1] (g - p) - [m, 1, 1] (g - P') - [m, 0, 1] (g - P); \end{aligned} \right.$$

$$\text{(XXVII)} \ldots \left\{ \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \boxed{m, 1} (H' - q) + \boxed{m, 1, 1} (H' - Q') + \boxed{m, 0, 1} (H' - Q), \\ \frac{dq}{dt} &= - \boxed{m, 1} (G' - p) - \boxed{m, 1, 1} (G' - Q') - \boxed{m, 0, 1} (G' - Q); \end{aligned} \right.$$

dans lesquelles les coefficients ont les valeurs suivantes, pour l'hypothèse $A > A'$ :

$$\{m, 1\} = -\frac{75}{16} \frac{(m\varepsilon^{(1)} + M'\varepsilon^{(m)}) n}{m(M + m) A^2} \frac{a^3}{A^3} \frac{A'^2}{A^2} \left(1 + \frac{49}{8} \frac{A'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$\{m, 0, 1\} = \frac{15}{8} \frac{(m\varepsilon^{(1)} + M'\varepsilon^{(m)}) n}{m(M + m) A^2} \frac{a^3}{A^3} \left(1 + \frac{35}{8} \frac{2A'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

$$[m, 1] = \frac{3}{2} \frac{M'\varepsilon^{(m)} n}{m(M + m) A^2} \frac{a^3}{A^3} \left(1 + \frac{25}{4} \frac{A'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[m, 1, 1] = \frac{75}{8} \frac{M'\varepsilon^{(m)} n}{m(M + m) A^2} \frac{a^3}{A^3} \frac{A'^2}{A^2} \left(1 + \frac{49}{8} \frac{A'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[m, 0, 1] = -\frac{15}{4} \frac{M'\varepsilon^{(m)} n}{m(M + m) A^2} \frac{a^3}{A^3} \left(1 + \frac{35}{8} \frac{2A'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

les coefficients $\boxed{m, 1}$, $\boxed{m, 1, 1}$, $\boxed{m, 0, 1}$ se déduisent des trois précédents par le changement de $\frac{M'\varepsilon^{(m)}}{m}$ en $\varepsilon^{(1)}$.

Si, dans les huit coefficients qui précèdent, on permute les lettres A et A', on obtient les coefficients relatifs à l'hypothèse $A' > A$, mais dans l'ordre suivant

$$\{m, 0, 1\}, \ \{m, 1\}; \ [m, 1], \ [m, 0, 1], \ [m, 1, 1]; \ \boxed{m, 1}, \ \boxed{m, 0, 1}, \ \boxed{m, 1, 1}.$$

Considérons enfin les termes de $w$ qui proviennent de l'action d'un satellite $m'$ d'une planète autre que M ; savoir

$$\frac{f}{m}\Gamma^{(m,\,m')} + \frac{f}{M}\left(x\frac{d\Gamma^{(0,\,m')}}{dx'} + y\frac{d\Gamma^{(0,\,m')}}{dy'} + z\frac{d\Gamma^{(0,\,m')}}{dz'}\right).$$

Le premier seul nous sera utile ici, et l'on en fera le développement par les formules du n° 13. Il donne les trois groupes suivants :

$$(\text{XXVIII})\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \{m, m'\}(q'-q) + \{m, 1, m'\}(Q'-q) + \{m, 0, m'\}(Q-q),\\ \frac{dq}{dt} &= -\{m, m'\}(p'-p) - \{m, 1, m'\}(P'-p) - \{m, 0, m'\}(P-p);\end{aligned}\right.$$

$$(\text{XXIX})\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= [m, m'](h-q') + [m, m, m'](h-q) + [m, 1, m'](h-Q') + [m, 0, m'](h-Q),\\ \frac{dq}{dt} &= -[m, m'](g-p') - [m, m, m'](g-p) - [m, 1, m'](g-P') - [m, 0, m'](g-P);\end{aligned}\right.$$

$$(\text{XXX})\ldots\left\{\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \boxed{m, m'}(h'-q') + \boxed{m, m, m'}(h'-q) + \boxed{m, 1, m'}(h'-Q') + \boxed{m, 0, m'}(h'-Q),\\ \frac{dq}{dt} &= -\boxed{m, m'}(g'-p') - \boxed{m, m, m'}(g'-q) - \boxed{m, 1, m'}(g'-P') - \boxed{m, 0, m'}(g'-P);\end{aligned}\right.$$

en posant, pour le cas de $A > A'$,

$$\{m,\ m'\} = -\frac{75}{16}\frac{(m'\varepsilon^{(m)} + m\varepsilon^{(m')})n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\frac{a'^2}{A^2}\left(1 + \frac{49}{8}\frac{2A'^2 + a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$\{m, 1, m'\} = -\frac{75}{16}\frac{(m'\varepsilon^{(m)} + m\varepsilon^{(m')})n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left(1 + \frac{49}{8}\frac{A'^2 + 2a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$\{m, 0, m'\} = \frac{15}{8}\frac{(m'\varepsilon^{(m)} + m\varepsilon^{(m')})n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{2A'^2 + 2a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

$$[m,\ m'] = \frac{75}{8}\frac{m'\varepsilon^{(m)}n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\frac{a'^2}{A^2}\left(1 + \frac{49}{8}\frac{2A'^2 + a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[m, m, m'] = \frac{3}{2}\frac{m'\varepsilon^{(m)}n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\left(1 + \frac{25}{4}\frac{A'^2 + a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[m, 1, m'] = \frac{75}{8}\frac{m'\varepsilon^{(m)}n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left(1 + \frac{49}{8}\frac{A'^2 + 2a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right),$$

$$[m, 0, m'] = -\frac{15}{4}\frac{m'\varepsilon^{(m)}n}{m(M+m)A^2}\frac{a^3}{A^3}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{2A'^2 + 2a'^2 + a^2}{A^2} + \cdots\right);$$

les coefficients $\boxed{m, m'}$, $\boxed{m, m, m'}$, $\boxed{m, 1, m'}$, $\boxed{m, 0, m'}$ se déduisent des quatre derniers, par le changement de $\frac{m'\varepsilon^{(m)}}{m}$ en $\varepsilon^{(m')}$.

Si, dans les onze coefficients qui précèdent, on permute les lettres A, A', on obtient les coefficients relatifs à l'hypothèse A' > A, mais dans l'ordre suivant

$$\{m, m'\},\ \{m, 0, m'\},\ \{m, 1, m'\};\quad [m, m'],\ [m, m, m'],\ [m, 0, m'],\ [m, 1, m'];\ \text{etc.}$$

*Équations relatives aux équateurs.*

**19.** Il nous reste à former les équations différentielles relatives aux déplacements séculaires des plans des équateurs, en examinant successivement le cas du soleil, celui d'une planète M et celui d'un satellite $m$. Nous les obtiendrons au moyen des équations (21), (22) et (23), en y introduisant les termes non périodiques des diverses fonctions U; seulement, comme il a été dit déjà, nous nous bornerons aux termes du second degré, pour les inclinaisons des équateurs, comme pour celles des orbites; par suite, si nous employons les variables $g$, $h$, $g_{,}$, $h_{,}$, G, etc., ces trois groupes d'équations pourront, en vertu des équations (20), être remplacées par le suivant

$$(40)\quad \ldots\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{dg_{,}}{dt} &= -fk^{(,)}\frac{d}{dh_{,}}\left(U^{(,,0)} + U^{(,,m)}\right),\\
\frac{dh_{,}}{dt} &= fk^{(,)}\frac{d}{dg_{,}}\left(U^{(,,0)} + U^{(,,m)}\right);\\
\frac{dG}{dt} &= -fK\,\frac{d}{dH}\left(U^{(0,m)} + U^{(0,,)} + U^{(0,1)} + U^{(0,m')}\right),\\
\frac{dH}{dt} &= fK\,\frac{d}{dG}\left(U^{(0,m)} + U^{(0,,)} + U^{(0,1)} + U^{(0,m')}\right);\\
\frac{dg}{dt} &= -fk\,\frac{d}{dh}\left(U^{(m,0)} + U^{(m,m_1)} + U^{(m,,)} + U^{(m,1)} + U^{(m,m')}\right),\\
\frac{dh}{dt} &= fk\,\frac{d}{dg}\left(U^{(m,0)} + U^{(m,m_1)} + U^{(m,,)} + U^{(m,1)} + U^{(m,m')}\right).
\end{aligned}\right.$$

On a (n° 10)

$$U^{(,,0)} = M\,\frac{\cos^2\gamma^{(,,0)}}{R^3},\qquad U^{(,,m)} = m\,\frac{\cos^2\gamma^{(,,m)}}{\Delta_m^3}.$$

La fonction $U^{(s,0)}$ se déduit, immédiatement, de la fonction $\Gamma^{(0)}$ considérée au n° 16. On a, pour la valeur à prendre ici,

$$\cos\gamma^{(s,0)} = \omega_s \sin(L + \psi_s) + \Phi \sin(L - \Theta);$$

et, par suite,

$$U^{(s,0)} = \frac{M}{2A^3}\left[\omega_s^2 + \Phi^2 + 2\omega_s \Phi \cos(\psi_s + \Theta)\right];$$

ou bien, introduisant les variables $g_s$, $h_s$, P, Q, et ne conservant que ce qui dépend de $g_s$ et $h_s$,

$$U^{(s,0)} = \frac{M}{2A^3}(g_s^2 + h_s^2 - 2g_s P - 2h_s Q).$$

Il en résulte le premier groupe de termes

$$\text{(XXXI)} \quad \dots\dots \quad \frac{dg_s}{dt} = \widehat{(s,0)}(Q - h_s), \quad \frac{dh_s}{dt} = -\widehat{(s,0)}(P - g_s),$$

en posant

$$\widehat{(s,0)} = \frac{Mk^{(s)}N^2}{\mathfrak{M} + M}.$$

Pareillement $U^{(s,m)}$ se déduit de $\Gamma^{(m)}$. On aura successivement, en ne prenant que les termes utiles,

$$\frac{\cos^2\gamma^{(s,m)}}{\Delta_m^5} = \frac{1}{\Delta_m^5}\left\{A\left[\omega_s \sin(L + \psi_s) + \Phi \sin(L - \Theta)\right] + a\left[\omega_s \sin(l + \psi_s) + \varphi \sin(l - \theta)\right]\right\}^2$$

$$= \frac{1}{\Delta_m^5}\left\{\begin{array}{l} \frac{A^2}{2}\left[\omega_s^2 + 2\omega_s \Phi \cos(\psi_s + \Theta)\right] + \frac{a^2}{2}\left[\omega_s^2 + 2\omega_s \varphi \cos(\psi_s + \theta)\right] \\ + Aa\left[\omega_s^2 \cos(L - l) + \omega_s \Phi \cos(L - l - \Theta - \psi_s) + \omega_s \varphi \cos(L - l + \psi_s + \theta)\right] \end{array}\right\},$$

$$\frac{1}{\Delta_m^5} = \frac{1}{A^5}\left[\left(1 + \frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right) - 5\frac{a}{A}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right)\cos(L - l)\right],$$

$$U^{(s,m)} = \frac{m}{A^5}\left(1 + \frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right)\left[A^2\left(\frac{g_s^2 + h_s^2}{2} - g_s P - h_s Q\right) + a^2\left(\frac{g_s^2 + h_s^2}{2} - g_s p - h_s q\right)\right]$$

$$- \frac{5}{2}\frac{ma^2}{A^5}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right)(g_s^2 + h_s^2 - g_s P - h_s Q - g_s p - h_s q);$$

par suite :

$$\text{(XXXII)} \quad \ldots \quad \begin{cases} \dfrac{dg_s}{dt} = \widehat{(s, m)}\,(q - h_s) + \widehat{(s, 0, m)}\,(Q - h_s), \\ \dfrac{dh_s}{dt} = -\widehat{(s, m)}\,(p - g_s) - \widehat{(s, 0, m)}\,(P - g_s), \end{cases}$$

en posant

$$\widehat{(s, m)} = \frac{mk^{(s)}N^2}{\mathfrak{M} + M}\frac{a^2}{A^2}\left[\left(1 + \frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right) - \frac{5}{2}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right)\right],$$

$$\widehat{(s, 0, m)} = \frac{mk^{(s)}N^2}{\mathfrak{M} + M}\left[\left(1 + \frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right) - \frac{5}{2}\frac{a^2}{A^2}\left(1 + \frac{35}{8}\frac{a^2}{A^2} + \cdots\right)\right].$$

Les équations relatives au déplacement de l'équateur solaire ne présenteront que des termes des deux espèces (XXXI) et (XXXII).

Cherchons maintenant les quatre espèces de termes que contiendront les équations relatives à l'équateur d'une planète.

La fonction $U^{(0, m)}$, qui se rapporte aux actions mutuelles de la planète M et de son satellite $m$, se déduit de la fonction $U^{(s, 0)}$, qui se rapporte au soleil et à une planète. On obtient immédiatement, par cette considération, les termes

$$\text{(XXXIII)} \ldots \ldots \quad \frac{dG}{dt} = \widehat{(0, m)}\,(q - H), \quad \frac{dH}{dt} = -\widehat{(0, m)}\,(p - G),$$

en posant

$$\widehat{(0, m)} = \frac{mKn^2}{M + m} = \frac{mKN^2}{\mathfrak{M} + M}\frac{A^3}{a^3}.$$

La fonction $U^{(0, s)}$ donnera un résultat semblable, puisque le soleil est aussi un satellite de M : on aura

$$\text{(XXXIV)} \ldots \ldots \quad \frac{dG}{dt} = \widehat{(0, s)}\,(Q - H), \quad \frac{dH}{dt} = -\widehat{(0, s)}\,(P - G),$$

en posant

$$\widehat{(0, s)} = \frac{\mathfrak{M}\,KN^2}{\mathfrak{M} + M}.$$

La fonction $U^{(0, 1)}$ dérive de la fonction $\Gamma^{(0, 1)}$, qui a été développée au n° 16

(où l'on a conservé, en vue du calcul actuel, des termes qui étaient inutiles alors). On a, en se bornant aux termes utiles, et supposant $A > A'$,

$$U^{(0,1)} = \frac{M'}{2A^3}\left[\begin{array}{l} A'^2\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)(G^2+H^2-2GP'-2HQ') \\ + A^2\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)(G^2+H^2-2GP-2HQ) \\ -5A'^2\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)(G^2+H^2-GP-HQ-GP'-HQ') \end{array}\right];$$

on en déduit les termes

$$\text{(XXXV)} \;\ldots\ldots\; \left\{\begin{array}{l} \frac{dG}{dt} = \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,1)}}(Q'-H) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,0,1)}}(Q-H), \\ \frac{dH}{dt} = -\overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,1)}}(P'-G) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,0,1)}}(P-G), \end{array}\right.$$

en posant

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,1)}} = \frac{M'KN^2}{\mathfrak{M}+M}\frac{A'^2}{A^2}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)\right],$$

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,0,1)}} = \frac{M'KN^2}{\mathfrak{M}+M}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)-\frac{5}{2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2}{A^2}+\ldots\right)\right].$$

On obtient, dans l'hypothèse $A' > A$, des termes tout pareils aux précédents, et qu'on en peut déduire en laissant, dans les deux coefficients, le facteur $M'K$ invariable, mais permutant, dans le reste, les lettres $M$ et $M'$, $N$ et $N'$, $A$ et $A'$, et intervertissant ensuite l'ordre des coefficients obtenus.

Enfin la fonction $U^{(0,m')}$ se déduit pareillement de $\Gamma^{(0,m')}$, et elle donne les termes

$$\text{(XXXVI)} \ldots \left\{\begin{array}{l} \frac{dG}{dt} = \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,m')}}(q'-H) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,1,m')}}(Q'-H) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,0,m')}}(Q-H), \\ \frac{dH}{dt} = -\overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,m')}}(p'-G) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,1,m')}}(P'-G) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0,0,m')}}(P-G), \end{array}\right.$$

en posant, pour le cas de $A > A'$,

$$\overset{\frown}{(0,m')} = \frac{m'KN^2}{\mathcal{M}+M}\frac{a'^2}{A^2}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)\right],$$

$$\overset{\frown}{(0,1,m')} = \frac{m'KN^2}{\mathcal{M}+M}\frac{A'^2}{A^2}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a'^2}{A^2}+\dots\right)+\frac{25}{4}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)\right],$$

$$\overset{\frown}{(0,0,m')} = \frac{m'KN^2}{\mathcal{M}+M}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)-\frac{5}{2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a'^2}{A^2}+\dots\right)-\frac{5}{2}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a'^2}{A^2}+\dots\right)\right].$$

Les coefficients relatifs à l'hypothèse $A' > A$ se déduisent de ceux-ci en y laissant le facteur $m'K$, mais permutant $M$ et $M'$, $N$ et $N'$, $A$ et $A'$ ; seulement, il faut aussi permuter entre eux les deux derniers coefficients ainsi obtenus.

Il nous reste à trouver les équations qui se rapportent à l'équateur d'un satellite $m$.

La fonction $U^{(m,0)}$, relative à l'action de la planète M à laquelle appartient le satellite $m$, est tout à fait semblable à la fonction $U^{(0,s)}$, et elle donne les termes

(XXXVII) . . . . $\dfrac{dg}{dt} = \overset{\frown}{(m,0)}(q-h), \quad \dfrac{dh}{dt} = -\overset{\frown}{(m,0)}(p-g),$

en posant

$$\overset{\frown}{(m,0)} = \frac{Mkn^2}{M+m}.$$

La fonction $U^{(m,m_1)}$ est pareille à $U^{(0,1)}$, puisque $m$ et $m_1$ sont deux satellites de M, comme M et M' sont deux satellites du soleil ; elle donnera, par suite, les termes

(XXXVIII) . . . . $\begin{cases} \dfrac{dg}{dt} = \overset{\frown}{(m,m_1)}(q_1-h) + \overset{\frown}{(m,m,m_1)}(q-h), \\ \dfrac{dh}{dt} = -\overset{\frown}{(m,m_1)}(p_1-g) - \overset{\frown}{(m,m,m_1)}(p-g); \end{cases}$

les valeurs des coefficients $\overset{\frown}{(m,m_1)}$, $\overset{\frown}{(m,m,m_1)}$ étant ce que deviennent

respectivement les expressions des coefficients $\widehat{(0,\ 1)}$, $\widehat{(0, 0, 1)}$ lorsqu'on y remplace les quantités relatives à M et à M', par les quantités correspondantes, relatives à $m$ et à $m_1$.

La fonction $U^{(m,\, s)}$ donnera des résultats de même forme que les derniers, et qu'on obtiendra en considérant le soleil comme un satellite de M. Il vient ainsi

$$(\text{XXXIX}) \ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dg}{dt} &= \widehat{(m,\ s)}(Q-h) + \widehat{(m, m, s)}(q-h), \\ \frac{dh}{dt} &= -\widehat{(m,\ s)}(P-g) - \widehat{(m, m, s)}(p-g), \end{aligned}\right.$$

les coefficients $\widehat{(m,\ s)}$, $\widehat{(m, m, s)}$ se déduisant des valeurs obtenues pour $\widehat{(0,\ 1)}$, $\widehat{(0, 0, 1)}$ dans l'hypothèse $A' > A$, en y mettant les éléments de $m$ et du soleil *respectivement*, au lieu des éléments de M et de M'.

La fonction $U^{(m,\, 1)}$ a déjà été calculée, au moins partiellement et à un facteur près, dans le développement de $\Gamma^{(m,\, 1)}$; on en tire les termes suivants

$$(\text{XL}) \ldots \left\{\begin{aligned} \frac{dg}{dt} &= \widehat{(m,\ 1)}(Q'-h) + \widehat{(m, 0, 1)}(Q-h) + \widehat{(m, m, 1)}(q-h), \\ \frac{dh}{dt} &= -\widehat{(m,\ 1)}(P'-g) - \widehat{(m, 0, 1)}(P-g) - \widehat{(m, m, 1)}(p-g), \end{aligned}\right.$$

en posant, si A surpasse A',

$$\widehat{(m,\ 1)} = \frac{M'kn^2}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right)+\frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\right],$$

$$\widehat{(m, 0, 1)} = \frac{M'kn^2}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\frac{a^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\right],$$

$$\widehat{(m, m, 1)} = \frac{M'kn^2}{M+m}\frac{a^5}{A^5}\left[\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)+\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\right].$$

Les coefficients relatifs au cas de $A' > A$ se déduisent des précédents, en

y permutant simplement A et A'; mais il faut intervertir l'ordre des deux premiers résultats obtenus.

Enfin la fonction $U^{(m, m')}$, dérivant de $\Gamma^{(m, m')}$, se trouve déjà aussi partiellement calculée dans ce qui précède : elle conduit aux nouveaux termes

$$(\mathrm{XLI})\ldots\left\{\begin{aligned} \frac{dg}{dt} &= \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, m')}}(q'-h) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m,m,m')}}(q-h) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 0, m')}}(Q-h) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 1, m')}}(Q'-h), \\ \frac{dh}{dt} &= -\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, m')}}(p'-g) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m,m,m')}}(p-g) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 0, m')}}(P-g) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 1, m')}}(P'-g), \end{aligned}\right.$$

dans lesquels les coefficients ont, pour le cas de $A > A'$, les expressions suivantes

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, m')}} = \frac{m'kn^2}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{a'^2}{A^2}\left[\begin{array}{c}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right) \\ +\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right)+\frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{2A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\end{array}\right],$$

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m,m,m')}} = \frac{m'kn^2}{M+m}\frac{a^5}{A^5}\left[\begin{array}{c}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right) \\ +\frac{25}{4}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)+\frac{25}{4}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{2A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\end{array}\right],$$

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 0, m')}} = \frac{m'kn^2}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\left[\begin{array}{c}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\frac{A'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right) \\ -\frac{5}{2}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\frac{a^2}{A^2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{2A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\end{array}\right],$$

$$\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 1, m')}} = \frac{m'kn_1^2}{M+m}\frac{a^3}{A^3}\frac{A'^2}{A^2}\left[\begin{array}{c}\left(1+\frac{25}{4}\frac{A'^2+a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)-\frac{5}{2}\left(1+\frac{35}{8}\frac{A'^2+2a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right) \\ +\frac{25}{4}\frac{a'^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+a'^2+2a^2}{A^2}+\cdots\right)+\frac{25}{4}\frac{a^2}{A^2}\left(1+\frac{49}{8}\frac{A'^2+2a'^2+a^2}{A^2}+\cdots\right)\end{array}\right].$$

Les coefficients relatifs au cas de $A' > A$ se déduisent des précédents, en y permutant A et A'; mais il faut en outre, après ce changement, permuter entre eux les deux derniers coefficients.

**20.** Si l'on rassemble les termes obtenus dans les nos 15-19, on obtiendra les cinq types d'équations différentielles qui se présentent dans l'étude des déplacements séculaires des orbites et des équateurs.

Ces équations sont de la forme

$$
(41)\ldots \left\{
\begin{aligned}
&\frac{dP}{dt} = b_{0,0}Q + b_{0,1}Q' + \cdots + b_{0,m}q + b_{0,m_1}q_1 + \cdots + b_{0,m'}q' + \cdots \\
&\qquad + c_{0,0}H + c_{0,1}H' + \cdots + c_{0,s}h_s + c_{0,m}h + c_{0,m_1}h_1 + \cdots + c_{0,m'}h' + \cdots; \\
&\frac{dp}{dt} = b_{m,0}Q + b_{m,1}Q' + \cdots + b_{m,m}q + b_{m,m_1}q_1 + \cdots + b_{m,m'}q' + \cdots \\
&\qquad + c_{m,0}H + c_{m,1}H' + \cdots + c_{m,s}h_s + c_{m,m}h + c_{m,m_1}h_1 + \cdots + c_{m,m'}h' + \cdots; \\
&\frac{dg_s}{dt} = d_{s,0}Q + d_{s,1}Q' + \cdots + d_{s,m}q + d_{s,m_1}q_1 + \cdots + d_{s,m'}q' + \cdots \\
&\qquad + e_{s,s}h_s; \\
&\frac{dG}{dt} = d_{0,0}Q + d_{0,1}Q' + \cdots + d_{0,m}q + d_{0,m_1}q_1 + \cdots + d_{0,m'}q' + \cdots \\
&\qquad + e_{0,0}H; \\
&\frac{dg}{dt} = d_{m,0}Q + d_{m,1}Q' + \cdots + d_{m,m}q + d_{m,m_1}q_1 + \cdots + d_{m,m'}q' + \cdots \\
&\qquad + e_{m,m}h; \\
&\frac{dQ}{dt} = \cdots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\right.
$$

(les valeurs de $\frac{dQ}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dh_s}{dt}$, ... se déduisent de celles de $\frac{dP}{dt}$, $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dg_s}{dt}$, ... respectivement, en changeant, dans les seconds membres, les signes de tous les coefficients, et y mettant les lettres P, G, $p$, ... au lieu des lettres Q, H, $q$, ...).

La première et la quatrième de ces équations (ainsi que les correspondantes du groupe non écrit) devront être appliquées à chacune des planètes; de même, la seconde et la cinquième devront l'être à chaque satellite; la troisième se rapporte exclusivement au soleil.

On observera que, dans chacun des seconds membres, la somme algébrique des coefficients est nulle; mais ces coefficients ne sont pas liés entre eux par des équations simples, comme la formule connue

$$mna^2(0,1) = m'n'a'^2(1,0),$$

bien que des relations analogues existent entre certaines des parties qui composent ces coefficients.

A part cette différence, qui est secondaire, on voit que ces équations présentent exactement la forme de celles que l'on obtient, en mécanique céleste, quand on étudie les déplacements séculaires des plans des orbites des pla-

nètes. On obtiendra, par conséquent, les intégrales du système en posant tout à la fois

$$
\begin{array}{l}
P = B^{(0)} \sin(bt+\beta), \quad P' = B^{(1)} \sin(bt+\beta), \ldots p = B^{(m)} \sin(bt+\beta), \ldots \\
Q = B^{(0)} \cos(bt+\beta), \ldots\ldots\ldots \\
G = C^{(0)} \sin(bt+\beta), \quad G' = C^{(1)} \sin(bt+\beta), \ldots g_s = C^{(s)} \sin(gt+\beta), \quad g = C^{(m)} \sin(gt+\beta), \ldots \\
H = C^{(0)} \cos(bt+\beta), \ldots\ldots\ldots
\end{array}
$$

Les indéterminées $B^{(0)}, B^{(1)}, \ldots, B^{(m)}, \ldots, C^{(0)}, C^{(1)}, \ldots, C^{(m)}, \ldots$, et l'inconnue $b$ dépendront des équations

$$
(42)\ldots \left\{
\begin{array}{l}
0 = (b_{0,0} - b) B^{(0)} + b_{0,1} B^{(1)} + \cdots + b_{0,m} B^{(m)} + b_{0,m_1} B^{(m_1)} + \cdots + b_{0,m'} B^{(m')} + \cdots \\
\quad + c_{0,0} C^{(0)} + c_{0,1} C^{(1)} + \cdots + c_{0,s} C^{(s)} + c_{0,m} C^{(m)} + c_{0,m_1} C^{(m_1)} + \cdots + c_{0,m'} C^{(m')} + \cdots; \\
0 = b_{m,0} B^{(0)} + b_{m,1} B^{(1)} + \cdots + (b_{m,m} - b) B^{(m)} + b_{m,m_1} B^{(m_1)} + \cdots + b_{m,m'} B^{(m')} + \cdots \\
\quad + c_{m,0} C^{(0)} + c_{m,1} C^{(1)} + \cdots + c_{m,s} C^{(s)} + c_{m,m} C^{(m)} + c_{m,m_1} C^{(m_1)} + \cdots + c_{m,m'} C^{(m')} + \cdots; \\
0 = d_{s,0} B^{(0)} + d_{s,1} B^{(1)} + \cdots + d_{s,m} B^{(m)} + d_{s,m_1} B^{(m_1)} + \cdots + d_{s,m'} B^{(m')} + \cdots \\
\quad + (e_{s,s} - b) C^{(s)}; \\
0 = d_{0,0} B^{(0)} + d_{0,1} B^{(1)} + \cdots + d_{0,m} B^{(m)} + d_{0,m_1} B^{(m_1)} + \cdots + d_{0,m'} B^{(m')} + \cdots \\
\quad + (e_{0,0} - b) C^{(0)}; \\
0 = d_{m,0} B^{(0)} + d_{m,1} B^{(1)} + \cdots + d_{m,m} B^{(m)} + d_{m,m_1} B^{(m_1)} + \cdots + d_{m,m'} B^{(m')} + \cdots \\
\quad + (e_{m,m} - b) C^{(m)}.
\end{array}
\right.
$$

Ces équations donneront, pour la quantité $b$, autant de valeurs $b_0, b_1, b_2, \ldots$ qu'il y a de plans dont on cherche les déplacements.

Les intégrales générales du système (41) seront donc de la forme

$$
(43)\ldots \left\{
\begin{array}{l}
P = B_0^{(0)} \sin(b_0 t + \beta_0) + B_1^{(0)} \sin(b_1 t + \beta_1) + B_2^{(0)} \sin(b_2 t + \beta_2) + \cdots, \\
P' = B_0^{(1)} \sin(b_0 t + \beta_0) + B_1^{(1)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
\ldots\ldots\ldots \\
p = B_0^{(m)} \sin(b_0 t + \beta_0) + B_1^{(m)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
\ldots\ldots\ldots \\
G = C_0^{(0)} \sin(b_0 t + \beta_0) + C_1^{(0)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
G' = C_0^{(1)} \sin(b_0 t + \beta_0) + C_1^{(1)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
\ldots\ldots\ldots \\
g_s = C_0^{(s)} \sin(b_0 t + \beta_0) + C_1^{(s)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
g = C_0^{(m)} \sin(b_0 t + \beta_0) + C_1^{(m)} \sin(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
\ldots\ldots\ldots \\
Q = B_0^{(0)} \cos(b_0 t + \beta_0) + B_1^{(0)} \cos(b_1 t + \beta_1) + \cdots, \\
\text{etc.}
\end{array}
\right.
$$

**21.** Une solution aussi générale du problème ne peut avoir d'intérêt qu'au point de vue théorique : dans la pratique, en effet, le système (41) se partage, de lui-même, en autant de systèmes partiels qu'il y a de groupes d'astres; on peut le reconnaître par la comparaison des coefficients.

Considérons, en premier lieu, les valeurs de $\frac{dP}{dt}$, $\frac{dQ}{dt}$, résultant de la somme des termes (I), (II),... (XIII), et comparons successivement tous les coefficients que ces termes introduisent, avec le coefficient (0, 1), que fournit l'action sur M de la planète M′, quand on suppose chacun de ces astres réduit à son centre de gravité.

On aura approximativement, si le rapport $\frac{A}{A'}$ ne diffère pas trop de l'unité,

$$\frac{(0, m)}{(0, 1)} = \frac{m}{M'}\frac{a^2}{A'^2}, \quad \frac{(0, m')}{(0, 1)} = \frac{m'}{M'}\frac{a'^2}{A'^2}, \quad \frac{(0, 1, m')}{(0, 1)} = \frac{m'}{M'}.$$

Les masses des satellites étant (sauf le cas de la lune) de très-petites fractions de celle de la planète, et leurs distances à la planète étant elles-mêmes très-petites par rapport à la distance de la planète au soleil, on ne commettra qu'une erreur insignifiante si l'on néglige, dans $\frac{dP}{dt}$ et $\frac{dQ}{dt}$, parmi les termes qui ne dépendent pas de la figure des divers astres, tous ceux qui sont dus à des attractions de satellites.

Il est assez remarquable que le coefficient $(0, 1, m')$ soit moins insensible que $(0, m)$; mais ce résultat n'a rien qui doive surprendre : car l'action perturbatrice exercée par un satellite, sur l'orbite de sa planète, doit être très-faible. En effet, au lieu du centre de gravité de la planète, si l'on considère celui du système formé par cette planète et ses satellites, l'orbite de ce dernier ne sera nullement influencée par l'action d'un satellite; or les orbites de ces deux points se distinguent à peine, sauf dans le cas du système formé par la terre et la lune. Même dans ce dernier cas, le coefficient $(0, m)$ serait encore négligeable.

Au contraire, le coefficient $(0, 1, m')$ doit être conservé, toutes les fois que $m'$ désigne la lune, dans les équations relatives à l'orbite de chaque planète autre que la terre. Cela ne troublera pas d'ailleurs la forme des équations : en effet, ce coefficient est multiplicateur de $Q' - Q$ ou $P' - P$, et il s'ajoutera simplement au coefficient (0, 1) des formules (I).

On pourra négliger encore, dans $\frac{dP}{dt}$, tous les termes provenant des aplatissements des divers astres, donnés par les formules (IV)-(XIII); on a, en effet, approximativement

$$\frac{[0, s]}{(0, 1)} = \frac{\varepsilon^{(s)}}{M'A'^2}, \quad \frac{[0, 0, s]}{(0, 1)} = \frac{\varepsilon^{(0)}}{MA^2}\frac{\mathfrak{M}}{M'},$$
$$\frac{\{0, 1\}}{(0, 1)} = \frac{\varepsilon^{(1)}}{M'A^2} + \frac{\varepsilon^{(0)}}{MA^2}, \quad \frac{[0, 1]}{(0, 1)} = \frac{\varepsilon^{(0)}}{MA^2}, \text{ etc.}$$

Or, d'après la définition des quantités $\varepsilon^{(0)}, \varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(s)}, \ldots$, si l'on regarde le corps M, par exemple, comme un ellipsoïde de révolution; qu'on appelle $\alpha$ son demi-axe équatorial, et $\gamma$ son demi-axe polaire, on aura

$$\varepsilon^{(0)} = \frac{M}{5}(\alpha^2 - \gamma^2) = \frac{M}{5}\left(1 + \frac{\gamma}{\alpha}\right) \cdot \alpha^2 \left(1 - \frac{\gamma}{\alpha}\right).$$

Par suite, $\frac{\varepsilon^{(0)}}{MA^2}$ est du même ordre que la quantité $\left(1 - \frac{\gamma}{\alpha}\right)\frac{\alpha^2}{A^2}$; savoir *l'aplatissement de* M, *multiplié par le carré de son demi-diamètre apparent, vu du soleil.*

De même, la quantité

$$\frac{\varepsilon^{(1)}}{M'A^2} = \frac{\varepsilon^{(1)}}{M'A'^2}\frac{A'^2}{A^2},$$

est à peu près égale, si l'on n'a pas égard au facteur $\frac{1}{5}\frac{A'^2}{A^2}$, au *produit de l'aplatissement de* M' *par le carré de son demi-diamètre apparent.*

L'expression

$$\frac{\varepsilon^{(s)}}{M'A'^2} = \frac{\varepsilon^{(s)}}{\mathfrak{M}A^2} \times \frac{\mathfrak{M}}{M'} \times \frac{A^2}{A'^2}$$

représente de même, au facteur près $\frac{1}{5}\frac{A^2}{A'^2}$, le produit *de l'aplatissement du soleil par le carré de son demi-diamètre apparent vu de* M, ce produit étant multiplié, en outre, par le facteur $\frac{\mathfrak{M}}{M'}$.

La présence de ce dernier facteur rend les coefficients $[0, s]$ et $[0, 0, s]$, qui entrent dans les formules (IV), beaucoup plus grands que tous ceux qui suivent, sans pour cela les rendre sensibles : par exemple, si M et M' sont respectivement Jupiter et Saturne, le coefficient $[0, 0, s]$ est environ 0,00002 du coefficient $(0, 1)$.

Il n'y a pas lieu à examiner les coefficients des formules (VIII)-(XIII),

parce que, dans leurs rapports à (0, 1), le facteur $\frac{\mathfrak{M}}{M'}$ serait remplacé par $\frac{m}{M'}$ ou $\frac{m'}{M'}$.

En résumé, les valeurs de $\frac{dP}{dt}$, $\frac{dQ}{dt}$ peuvent se réduire aux termes de l'espèce (I); et comme il en est de même pour chaque planète, on voit que l'on peut détacher, du système (41), les équations relatives aux orbites des diverses planètes, pour en former un premier système partiel, indépendant du reste, où le nombre d'équations est égal au nombre des inconnues. C'est à peu près le système que l'on a l'habitude de considérer, en Mécanique céleste : toute la différence est qu'ici chaque planète est prise seule, tandis qu'on la remplace, en Mécanique céleste, par l'ensemble de la planète et de ses satellites.

Examinons maintenant les divers termes dont se composent les valeurs de $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, relatives à l'orbite d'un satellite $m$ : ils sont donnés par les formules (XIV)-(XXX).

Le coefficient que nous prendrons pour terme de comparaison est le nombre $(m, m_1)$, dû à l'action de $m_1$, autre satellite de M.

On aura approximativement, en regardant comme peu différentes les quantités A et A', $a$ et $a_1$ :

$$\frac{(m,s)}{(m,m_1)} = \frac{\mathfrak{M}}{m_1}\frac{a_1^5}{A^3}, \quad \frac{(m,1)}{(m,m_1)} = \frac{(m,0,1)}{(m,m_1)} = \frac{M'}{m_1}\frac{a_1^5}{A^3},$$

$$\frac{(m,m')}{(m,m_1)} = \frac{m'}{m_1}\frac{a_1^5}{A^3}\frac{a^2}{A^2}, \quad \frac{(m,1,m')}{(m,m_1)} = \frac{(m,0,m')}{(m,m_1)} = \frac{m'}{m_1}\frac{a_1^5}{A^3}.$$

Le rapport $\frac{a_1^5}{A^3}$ est extrêmement petit, et il ne donne un résultat sensible que si on le multiplie par le nombre $\frac{\mathfrak{M}}{m_1}$, qui est très-grand. Pour fixer les idées, admettons, dans ce qui suit, que M et M' soient Jupiter et Saturne, $m$ et $m_1$ les deux premiers satellites de Jupiter; le coefficient $(m, s)$ sera alors environ 0,01 de $(m, m_1)$, tandis que $(m, 1)$ et $(m, 0, 1)$ n'en vaudront que 0,000.000.3 : les trois coefficients qui suivent sont encore plus petits. On peut donc négliger les termes (XVI) et (XVII), mais il n'en est pas de même pour les termes (XVIII) : on a, en effet, à peu près,

$$\frac{[m,0]}{(m,m_1)} = 2\frac{\varepsilon^{(0)}}{m, a^2} = 2\frac{\varepsilon^{(0)}}{Ma^2}\frac{M}{m_1},$$



et ce rapport est du même ordre que le *produit de l'aplatissement de* M *par le carré de la parallaxe de m vu de* M, *et par le rapport* $\frac{M}{m_1}$. Dans l'hypothèse adoptée, le coefficient $[m, 0]$ est environ cent quarante fois plus grand que $(m, m_1)$; il sera considérable dans toutes les hypothèses où l'aplatissement de M n'est pas insensible.

Quant au coefficient $[m, m, 0]$, qu'amènent aussi les formules (XVIII), il sera insignifiant, même quand l'aplatissement de $m$ serait considérable : on a en effet, approximativement,

$$\frac{[m, m, 0]}{(m, m_1)} = 2\frac{\varepsilon^{(m)}}{ma^2}\cdot\frac{M}{m_1};$$

et la fraction $\frac{\varepsilon^{(m)}}{ma^2}$ étant $\frac{1}{5}$ de l'aplatissement de $m$, multiplié par le carré de son diamètre apparent, vu de M, le rapport des coefficients est environ 0,004 de l'aplatissement de $m$.

Les coefficients que contiennent les formules (XIX)-(XXX) sont encore bien plus petits que $[m, m, 0]$. Pour ceux des formules (XIX), (XX), (XXI), leur rapport à $(m, m_1)$ est voisin de l'un des nombres $\frac{\varepsilon^{(m)}}{ma^2}$, $\frac{\varepsilon^{(m_1)}}{m_1 a_1^2}$, qui représentent le produit de l'aplatissement de $m$ ou de $m_1$, par le carré du demi-diamètre apparent du satellite vu de sa planète, et par suite n'atteignent pas 0,000.001 de cet aplatissement. Pour ceux des formules (XXII), (XXIII) et (XXIV), leur rapport à $(m, m_1)$ est du même ordre que l'un des nombres

$$\frac{\varepsilon^{(s)}}{m_1 A^2}\frac{a^3}{A^3} = \frac{\varepsilon^{(s)}}{\mathfrak{M} A^2}\frac{\mathfrak{M}}{m_1}\frac{a^3}{A^3},\quad \frac{\varepsilon^{(m)}}{mA^2}\frac{\mathfrak{M}}{m_1}\frac{a^3}{A^3} = \frac{\varepsilon^{(m)}}{ma^2}\frac{\mathfrak{M}}{m_1}\frac{a^5}{A^5},$$

qui sont des fractions insignifiantes de l'aplatissement du soleil, pour le premier, de $m$ pour le second. Les coefficients des formules (XXV), (XXVI) et (XXVII) sont à peu près du même ordre de grandeur que ceux des trois formules précédentes, et enfin ceux des formules (XXVIII), (XXIX) et (XXX) sont encore bien plus petits.

Les valeurs de $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$ peuvent donc se réduire aux suivantes

$$(44)\quad \ldots \quad \begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = (m, m_1)(q_1 - q) + (m, s)(Q - q) + [m, 0](H - q), \\ \dfrac{dq}{dt} = -(m, m_1)(p_1 - p) - (m, s)(P - p) - [m, 0](G - p), \end{cases}$$

dans lesquelles le premier terme doit être appliqué à chacun des satellites de M, autres que $m$. Autrement dit, dans les équations relatives à l'orbite d'un satellite, il ne faut tenir compte que des perturbations exercées par les satellites de la même planète, à cause de leur proximité ; de celles que produit le soleil, à cause de sa grande masse ; et enfin de celles qui résultent de la figure ellipsoïdale de la planète.

Si l'on considère, en même temps que les équations (44), les équations analogues, relatives aux autres satellites $m_1, m_2, \ldots$ de la même planète M, on formera un système d'équations différentielles dont le nombre sera égal à celui des variables $p, q, p_1, q_1, \ldots$ qui se rapportent aux orbites de ces satellites. Mais ces équations contiendront, en outre, les variables P, Q, relatives à l'orbite de M, et les variables G, H, relatives à son équateur.

On pourra supposer les quantités P, Q déterminées à l'avance par le premier système d'équations que nous avons détaché du groupe (41) ; et l'on obtiendra les deux équations qui manquent pour compléter le nouveau système, en prenant les valeurs de $\frac{dG}{dt}$, $\frac{dH}{dt}$ qui résultent des formules du n° 19. Il faut pour cela, et c'est ce qui a lieu, que les seuls termes à conserver, de ces valeurs, n'introduisent pas d'autres variables que celles que nous venons d'énumérer.

Considérons successivement, en effet, les coefficients que présentent les formules (XXXIII)-(XXXVI), et comparons-les au premier, $\widehat{(0, m)}$, de ces coefficients. Nous aurons approximativement les rapports suivants

$$\frac{\widehat{(0, s)}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{\mathfrak{M}}{m}\frac{a^3}{A^3}, \qquad \frac{\widehat{(0, 1)}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{\widehat{(0, 0, 1)}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{M'}{m}\frac{a^3}{A^3},$$

$$\frac{\widehat{(0, m')}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{m'}{m}\frac{a^3}{A^3}\frac{a'^2}{A^2}, \qquad \frac{\widehat{(0, 1, m')}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{\widehat{(0, 0, m')}}{\widehat{(0, m)}} = \frac{m'}{m}\frac{a^3}{A^3}.$$

Le nombre $\frac{a^3}{A^3}$ étant très-petit $\left(\frac{1}{10^{10}}\right.$ dans l'hypothèse adoptée plus haut$\left.\right)$,

le seul de ces rapports qui soit sensible est le premier, à cause du facteur $\frac{\mathfrak{M}}{m}$ (qui est ici environ $10^8$, tandis que $\frac{M'}{m}$ est environ $10^3$, et que $\frac{m'}{m}$ est voisin de 1). Les deux équations complémentaires seront donc les suivantes

$$(45) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{dG}{dt} &= \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0, m)}}\,(q - H) + \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0, s)}}\,(Q - H), \\ \frac{dH}{dt} &= -\overset{\frown}{\underset{\smile}{(0, m)}}\,(p - G) - \overset{\frown}{\underset{\smile}{(0, s)}}\,(P - G), \end{aligned} \right.$$

où le premier terme doit être appliqué à chacun des satellites de M : il n'y intervient, comme on le voit, d'autre aplatissement que celui de la planète M.

L'ensemble des équations (45) et de celles que fournissent les équations (44), appliquées successivement à chacun des satellites de M, constitue un second système partiel, dépendant du premier, mais qui s'intégrera facilement quand le premier sera intégré, et déterminera en même temps les déplacements séculaires des orbites des satellites de M, et ceux de l'équateur de la planète. C'est un système de cette espèce que l'on considère dans la théorie des satellites de Jupiter.

On est fort peu renseigné sur le plus ou moins d'aplatissement des satellites. Dans le cas où le satellite $m$ aurait un aplatissement sensible, il pourrait y avoir lieu à conserver, dans $\frac{dp}{dt}$ et $\frac{dq}{dt}$, les termes respectifs

$$[m, m, 0]\,(h - q) \quad \text{et} \quad -[m, m, 0]\,(g - p),$$

ce qui amènerait les deux variables nouvelles $g$, $h$.

Il n'y aurait rien à changer aux autres équations, mais il faudrait joindre, au groupe précédent, les valeurs de $\frac{dg}{dt}$, $\frac{dh}{dt}$, lesquelles, dans cette hypothèse, se réduiraient, comme on le voit aisément, aux termes

$$\frac{dg}{dt} = \overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 0)}}\,(q - h), \quad \frac{dh}{dt} = -\overset{\frown}{\underset{\smile}{(m, 0)}}\,(p - g),$$

qui n'introduisent aucune variable nouvelle.

Lille, 18 novembre 1878.



# OBSERVATIONS

DE

# LA PLANETE MARS

FAITES

## PENDANT L'OPPOSITION DE 1877,

PAR

M. le baron Octave VAN ERTBORN.

---

(Présenté à la Classe des sciences dans la séance du 1er mars 1879.)

---

OBSERVATIONS

# DE LA PLANÈTE MARS

FAITES PENDANT L'OPPOSITION DE 1877.

---

Ces observations ont été faites à Aertselaer (province d'Anvers),

Longitude. . . 0m 5s,7 Est de Bruxelles,
Latitude . . . 51° 8′ 20″

à l'aide d'un équatorial de 108 millimètres d'ouverture et de 1m,625 de longueur focale.

L'objectif est de Steinheil et la monture de Cooke. Le mouvement d'horlogerie, qui fait mouvoir l'instrument, a été également construit par ce dernier artiste et marche avec une grande régularité.

L'instrument est recouvert d'une coupole tournante de 2m,25 de diamètre.

Les observations ont été faites avec des grossissements de 125, 205 et 255 fois.

Les circonstances atmosphériques ont été généralement favorables. La situation de l'observatoire d'Aertselaer-Solhof, placé au milieu d'une vaste



campagne boisée et couverte de végétation, est également très-favorable aux observations astronomiques, les ondulations atmosphériques étant singulièrement atténuées.

L'hémisphère austral de la planète présentait généralement d'une manière très-nette les contours de ses continents et de ses mers, tandis que ceux de l'hémisphère opposé étaient rarement visibles et comme voilés par des brouillards.

Voici diverses particularités que nous ont offertes nos observations :

Le 5 septembre, à 11 ½ heures du soir, la planète était d'une netteté extrême, un brouillard léger couvrait le sol à trois ou quatre mètres de hauteur autour de notre lieu d'observation; les océans de Dawes et de De La Rue, la mer de Kaiser, les détroits d'Herschel II et d'Arago ont été parfaitement bien vus.

Le 14 septembre, à 10 heures du soir, la mer de Maraldi est la partie la plus sombre de la planète, puis celle de Hooke, enfin celle de Lockyer; en revanche la terre de Cassini est plus brillante que l'isthme qui sépare les mers de Maraldi et de Hooke.

Le 28 septembre, nous aperçûmes très-nettement l'île neigeuse de Dawes dans l'océan de De La Rue; la mer de Lockyer avec un appendice grisâtre en forme de virgule; la passe de Bessel et les deux golfes qui échancrent le continent de Mädler furent nettement aperçus, mais comme gazés. (Observation de 8 à 10 heures soir.)

Le 29 septembre, à 7 heures 45 minutes du soir, nous aperçûmes le goulet qui réunit l'océan de De La Rue à la mer de Lockyer. Cette particularité fut découverte par mon beau-frère et mon neveu. Ils nous fut à tous impossible de découvrir le moindre vestige de la mer de Dawes le 28 et le 29 septembre, et nous ne fûmes pas plus heureux pendant tout le temps de l'opposition.

Le 3 octobre, nous observâmes encore le détroit qui réunit la mer de Lockyer à l'océan de De La Rue, et le 8 octobre nous aperçûmes une tache blanche brillante sur la surface de la planète, correspondant probablement à une partie de la Terre de Kunowsky.

Le 12 octobre, la planète fut observée dans des conditions atmosphériques

exceptionnellement bonnes; il nous a paru certain que la mer de Lambert communique avec la mer de Philipps, entourant le pôle austral.

Le 13 octobre, par une atmosphère également très-bonne, nous avons observé la mer de Main avec un appendice moins sombre dans la direction de la mer de Kaiser. Il y avait des irrégularités très-sensibles de teinte et d'éclat sur la surface du continent de Dawes. Nous avons, en outre, confirmé notre observation de la veille, observation relative à la mer de Lambert.

Pendant le cours de nos observations la surface de la calotte polaire australe de Mars a sensiblement diminué de grandeur.

Les parties situées au nord du 35$^{me}$ degré de latitude nord ne s'apercevaient pas, cette partie de la surface était comme gazée.

Je suis d'avis que la mer de Dawes n'existe pas et que l'on a formé cette mer de l'appendice moins sombre situé au nord de la mer de Lockyer.

Les observations ont été faites dans d'excellentes conditions.

Afin d'obtenir un équilibre de température parfait, l'observatoire a été ouvert plusieurs heures avant le commencement des observations : l'objectif découvert, le tube de l'instrument ouvert.

L'instrument est établi sur une forte colonne de pierres, absolument indépendante de l'observatoire. Aucune trépidation ne peut être ainsi communiquée à l'équatorial. L'horlogerie marche avec une régularité parfaite et les effets du mouvement diurne sont complétement annihilés. Ce fait est très-important, car pour apercevoir de minutieux détails, il faut regarder longtemps et ce n'est que par une sensation continue qu'ils affectent la rétine.

La situation à la campagne est aussi de la plus haute importance; le calme absolu, la fixité des instruments, l'absence des lueurs blafardes du gaz exercent une influence énorme sur la perception des objets délicats.

L'expérience m'a appris qu'à qualité égale d'instrument, on ira plus loin avec un quatre-pouces placé à la campagne, qu'avec un six-pouces situé en ville.

Mon beau-frère m'a secondé plusieurs fois pendant mes observations, et mon neveu les a toujours partagées.

L'œil de l'observateur joue un rôle capital dans l'observation des objets très-petits ou très-faibles. Il est un fait que l'on ne peut perdre de vue et que

l'on a négligé jusqu'ici, c'est de faire faire les observations délicates par ceux dont les sens n'ont pas encore été altérés par l'usure ou l'âge.

Il est des rétines dont la sensibilité et la définition sont telles pendant le jeune âge, que leur rôle doit être supérieur à celui des meilleurs instruments pendant les observations.

Mon neveu aperçoit quatorze pléiades à l'œil nu; les étoiles et les planètes lui apparaissent dépourvues de rayons. Il aperçoit à 92 mètres de distance des points blancs de 1 centimètre carré sur fond noir. L'expérience a été faite avec beaucoup de soin, au nord et à l'ombre, derrière un espalier, au mois de septembre et à 4 heures de l'après-midi. Le 5 septembre 1877, il vit à l'aide de mon quatre-pouces le compagnon de $\mu$ d'Andromède, dont il n'avait jamais ouï parler et qui est un *light-test* sévère, même pour les objectifs de 8 pouces.

# EXPLICATION DES FIGURES.

---

Fig. 1. Observation du 15 août 1877, à 10 $^1/_4$ h., t. m. Greenwich. . . Grossissement. 125

2. — 23 — 11 — . . . . . . . 205
(Ciel assez favorable.)

3. — 24 — 30ᵐ matin. — . . . . . . . 205

4. — 3 sept. 1877, 10 — . . . . . . . 205
(Atmosphère excellente.)

5. — 5 — 11 $^1/_2$ — . . . . . . . 205
(Même remarque.)

6. — 10 — 11 — . . . . . . . 205
(Atmosphère assez bonne, puis nuageuse.)

7. — 14 — 10 — . . . . . . . 205
(Atmosphère bonne.)

8. — 16 — 8 $^1/_2$ — . . . . . . . 125
(Atmosphère ondulante.)

9. — 21 — 9 $^1/_2$ — . . . . . . . 125
(Atmosphère assez ondulante.)

10. — 26 — 10 $^1/_2$ — . . . . . . . 205
(Atmosphère très-bonne.)

11. — 28 — 9 — . . . . . . . 205
(Même remarque.)

12. — 29 — 7 45 — . . . . . . . 255
(Même remarque.)

13. — 3 oct. 1877, 10 — . . . . . . . 125
(Image ondulante.)

14. — 8 — 10 — . . . . . . . 125
(Même remarque. Une tache brillante en *a*.)

Fig. 15. Observation du 11 oct. 1877, à 8 1/2 h., t. m. Greenwich. . Grossissement. 205
(Atmosphère très-bonne.).

16. — 11 — 9 — . . . . . . . 205
(Atmosphère très-bonne.)

17. — 12 — 7 1/2 — . . . . . . . 205
(Atmosphère exceptionnellement bonne.)

18. — 12 — 10 — . . . . . . . 205
(Atmosphère très-bonne. — La gibbosité de la planète devient très-sensible.)

19. — 13 — 8 — . . . . 205 et 255
(Atmosphère très-bonne. Irrégularités d'éclat et de teinte en A.)

20. — 13 — 10 1/4 — . . . . . . . 205
(Atmosphère très-bonne )

21. — 24 — 8 1/2 — . . . . . . . 125
(Atmosphère ondulante.).

22. — 26 — 8 — . . . . . . . 125

23. — 28 — 8 1/2 — . . . . 125 et 188
(Les bords de la planète sont nets, mais ceux des taches mal définis.)

24. — 1er nov. 1877, 10 — . . . . . . . 205
(La planète est nette, mais les taches mal définies.)

25. — 2 — 7 — . . . . . . . 125
(Taches peu apparentes, sauf celles en *a*.)

26. — 3 — 8 — . . . . 125 et 205
(Mars et Saturne dans le même champ.)




Lith. G. Severeyns Bruxelles.

10 11 12

a

13 14 15

A

17 18 19

Lith. G. Severeyns Bruxelles.






Lith. G. Severeyns, Bruxelles.

# LA GRAVURE

DANS

# L'ÉCOLE DE RUBENS

PAR

HENRI HYMANS,

CONSERVATEUR DES ESTAMPES A LA BIBLIOTHÈQUE ROYALE DE BELGIQUE,

PROFESSEUR A L'ACADÉMIE ROYALE DES BEAUX-ARTS D'ANVERS.

« Rien n'est parti de luy qui ne soit animé. »

(*Le Banquet des Curieux,* 1676.)

---

(Mémoire couronné par la classe des beaux arts de l'Académie royale de Belgique le 23 septembre 1878.)







*Excellentissimus Dns D. PETRVS PAVLVS RVBENIVS pictorum Apelles,
decus huius sæculi, Orbis miraculum. Aulam Hispanicam, Gallicam, Anglicam,
Belgicam penicillo suo illustrauit. Quem gladio donauit Philippus Quartus
Hispaniarum et statuit sibi a Secretis in sanctiore suo Consilio Bruxellensi.
ac iam ad Regem Angliæ Legatum extraordinarium misit.*

*Fecit D.V. studiosissimus Guilelmus Panneels. 1630.*

La période de cinquante années que ce travail embrasse est pour l'art flamand une époque de singulière splendeur. Aux yeux de certains écrivains elle constitue l'École flamande tout entière [1]. La puissante initiative de Rubens ne transforme pas seulement la peinture : l'action du grand coloriste s'exerce d'une manière non moins frappante sur la gravure, étend la sphère de ses moyens d'expression, lui donne, enfin, une importance qui a fait dire qu'une véritable école de graveurs n'exista en Flandre que par la volonté de ce maître éminent entre tous [2].

Bien qu'en réalité les principaux collaborateurs de Rubens aient traduit son style avec assez d'originalité et de puissance pour constituer à eux seuls la plus brillante école, nous n'avons point cru qu'il nous fût permis, — suivant en cela l'exemple de quelques auteurs, — de considérer les œuvres de ces maîtres au point de vue exclusif de la fidélité plus ou moins grande de leur interprétation des peintures du chef de l'École flamande.

[1] « L'École flamande c'est l'école de Rubens, c'est cette pléiade d'artistes qui marche sur ses » traces. Avant eux notre peinture a peu d'éclat; elle n'a pas un caractère national bien » décidé. Après eux l'École flamande tombe dans une dégénérescence fatale. L'époque glorieuse » de notre école de peinture est donc celle de Rubens et de ses disciples, et cette époque si » féconde en grands peintres finit pour ainsi dire avec eux. »

A.-J. Wiertz : *L'École flamande de peinture : caractères constitutifs de son originalité*, p. 16. OEuvres complètes. Bruxelles, 1869.

[2] Georges Duplessis : *Les Merveilles de la Gravure*. Paris, 1869, p. 144.

Notre sujet nous amenait logiquement à rechercher par quelles transformations successives un art, cultivé avec tant de perfection en Italie, en Allemagne, dans les Pays-Bas même, devait arriver sous Rubens à son complet épanouissement.

Les planches elles-mêmes devenaient les éléments premiers d'une semblable étude. On l'a dit avec raison : « En matière d'art, les œuvres portent écrites des preuves qui suppléent au témoignage de l'histoire [1]. » Cet examen offrait, du reste, le précieux avantage de nous donner plus d'une fois, par des énonciations de dates et d'origine, des renseignements qu'aucune autre source ne saurait remplacer.

S'il nous a été possible d'éclaircir ainsi plusieurs points importants, c'est vainement, — nous l'avouons, — que nous avons cherché à dégager la carrière de quelques maîtres de l'obscurité qui l'enveloppe.

Rubens a très-rarement mentionné ses collaborateurs, et, dispensé comme il l'était de toute sujétion aux règlements de la gilde de S^t-Luc [2], les précieux registres de la corporation [3] sont muets pour qui veut entreprendre de reconstituer son école.

En parcourant l'œuvre gravé du peintre on acquiert pourtant la conviction que les principaux interprètes de ses toiles ne venaient chercher ses conseils qu'après avoir accompli sous d'autres maîtres leurs années d'apprentissage. A proprement parler, Rubens n'eut jamais un atelier de graveurs. Ses travaux étaient distribués à des praticiens dont il avait pu constater l'aptitude, et ce programme était d'une réalisation d'autant plus simple que les graveurs avaient pour se guider des dessins exécutés par le maître ou sous sa direc-

[1] Beulé : *L'Acropole d'Athènes*, II, p. 135.

[2] Gachard : *Particularités et documents inédits sur Rubens; Trésor national*, t. I^er (1842), p. 160.

[3] *Les Liggeren et autres archives de la gilde anversoise de Saint-Luc, transcrits et annotés par* Ph. Rombouts *et* Th. Van Lerius. Anvers, s. d., 2 vol. in-8°.

tion. Les estampes étaient alors entreprises, et Rubens n'en autorisait la publication qu'après une révision soigneuse des premières épreuves. C'est ce que démontrent tant de planches retouchées de sa main.

Pour la plupart des estampes importantes les frais d'exécution étaient supportés par le peintre; des passages de ses lettres ne laissent à cet égard aucun doute. Il en était aussi en réalité l'éditeur, car c'était à lui-même qu'étaient octroyés, tant en France et en Hollande qu'en Belgique même, les priviléges destinés à soustraire ses travaux aux entreprises des contrefacteurs.

Nous donnons à ce sujet des documents authentiques, ainsi que certaines pièces concernant une action que le maître introduisit devant les tribunaux français en revendication de ses droits de propriété sur les estampes exécutées d'après ses toiles.

Ce point était intéressant à établir, car il semblait résulter d'une lettre publiée pour la première fois par M. Gachet [1] que Rubens avait été lui-même attrait en justice à l'occasion de la vente de ses planches sur le territoire français.

En ce qui concerne plus particulièrement l'œuvre des différents graveurs, nous avons essayé de déterminer pour chacun d'eux la nature de ses relations avec Rubens, la succession de ses planches, etc. Ce classement nous a permis de suivre le grand peintre à travers des tentatives multiples de constitution d'une école, tentatives auxquelles sont associés des maîtres tels que Michel Lasne, dont le séjour en Belgique a été à peine considéré jusqu'à ce jour par les iconographes.

D'autres maîtres : P. Soutman, Nicolas Ryckemans, se rapprochent de Rubens, tandis que Bolswert le cadet, toujours désigné comme son disciple préféré, semble se rattacher par des liens moins intimes au chef de l'école anversoise.

Pour Lucas Vorsterman, nous avons pu, mieux qu'on ne l'a fait avant

[1] *Lettres inédites de Pierre-Paul Rubens.* Bruxelles, 1840, p. 269.

nous, le suivre dans sa carrière, préciser la date de sa naissance, opérer dans son œuvre un premier classement. Le rôle de cet artiste éminent parmi les graveurs anversois va grandir encore par sa qualité d'initiateur de trois maîtres par lesquels Rubens obtint quelques-unes de ses planches les plus importantes : Pontius, Witdoeck et Marinus.

Nous suivons enfin l'école jusqu'à sa dispersion finale.

Passant enfin aux éditeurs dont le nom figure le plus fréquemment au bas des planches de l'œuvre de Rubens : Martin Van den Enden, Gilles Hendrickx, Nicolas Lauwers, Jean Meyssens, l'importance de leur rôle, — pour les derniers du moins, — se trouve considérablement réduite par l'intervention personnelle du maître dans la publication de ses estampes.

S'il nous a été possible de fixer, en ce qui concerne ces marchands, un certain nombre de faits nouveaux, nous avons dû cependant, faute d'indications précises, laisser irrésolus des points d'un haut intérêt pour l'étude de l'œuvre de quelques graveurs.

C'est ainsi, par exemple, que nous avons le regret de ne pouvoir préciser le rôle de Van den Enden comme éditeur d'un bon nombre de planches de Bolswert d'après Rubens, planches publiées du vivant du maître, quoique non revêtues de ses priviléges.

Des recherches nouvelles viendront sans doute combler ces lacunes. Nous serions heureux si, par ses imperfections mêmes, notre travail avait réussi à les provoquer.

Avril 1878.

# LA GRAVURE

DANS

# L'ÉCOLE DE RUBENS

## CHAPITRE Ier.

L'École flamande de gravure avant Rubens. — Ses tendances. — Les Flamands en Italie. — CORNEILLE CORT. — L'imagerie anversoise. — PHILIPPE GALLE. — HENRI GOLTZIUS. — Influence de l'école hollandaise.

L'apparition en quelque sorte soudaine des travaux brillants de l'école de gravure établie à Anvers au XVIIe siècle et plus particulièrement adonnée à la traduction des œuvres de Rubens, l'absence de tout lien évident entre les maîtres qui la composent et leurs prédécesseurs immédiats, par-dessus tout l'admirable interprétation des modèles fournis par le grand coloriste, permettent à peine de douter que l'école, prise dans son ensemble, ne doive être envisagée comme une création de son génie. Les preuves du fait ne manquent pas, au reste, et l'on est pleinement justifié à attribuer dans une large mesure à l'intervention personnelle du chef de l'école la perfection atteinte par les maîtres groupés à ses côtés.

L'auteur des *Merveilles de la Gravure* va plus loin [1]. D'après lui, « la » Flandre n'a possédé une école de gravure que le jour où Rubens vint » imposer son génie à ceux qui maniaient le burin, leur tracer la voie à » suivre et prêcher d'exemple par ses ouvrages. »

L'école de Rubens ne nous semble pas à ce point indépendante des transformations subies par l'art de la gravure aux Pays-Bas pendant une partie considérable du XVI^e siècle, qu'il soit possible de perdre de vue l'importance d'un tel facteur dans l'étude des manifestations de cette école. Bien plus, pendant une période assez longue de sa carrière, Rubens lui-même a pour interprètes des maîtres nombreux, formés en dehors de son influence et dont les œuvres ne sont pas toujours dénuées de valeur.

Si les planches magistrales, signées des grands noms de Vorsterman, de Pontius ou de Bolswert, laissent loin derrière elles, autant par l'adroite et sage conduite du burin que par la conception de l'effet, des travaux antérieurs, on est amené cependant à constater, dans l'ensemble de l'école, et dès avant la fin du XVI^e siècle, une combinaison de procédés et d'effets dont les interprètes de Rubens devaient grandement bénéficier.

L'existence d'une école régulière de gravure dans les Pays-Bas précède de plusieurs années l'accomplissement de la première moitié du XVI^e siècle. Dès cette époque, la gravure avait cessé d'être un art indépendant; déjà la tâche du graveur se bornait à l'interprétation des travaux d'autrui, et c'est dans l'influence italienne qu'il faut chercher la cause première de ce classement des artistes en spécialités. Le caractère des travaux, aussi, devait se ressentir de cette influence et l'on put voir ainsi des Flamands devenir les interprètes, souvent très-heureux, d'œuvres écloses sur le sol italien.

La grande école que Lambert Lombard avait fondée à Liége et d'où sortirent les Floris, Guill. Key, Hubert Goltzius, préparait à la gravure flamande une voie que l'on peut qualifier de nationale. Les contemporains du maître eux-mêmes l'aperçurent, car Van Mander donne à Lombard le titre de « père de l'art du dessin et de la peinture dans les Pays-Bas [2]. »

[1] Georges Duplessis : *Les Merveilles de la Gravure.* Paris, 1869, p. 144.
[2] *Het leven der doorluchtighe Nederlandsche en Hooghduytsche schilders*, door Carel Van Mander. Alckmaer, 1604, blz. 220.

Comme graveur, Lambert Suavius (de Zwaaf, Soetman), un maître trop rarement cité, parent et, sans doute, élève de Lombard, se montra de force à accomplir un mouvement non moins puissant. Vasari le classait au premier rang. « C'était, dit-il, un excellent graveur, son burin approche de la » perfection et, meilleur dessinateur, il eût obtenu des résultats merveil- » leux [1]. » De nos jours, M. Passavant n'a pas hésité à confirmer ce jugement. Suavius a dans sa manière « quelque chose de particulier et de » grandiose qui se rapproche de l'antique, » dit le savant auteur[2]. Ces éloges n'ont rien d'exagéré, et certes l'école de Mantoue, alors la plus en vogue, ne l'emportait point en perfection sur les œuvres d'un tel maître. Peut-être même y eut-il un lien entre la famille des Scultori et Lambert Suavius. Mariette avait songé à expliquer la singulière vigueur de J.-B. Mantuano en lui donnant pour maître l'Allemand Georges Pencz [3], ce qui nous paraît beaucoup moins vraisemblable.

Si le doute reste possible pour le chef de l'école mantouane, une filiation plus évidente semble résulter de la confrontation des travaux de Georges Ghisi avec ceux de Suavius. La *Calomnie d'Apelles*, qui porte la date de 1560, est conçue déjà d'après les principes flamands qui, dans peu d'années, vont régner sans partage en Italie même.

Gravées d'une main moins légère, mais d'un burin plus sérieux que les planches des Caraglio, des Bonasone et de tant d'autres coryphées de l'école de Marc-Antoine, les œuvres de Suavius constituent les tentatives les plus anciennes de l'interprétation des œuvres flamandes par le burin. Rendant les peintures de Lambert Lombard, Suavius arrivait par un travail extraordinairement précisé à l'effet et à la manière du maître, auquel ses planches ont souvent été attribuées. Un portrait du cardinal Granvelle le classe au nombre des plus éminents graveurs de portraits. La planche est datée de 1556.

[1] G. Vasari : *Vies des Peintres, Sculpteurs et Architectes.* Traduction Leclanché. Paris, 1842, VIII, p. 98.

[2] F.-D. Passavant : *Le Peintre graveur*, III, p. 110.

[3] *Abecedario*, etc., P.-J. Mariette, publié par MM. de Chennevières et de Montaiglon. Paris, 1853, II, p. 303.

Avant cette époque même, l'École flamande de gravure occupait un rang distingué.

Les presses anversoises avaient fait connaître déjà des œuvres d'un intérêt européen, telles que les *Victoires de Charles-Quint* de Martin Heemskerk, des travaux exécutés d'après Fr. Floris, Breughel, Ant. Blocklandt et d'autres peintres en vogue. Ces planches n'étaient point inconnues en Italie, et Vasari n'épargne pas l'éloge à Jérôme Cock d'Anvers, qu'il avait connu à Rome étant au service du cardinal de Médicis [1]. Lorsque Corneille Cort vint, à son tour, appliquer à la traduction des œuvres italiennes les principes de l'école anversoise, les procédés nouveaux qu'il introduisait semblèrent ne plus trouver bientôt que des admirateurs.

L'attrait de la nouveauté ne fut pas étranger, sans doute, à la grande vogue des pratiques que ne réclamait pas un art arrivé si près de la perfection par les efforts successifs d'un Mantegna, d'un Dürer, d'un Marc-Antoine. Mais les maîtres qui régnaient alors souverainement en Italie avaient abandonné déjà l'idéal de la grande école de Raphaël. Mais le Parmesan, lorsqu'il entreprenait de continuer Jules Romain, le Primatrice, s'inspirant des conceptions grandioses de Michel-Ange, ou le Corrége, auquel la vue des œuvres de Raphaël révélait une vocation d'artiste, n'apparaissent dans l'histoire de l'art comme des impuissants, si loin qu'ils restent de leurs glorieux modèles. Corneille Cort, d'ailleurs, se sentit d'abord attiré vers le Titien, et la comparaison des œuvres qu'il laissait dans les Pays-Bas avec celles qu'il mit au jour sous l'influence du brillant coloriste montre dans sa manière une incontestable transformation.

Les maîtres vénitiens, — et leur action ici peut être assimilée à celle de Rubens lui-même, — les maîtres vénitiens ne voulaient plus seulement dans l'interprétation de leurs œuvres ce charme suprême d'un burin correct que Marc-Antoine et son école puisaient dans les inspirations de Raphaël et du Francia. Leurs puissants moyens d'expression devaient être rendus par d'autres procédés. Pour eux l'art du graveur rompait franchement avec la tradition des orfévres et prenait rang parmi les arts décoratifs. Les grandes

[1] GEORGES VASARI : *loc. cit.*, VIII, pp. 105-110.

tailles de bois de Boldrini que l'on verra revivre dans les Pays-Bas sous le crayon de Rubens, les camaïeux d'Ugo da Carpi et d'André Andreani devaient non-seulement vulgariser les conceptions des œuvres peintes, mais rappeler la science de l'effet si noblement introduite dans l'art par les grands coloristes de l'école de Venise. Déroulée en longue frise la gravure du *Triomphe du Christ* du Titien viendra prendre sa place à côté même des œuvres peintes, et l'industrie des verriers de Murano en permettra l'étalage dans toutes les demeures. La grande *Descente de croix* d'Andreani, que l'on voit dans son ensemble au Musée des Offices de Florence, cesse vraiment d'être une gravure pour lutter d'énergie avec les œuvres du pinceau.

La tâche imposée au burin par de telles préoccupations ne pouvait être réalisée que par un travail où se combinaient le pittoresque des procédés flamands et la correction traditionnelle des graveurs italiens.

Le burin, manié par la main habile de Corneille Cort, vient s'associer à son tour dans une certaine mesure au travail du pinceau. Les tailles s'espacent, s'infléchissent et s'entre-croisent. Elles naissent avec l'insertion des muscles pour en préciser les mouvements et suivent les plis ondoyants des draperies. Dans ses excès ce procédé inaugura le triomphe des moyens mécaniques; c'était une décadence manifeste, ce qui n'empêche que, sagement appliqué, il eût en Corneille Cort un représentant de premier mérite : « savant avec Michel-Ange, contenu avec Raphaël, coloré avec Titien et » Barocci, strapassé avec Zucchero, sage dans sa puissance et grand malgré » sa froideur [1]. »

Si, parmi les continuateurs de Corneille Cort, qui finit sa carrière à Rome en 1578 seulement, il y eut des maîtres distingués comme Augustin Carrache, il y eut aussi par malheur des Raphaël Guidi et des F. Villamena qui ne servirent que trop fidèlement le maniérisme inauguré par le Parmesan dans la dernière partie de sa carrière et encore exagéré par le Josépin. Mais Titien lui-même n'eut-il pas pour élève un Christophe Schwartz dont les églises de Munich ont conservé les fulgurantes conceptions, et

[1] Renouvier : *Des types et des manières des maîtres graveurs*. Montpellier, 1854, III, p. 14.

qui, malgré son mauvais goût, fut honoré du surnom de « Raphaël de l'Allemagne? »

Si, de la fin du XVI[e] siècle, l'on considère la marche suivie par l'école italienne comme par l'École flamande de gravure depuis cinquante années, l'on ne manquera point de voir s'opérer entre les deux écoles un rapprochement qui est autant le fait de l'enthousiasme inspiré aux Flamands par le style et la manière des Italiens que celui d'une prépondérance grandissante des maîtres néerlandais en Italie même. Corneille Cort, et Augustin Carrache après lui, forment des élèves appelés à devenir en tous lieux les apôtres des procédés mis en honneur par le premier; le Brugeois Stradan, fixé à Florence, l'Anversois Calvaert, fixé à Bologne, exercent une action non moins directe sur un art qu'ils ne pratiquent pas, à la vérité, mais qui trouve dans les compositions du premier, surtout, une direction constante. Sans parler de l'école des Sadeler et des Galle, qui traduisit avec tant de fidélité la manière de Stradan, ce fut encore à lui que Tempesta et indirectement Callot durent leur enseignement.

Toutefois, dans le mouvement d'unification qui s'opère, chaque école apporte une part égale de qualités propres. Conservant à travers les surcharges d'une grandeur mal comprise des qualités de style, l'Italie s'inspire encore de maîtres éminents dans la distribution des ensembles et la noblesse des types. Aux Flamands appartiendra le triomphe des difficultés pratiques et la dextérité de main des hommes du Nord, enviée jadis à Dürer par Marc-Antoine lui-même. Malheureusement de part et d'autre l'idéal s'est altéré et les vastes planches des graveurs flamands ne réussiront souvent à faire pardonner la pauvreté du fond qu'en faveur de la brillante et facile conduite du burin. Peu importe à ces praticiens de passer de Salviati, de Baroche ou de Zucchero à Judocus de Winghe, Pierre de Witte ou Barthélemy Spranger. L'œuvre, en réalité, n'est plus qu'un prétexte à l'étalage d'une virtuosité à peine contenue par la majesté d'un Titien ou d'un Tintoret.

L'Italie, l'Allemagne et la Flandre ne demandent point aux graveurs un même ordre de productions. Le goût de ces vastes ensembles allégoriques et religieux dont les princes de Toscane et de Bavière ornent les églises ou les

palais ne règne point encore aux Pays-Bas. A peine le voit-on, aux jours des réceptions solennelles dont la Flandre a la spécialité, se traduire dans des constructions éphémères pour s'allier à l'ordonnance architecturale de ces arcs de triomphe de bois et de toile où, mieux que partout ailleurs, la Renaissance trouve à se produire dans les Pays-Bas. Lorsque le burin conserve le souvenir de ces conceptions il n'est plus qu'au service d'un texte descriptif.

Les Pays-Bas unis à l'Espagne s'appliquent avec plus de zèle à l'imagerie pieuse et voient leurs œuvres artistiques accueillies avec faveur jusque dans les provinces les plus reculées de l'Empire. Les conditions de succès reposent, dans une large mesure, sur la conformité des vues et des tendances. L'Espagne, l'Amérique espagnole même, faisaient un large emploi d'images religieuses et de pieux emblèmes qui avaient dans les Pays-Bas leur siége exclusif de production. L'activité des ateliers d'Anvers dut être prodigieuse à la fin du XVI$^{e}$ siècle, car il était rare que les planches parussent isolées. C'était par cahiers que les éditeurs les livraient à la foule, et les compositions d'un petit nombre d'artistes semblaient jouir d'une vogue exclusive.

« Jusqu'au milieu du XVII$^{e}$ siècle, » dit M. Alvin [1], « la fabrication des » images de piété a été pour la Belgique l'objet d'une industrie considérable » dont la ville d'Anvers était le siége. C'est dans cette pépinière que se sont » développés les plus habiles graveurs qui furent les initiateurs du reste de » l'Europe. »

Les sujets religieux émanaient le plus ordinairement du crayon de Martin de Vos, tandis que Stradan envoyait de Florence ses séries intéressantes, les *Nova reperta, Vermis sericus,* ses chasses, ses pêches et ses combats, dans lesquels il eut en Italie même un interprète, Antonio Tempesta, dont les allures flamandes sont si remarquables.

Les graveurs étaient nombreux : les frères Wiericx, les Galle, les Collaert, les Sadeler, J.-B. Barbé, Egbert van Panderen, Jacques de Bye, et d'autres plus obscurs.

[1] *Catalogue raisonné de l'œuvre des trois frères Wiericx*. Bruxelles, 1866, p. XXII.

« Il est vivement à regretter, » dit encore M. Alvin [1], « que l'usage de » graver les tableaux ne fût pas plus général à la fin du XVIe siècle. C'est » presque toujours sur des dessins et souvent d'après leur propre ima- » gination que les graveurs travaillaient à cette époque. Ils se bornaient » parfois à traduire la pensée d'autrui, de quelque savant docteur en théo- » logie.

» S'ils se sont montrés très-féconds, ajoute l'auteur, leur fécondité » devient déplorable lorsqu'ils subissent l'influence de quelque mécène » ecclésiastique. Ils exploitent la veine du mysticisme et cultivent cette » fleur exotique et bizarre qui s'épanouit à l'ombre des cloîtres espagnols. » C'est dans leurs œuvres qu'on peut surtout étudier l'influence des idées » de piété étroite que les archiducs Albert et Isabelle avaient importées de » l'Escurial en Flandre. Le sacré et le profane se mêlent et se confondent » dans ces inventions soi-disant religieuses; l'idéal céleste s'y revêt des » formes charnelles et les jouissances du Paradis y sont trop sensuelles. »

Mais, laissant à part le fond de cette imagerie d'un caractère spécial, on ne peut contester que les graveurs n'y épuisent les ressources du procédé, et la part d'initiative que leur abandonnent les dessinateurs est merveilleusement comprise. On trouve de tout dans ces planches. Le paysage à peine indiqué en quelques traits de plume par l'inventeur y est traité avec un talent extrême, et les effets, souvent appliqués à coups de pinceau, sont rendus par le burin avec une fidélité qui provoque l'étonnement.

La science du dessin est, d'ailleurs, poussée très-loin. Si la forme est banale, impersonnelle, il serait injuste de la dire incorrecte. Les types qui fatiguent par leur monotone répétition sont d'une pureté incontestable. Si, enfin, l'on décompose le procédé de toutes ces petites scènes, l'on s'étonne à bon droit de la conscience, de l'inflexible bonne foi, faut-il dire, de ces praticiens. Rarement ils ont recours à l'eau-forte pour abréger leur travail; le modelé ne s'obtient jamais par l'usage de la pointe. Ils creusent le cuivre avec la placidité d'un bon bœuf de labour traçant son régulier sillon : profondément, largement. La taille naît, s'épanouit et s'achève comme il sied aux néces-

[1] *Op. cit.*, XX.

sités d'un long tirage et il est rare de trouver des planches absolument usées.

Que l'on ne s'étonne donc point de la faveur obtenue par de tels maîtres auprès des éditeurs anversois. Le nombre même de leurs planches nous dit ce qu'elle fut auprès du public.

Philippe Galle était le chef de cette industrieuse école. Né à Harlem, il se flattait de quelque noblesse, descendant, paraît-il, d'une famille anciennement alliée aux Van Vaernewyck, et portait d'azur à six croissants remontants d'or [1]. Philippe Galle, qui naquit en 1537, fut élève de D.-V. Coornhert, le graveur ordinaire de Martin Heemskerk, d'après lequel, à son tour, il grava de nombreuses planches. Il avait été admis à la bourgeoisie, à Anvers, en 1571, le 20 juillet. Galle était à cette époque un maître fait et on le trouve inscrit comme tel à la gilde de Saint-Luc. Ses attaches avec l'École anversoise de la fin du XVI[e] siècle sont extraordinairement nombreuses. Père de Théodore et de Corneille Galle, il est le grand-père de Jean et du second Corneille. Pour gendres, il eut Adrien Collaert et Charles de Mallery; pour belle-fille, Catherine Moerentorf (Moretus), mariée à son fils Théodore; pour élèves il compta, indépendamment de ses fils et, sans doute, aussi de ses gendres, Jean-Baptiste Barbé, et l'on dit même Henri Goltzius que, dans une note de son catalogue [2], Van Hulthem fait son maître, oubliant que Galle était de vingt ans l'aîné. De même Mariette [3] et Renouvier [4], en faisant à Ph. Galle l'honneur d'avoir guidé la main de Goltzius, perdent de vue que celui-ci n'avait que douze ans à l'époque où son maître serait allé s'établir à Anvers. Van Mander [5], du reste, affirme les relations de Goltzius avec Coornhert, qui lui donna certainement ses premières leçons. Quoi qu'il en soit, Goltzius grava en 1582 un admirable portrait de Ph. Galle, et il serait permis de voir le

[1] De Stein d'Altenstein : *Annuaire de la noblesse de Belgique*, VII, p. 241.

[2] *Bibliotheca Hulthemiana*, ou catalogue méthodique de la riche collection de livres et de manuscrits délaissés par M. Ch. Van Hulthem. Gand, 1836, t. II, p. 158, n° 9099.

[3] *Abecedario*, II, p. 314.

[4] *Des types et des manières des graveurs*, XVI[e] et XVII[e] siècles, 3[me] partie, p. 2.

[5] *Het leven der doorluchtighe Nederlandsche en Hooghduytsche schilders*. Alkmaer, 1604, p. 282.

« Il est vivement à regretter, » dit encore M. Alvin [1], « que l'usage de » graver les tableaux ne fût pas plus général à la fin du XVIe siècle. C'est » presque toujours sur des dessins et souvent d'après leur propre ima- » gination que les graveurs travaillaient à cette époque. Ils se bornaient » parfois à traduire la pensée d'autrui, de quelque savant docteur en théo- » logie.

» S'ils se sont montrés très-féconds, ajoute l'auteur, leur fécondité » devient déplorable lorsqu'ils subissent l'influence de quelque mécène » ecclésiastique. Ils exploitent la veine du mysticisme et cultivent cette » fleur exotique et bizarre qui s'épanouit à l'ombre des cloîtres espagnols. » C'est dans leurs œuvres qu'on peut surtout étudier l'influence des idées » de piété étroite que les archiducs Albert et Isabelle avaient importées de » l'Escurial en Flandre. Le sacré et le profane se mêlent et se confondent » dans ces inventions soi-disant religieuses; l'idéal céleste s'y revêt des » formes charnelles et les jouissances du Paradis y sont trop sensuelles. »

Mais, laissant à part le fond de cette imagerie d'un caractère spécial, on ne peut contester que les graveurs n'y épuisent les ressources du procédé, et la part d'initiative que leur abandonnent les dessinateurs est merveilleu- sement comprise. On trouve de tout dans ces planches. Le paysage à peine indiqué en quelques traits de plume par l'inventeur y est traité avec un talent extrême, et les effets, souvent appliqués à coups de pinceau, sont rendus par le burin avec une fidélité qui provoque l'étonnement.

La science du dessin est, d'ailleurs, poussée très-loin. Si la forme est banale, impersonnelle, il serait injuste de la dire incorrecte. Les types qui fatiguent par leur monotone répétition sont d'une pureté incontestable. Si, enfin, l'on décompose le procédé de toutes ces petites scènes, l'on s'étonne à bon droit de la conscience, de l'inflexible bonne foi, faut-il dire, de ces praticiens. Rarement ils ont recours à l'eau-forte pour abréger leur travail; le modelé ne s'obtient jamais par l'usage de la pointe. Ils creusent le cuivre avec la placidité d'un bon bœuf de labour traçant son régulier sillon : profondé- ment, largement. La taille naît, s'épanouit et s'achève comme il sied aux néces-

[1] *Op. cit.*, XX.

sités d'un long tirage et il est rare de trouver des planches absolument usées.

Que l'on ne s'étonne donc point de la faveur obtenue par de tels maîtres auprès des éditeurs anversois. Le nombre même de leurs planches nous dit ce qu'elle fut auprès du public.

Philippe Galle était le chef de cette industrieuse école. Né à Harlem, il se flattait de quelque noblesse, descendant, paraît-il, d'une famille anciennement alliée aux Van Vaernewyck, et portait d'azur à six croissants remontants d'or [1]. Philippe Galle, qui naquit en 1537, fut élève de D.-V. Coornhert, le graveur ordinaire de Martin Heemskerk, d'après lequel, à son tour, il grava de nombreuses planches. Il avait été admis à la bourgeoisie, à Anvers, en 1571, le 20 juillet. Galle était à cette époque un maître fait et on le trouve inscrit comme tel à la gilde de Saint-Luc. Ses attaches avec l'École anversoise de la fin du XVI[e] siècle sont extraordinairement nombreuses. Père de Théodore et de Corneille Galle, il est le grand-père de Jean et du second Corneille. Pour gendres, il eut Adrien Collaert et Charles de Mallery; pour belle-fille, Catherine Moerentorf (Moretus), mariée à son fils Théodore; pour élèves il compta, indépendamment de ses fils et, sans doute, aussi de ses gendres, Jean-Baptiste Barbé, et l'on dit même Henri Goltzius que, dans une note de son catalogue [2], Van Hulthem fait son maître, oubliant que Galle était de vingt ans l'aîné. De même Mariette [3] et Renouvier [4], en faisant à Ph. Galle l'honneur d'avoir guidé la main de Goltzius, perdent de vue que celui-ci n'avait que douze ans à l'époque où son maître serait allé s'établir à Anvers. Van Mander [5], du reste, affirme les relations de Goltzius avec Coornhert, qui lui donna certainement ses premières leçons. Quoi qu'il en soit, Goltzius grava en 1582 un admirable portrait de Ph. Galle, et il serait permis de voir le

[1] De Stein d'Altenstein : *Annuaire de la noblesse de Belgique*, VII, p. 241.

[2] *Bibliotheca Hulthemiana*, ou catalogue méthodique de la riche collection de livres et de manuscrits délaissés par M. Ch. Van Hulthem. Gand, 1836, t. II, p. 158, n° 9099.

[3] *Abecedario*, II, p. 314.

[4] *Des types et des manières des graveurs*, XVI[e] et XVII[e] siècles, 3[me] partie, p. 2.

[5] *Het leven der doorluchtighe Nederlandsche en Hooghduytsche schilders.* Alkmaer, 1604, p. 282.

souvenir reconnaissant que l'élève gardait au maître par ces vers du poëme inscrit sous l'image :

*Beata Gallione Goltzii manus*
*Beata Gallionis ora Goltzio.*

A l'époque où Goltzius gravait cette œuvre capitale, il n'en était pas encore venu à chercher le succès dans les tours de force que ses élèves lui empruntèrent avec tant d'empressement, et il est incontestable que dans ses planches les moins désordonnées son burin se rapproche de celui de l'école créée par Philippe Galle plus que d'aucun autre.

Goltzius fut le fréquent collaborateur de Philippe Galle. Plusieurs des planches des *Acta Apostolorum*, d'après Martin Heemskerk, cinq des huit planches illustrant la vie de Jean de Médicis, d'après Stradan [1] (B. 285-289), quatre des planches des *Equile*, d'après le même maître (B. 290-293), nous les montrent concourant aux mêmes travaux.

P. Galle fut aussi l'éditeur de plusieurs planches de son compatriote. Ce fut lui qui publia la suite des *Vertus et des péchés capitaux* (B. 77-92), l'*Histoire de Lucrèce* (B. 104-107), et plusieurs autres estampes. Goltzius grava encore pour lui le portrait d'Ortelius (B. 180) et le portrait de Mercator, daté de 1574, planche anonyme que Bartsch (n° 176) a pu assigner à Goltzius, bien qu'il eût à peine seize ans, se retrouve déjà, copié en contre-partie, dans les *Imagines virorum doctorum*, de Ph. Galle.

Bien que nous sachions par Van Mander que, fort jeune encore, Goltzius travailla pour Galle étant fixé à Harlem, nous ne repoussons pas l'idée d'un séjour du maître à Anvers même. Il y était peut-être en 1579, époque où fut exhibé à Anvers l'enfant monstrueux représenté dans une de ses estampes (B. 128). La présence de ce phénomène à Anvers est rappelée par Ph. Galle lui-même dans sa *Sommaire annotation des choses les plus mémorables advenues de jour à aultre es XVII provinces des Pais Bas de l'an [M.D.]LXVI jusques au premier jour de l'an [M.D.]LXXIX* [2]. « Pour la » dernière annotation des choses advenues en ces desolez païs, la pluspart

[1] C'est à Jean de Médicis que Ph. Galle dédie son recueil *Florilegium*.

[2] *Anvers. Christophe Plantin, pour Philippe Galle*, MDLXXIX, in-8°, avant-dernière page.

» (à nostre regret) tragiques, ne sera impertinent d'en adjouster une mon-
» strueuse, ces jours passés veue en ce lieu par tous ceux qui l'ont voulu
» veoir. C'est d'un enfant ici apporté, nay à Valenciennes, au mois d'octobre
» dernier, lequel avait deux visages, etc. »

L'école qui naquit des enseignements de Philippe Galle ne devait point échapper par la suite à l'influence de Goltzius. Non, sans doute, que d'une manière générale les Anversois en vinrent jamais à se permettre les audacieux effets de burin inaugurés par le chef de l'école hollandaise, mais Corneille Galle, le plus jeune des fils de Philippe, et même J.-B. Barbé nous montrent fréquemment des planches traitées d'un burin plus libre et plus coloré que ne le sont les œuvres de leurs condisciples. Le souvenir de Goltzius y est nettement visible et comment s'en étonner si l'on songe que le maître avait de bonne heure acquis un renom européen[1]? Des graveurs anversois voulurent même se former directement à son école. Tel fut Jacques de Gheyn (1565-1616), qui travailla plusieurs années à ses côtés et produisit, d'après ses dessins, la suite si connue des officiers et soldats hollandais (B. 1-12); tel fut encore Pierre de Jode le vieux (1570-1634), qui eut à son tour à Anvers un atelier dont l'influence fut considérable sur l'école qui devait s'illustrer sous la direction de Rubens et dans laquelle son fils tint une digne place.

Plus tard, l'école hollandaise viendra prêter à Rubens le concours de ses larges procédés. Elle le fera souvent avec un bonheur incontestable et l'aîné des Bolswert appliquera sans transformation essentielle, à la traduction des œuvres du maître, des principes puisés au contact de Bloemaert.

Sans doute, Rubens était en droit d'avoir pour auxiliaires des interprètes plus discrets que les collaborateurs immédiats de Goltzius; il n'en dut pas moins obtenir de bonne heure par les tentatives — peut-être fortuites — de Matham, de Swanenburg, de Jean Muller, la démonstration de l'incapacité des graveurs de vieille souche anversoise à le seconder dignement.

[1] Au mois d'octobre 1616, sir Dudley Carleton, l'ambassadeur anglais à La Haye, annonçait sa fin prochaine à J. Chamberlain. « Goltzius vit encore, écrivait-il, mais il ne passera pas l'hiver, » ce qui se réalisa du reste. SAINSBURY : *Original unpublished Papers illustrative of the life of sir Peter Paul Rubens*, London 1859, p. 13.





Si l'on fait la juste part des défauts et des qualités, le procédé de l'école de Harlem se signale encore par une flexibilité de burin et une conception des ensembles qui relègue à l'arrière-plan les travaux anversois.

L'étude des graveurs de Rubens met en lumière la rencontre des principes de deux écoles voisines et pourtant si distinctes. Il n'est point douteux qu'en répudiant les formules vieillies, Rubens se rapprochait par degrés du style des maîtres hollandais et y trouvait le point de départ de l'impulsion qu'il donne à la gravure et qui porte le procédé bien au delà des prévisions les plus audacieuses. — Telle est, en résumé, l'origine de la puissante école que nous allons étudier dans ces pages.

---

## CHAPITRE II.

Premiers rapports de Rubens avec les graveurs. — Ses planches pour l'imprimerie plantinienne. — *Philippi Rubenii Electorum libri II* (1608). — *Vie de saint Ignace de Loyola* (Rome 1609). — *Sainte Famille*, gravée en Italie par J.-B. Barbé. — Le livre du P. d'Aiguillon sur l'optique (1613). — C. Galle, la grande *Judith*. — L'*Ecce Homo*. — Théodore Galle, le *Missel* de 1613. — Le *Bréviaire* de 1614. — Le *Sénèque* de 1614.

Les premiers graveurs que l'on trouve associés à l'œuvre de Rubens appartiennent à l'atelier de Philippe Galle. Le vieux maître lui-même n'a laissé aucun travail de l'espèce, mais ses fils, son gendre et son élève Barbé ont reproduit des dessins du grand peintre très-tôt après son retour à Anvers. Certaines planches même ont dû être gravées d'après des modèles envoyés d'Italie.

A part l'intérêt irrésistible qui s'attache à la moindre œuvre du glorieux chef de l'École anversoise, les planches dont il s'agit n'ont pour les signaler à l'attention de l'iconophile aucune qualité marquante. Elles se confondent avec la généralité des travaux que les presses anversoises livrèrent au public pendant une bonne partie du XVII^e^ siècle, autant par le faire que par la conception générale de l'effet. Il semble même qu'une certaine contrainte s'ajoute à la froideur ordinaire du burin de Corneille Galle dans ces premières interprétations de Rubens. Il a aussi, chose singulière, plus de rondeur et d'abandon avec De Vos et Stradan. C'est d'une pointe glaciale qu'il grave les illustrations du livre de Philippe Rubens : *Electorum, libri II* (Antv., 1608), illustrations attribuées avec toute vraisemblance au frère du savant.

Rien de plus naturel, en somme, que cette collaboration. L'étude des anti-

quités romaines ne passionnait pas moins Rubens que son frère, et le travail, qui sans doute avait été écrit sous ses yeux [1], sollicitait le concours de certaines démonstrations graphiques qui devaient naturellement émaner de lui. Le privilége obtenu à la date du 15 novembre 1607 range les dessins parmi les travaux exécutés par le peintre avant son retour au pays.

Les planches au nombre de six apparaissent aux pages 21, 33, 67, 73, 74 et 87. Elles ont exclusivement pour objet des antiquités romaines : statues, bas-reliefs et médailles. Les quatre grandes planches (pp. 21, 33, 67 et 74) portent seules le nom de Corneille Galle. Les deux autres sont d'un moindre intérêt et insérées dans le texte.

A la page 21 : *Iconismus statuæ togatæ,* nous voyons le Titus du Musée de Latran représenté sous trois aspects; à la page 33 : *Iconismus circensium et missionis mappæ* le dessinateur représente un char lancé au galop tandis que le consul élève la *mappa,* d'après un bas-relief trouvé près de la porte nomentane. La page 67 : *Iconismus duplicis statuæ togatæ* montre Pallas assise et la Flore Farnèse actuellement à Naples, la main gauche restaurée. Page 73 : tête vue de profil, coiffée de l'*apex*. Page 74 : *Iconismus apicis in lapide clivi capitolini,* casque et divers objets servant au sacrifice, bas-relief de l'entablement du temple de la Concorde à Rome. Enfin page 87 (dans le texte) médaille de Faustine, face et revers.

Le livre où sont insérées ces planches fut publié à Anvers en 1608 par Jean Moretus. On ne peut nier que Corneille Galle ne fasse preuve de beaucoup de conscience dans la part de travail qui lui incombe. Rubens, de son côté, s'est peut-être préoccupé de l'effet un peu plus que ne le comportaient des travaux de l'espèce, mais, à coup sûr, il se montre dessinateur patient autant que correct, et le travail dut lui paraître attrayant pour mériter de sa part autant d'application.

Le Catalogue Basan [2] nous apprend « qu'il parut à Rome en 1609 une

[1] Philippe et Pierre-Paul Rubens étaient encore à Rome au mois d'août 1606, comme le prouve une procuration qu'ils passèrent à cette époque en faveur de leur mère devant le notaire de Wyse à Rome. P. Genard : *P.-P. Rubens, aanteekeningen over den grooten meester,* etc. Antw., 1877, p. 366.

[2] F. Basan : *Catalogue des estampes gravées d'après P.-P. Rubens.* Paris, 1767, p. 206, n° 8.

» *vie de St Ignace* consistant en 78 (lisez 79) estampes précédées d'un fron-
» tispice, où sont représentés les principaux Jésuites, et d'un titre : *Vita*
» *beati P. Ignatii Loyolæ, Societatis Jesu fundatoris. Romæ, 1609.*

» Ces estampes ont 5 p. 4 l. (145 millim.) de haut, en comptant l'espace
» pour l'explication du sujet, et 3 p. 6 l. (95 millim.) de large. Les pièces
» numérotées 13, 43, 46, 49, 50, 55, 56, 64, 67, 69, 73, 74, 77, ainsi
» qu'une dernière qui n'est point numérotée, qui est de la plus grande
» rareté et qui représente les cérémonies de la canonisation de St Ignace,
» sont gravées d'après les dessins que Rubens a faits lui-même étant à Rome.
» M. Mariette possédait un exemplaire de la suite entière des estampes,
» épreuves de graveur, lequel était apostillé de la main de Rubens et
» chargé d'une infinité de corrections que ce peintre avait faites lui-même
» et qui ont été suivies. Quoique l'on ne voie à aucune des planches le nom
» du graveur, il n'est pas moins certain que c'est Corn. Galle le père. »

Le recueil dont il est question dans cette note passa des mains de Mariette au cabinet de Paris, où il figure dans l'œuvre de Rubens. Bien que publié à Rome et absolument anonyme, il a tous les caractères d'une œuvre flamande, non-seulement par le style de la gravure, mais par de certaines physionomies. Néanmoins le fait de l'attribuer à Rubens, en tout ou en partie, comme crut pouvoir le faire Mariette, est bien hasardeux.

Sur quoi repose, en effet, l'assertion du savant iconophile? Il possédait trois dessins de la suite, les nos 64, 67 et 69. Ces compositions ont certainement plus d'ampleur que la majorité des autres, mais c'est là à peine une présomption de preuve. On pourrait signaler des compositions d'un caractère tout semblable insérées dans le recueil de la *Vie de saint Norbert* du R. P. Van der Sterre, qui vit le jour à Anvers en 1622 et que Théodore Galle édita.

Stradan, il importe de s'en souvenir, avait acquis en Italie une vogue considérable, et plus d'une planche du petit recueil rappelle sa manière et celle des maîtres qui travaillèrent avec lui à l'illustration des miracles de la *Nunziata* de Florence : Matteo Roselli, Ant. Pomerancio (Circignani), A. Tempesta. Ignace de Loyola, qui ne fut canonisé qu'en 1622, fut béatifié en 1607, et l'on songea, sans doute, à cette occasion, à mettre au jour la suite dont il

s'agit ici. Stradan mourut en 1608 et Rubens aurait pu être appelé, sans doute, à joindre au recueil un certain nombre de planches. Mais cela eut-il lieu en effet? Mariette, moins affirmatif que ses continuateurs, hésitait à attribuer à Rubens les n$^{os}$ 13, 14, 46, 48, 50, 55, 56, 73, 74, 76 et 79. Il n'admettait enfin comme positives que les planches 43, 49, 54, 64, 67, 69, 77 et 78, auxquelles, entrant dans ses vues, nous pourrions même ajouter, par conformité de style, le n° 56.

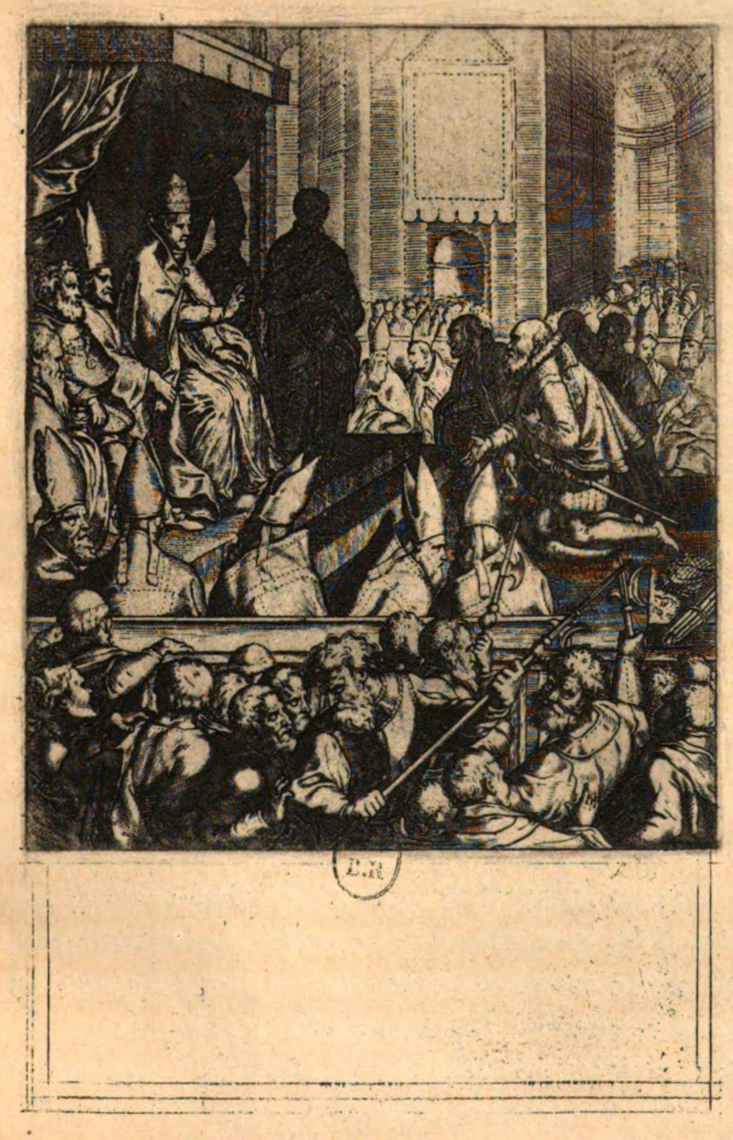
Ces neuf dernières planches sont plus librement traitées que la plupart des autres, mais il serait au moins étrange, qu'exécutées à la veille du retour de Rubens en Flandre, elles s'écartassent d'une manière si absolue de ses œuvres postérieures. Il serait plus singulier encore de voir le maître introduire souvent dans les compositions dont il s'agit des personnages vêtus d'une façon si différente de ceux qu'il fit intervenir par la suite dans ses autres œuvres.

Rarement encore les extrémités, les types ou l'architecture, si caractéristiques dans l'œuvre de Rubens, viennent rappeler le maître.

L'attribution ne trouve point de bases plus solides dans l'existence des corrections signalées à quelques-unes des planches du cabinet de Paris. Ces corrections n'établiraient au plus qu'une intervention secondaire de Rubens, intervention postérieure à la publication, car les planches, bien que d'un premier tirage, sont complètes en tous leurs détails avec leurs inscriptions et leurs chiffres au moment des annotations.

Les reprises ne sont pas toujours suivies [1]; elles sont faites d'une main ferme, mais n'ont point pour objet de renforcer l'effet des planches, selon l'habitude de Rubens. Elles précisent des contours, des mouvements, avec assez de bonheur, à la vérité, mais sans besoin absolu. Ceci encore est étranger à la coutume de Rubens, dont la participation au travail doit, selon nous, rester conjecturale, si respectable que soit l'autorité de Mariette. Le lecteur jugera, d'ailleurs, du caractère des œuvres dont il s'agit par la

[1] Cela est tellement vrai que la planche 45 du recueil devient le n° 46 dans un tirage subséquent et que des modifications très-importantes indiquées à la planche dans son état primitif ne sont nullement exécutées pour ce nouveau tirage. Le fait ressort d'une comparaison attentive de l'exemplaire de Paris et de celui de Bruxelles.





BÉATIFICATION de St IGNACE

(CABINET de PARIS)

IMP. J. BOUWENS. BRUXELLES

planche de la *Béatification de saint Ignace* que nous reproduisons d'après l'épreuve unique du cabinet de Paris. Cette planche ne fut point insérée dans le recueil. Elle a incontestablement, plus qu'aucune autre, le caractère des œuvres de Rubens, parmi les planches attribuées au maître dans l'ensemble dont il s'agit.

La recherche de l'auteur des gravures perd une partie considérable de son intérêt dans de telles conditions. On a vu que Basan n'hésitait pas à donner le recueil à Corn. Galle, le père. Mariette, avec plus de raison, le donne à J.-B. Barbé [1], dont la pointe plus souple et plus douce se rapproche de celle de Jérôme Wierix, qui fut son beau-père. C. Galle, dans ses estampes d'après Rubens, n'avait point alors la grâce de burin qui se manifeste dans la plupart des planches de la *Vie de saint Ignace*. Barbé comptait, d'ailleurs, plusieurs années de plus que lui, et le recueil trahit une main complétement rompue aux difficultés de la pratique, ainsi qu'un système trop solidement basé pour subir les modifications qui s'opéreront dans la manière de C. Galle sous l'influence de Rubens.

J.-B. Barbé, que certains auteurs font naître en 1585 [2] et qui vit le jour en 1578 [3], fit en Italie un séjour prolongé, et c'est, sans doute, à ce fait que peut être attribuée son admission tardive comme franc-maître dans la corporation de Saint-Luc d'Anvers. Il avait alors trente-deux ans.

On doit lui supposer des relations avec Rubens pendant leur séjour commun en Italie. C'est là sans aucun doute que fut dessinée, — peut-être peinte, — et gravée, une *Sainte-Famille* conçue dans le goût de Baroche ou de Paggi, et que Basan décrit sous le n° 60 (S. 142). D'après l'auteur, il existerait de cette planche un premier état sans le nom de Rubens. Nous ferons observer cependant que sur les épreuves les noms du peintre et du graveur semblent contemporains et la circonstance que Barbé fait précéder son nom de ses prénoms écrits en italien : *Gio* (vanni) *Batt* (ista), laisse peu de doute sur l'époque où fut gravée la planche.

Les figures à mi-corps sont resserrées dans un cadre étroit. La planche

[1] *Abecedario*, V, p. 102.
[2] NAGLER. *Allgemeines Kunstler Lexicon.*
[3] *Biographie nationale de Belgique.* Article de M. L. DE BURBURE, I, p. 706.

totale a 163 millimètres de haut sur 120 de large. L'enfant Jésus assis sur les genoux de la Vierge, les jambes ouvertes, se retourne pour déposer un baiser sur les lèvres de sa mère, dont il ramène des deux mains le visage vers le sien. Au fond, à droite, saint Joseph, la tête appuyée sur la main droite. L'inscription porte :

*Fœlicia prorsus oscula labiis impressa lactentis*
*Cui virginea mater applaudebat ingremio.*

Sous la prétention évidente à l'italianisme, il n'y a point de doute à concevoir sur l'origine de l'œuvre. Si le type de la Vierge est bien éloigné de celui que Rubens adoptera par la suite, à la plus grande gloire des belles Anversoises, la construction des attaches est bien de lui, de même que le jet des draperies se rapproche du chiffonnement qu'il affectionna de tout temps.

Le graveur servit à souhait le peintre dans ses préoccupations italiennes. Le système de Carrache le poursuit visiblement : les ombres les plus vives dépassent à peine en vigueur le demi-ton des Flamands. Dans les chairs, sa taille s'arrondit et se creuse avec amour pour arriver à ce chatoiement mis à la mode par les Sadeler et dont Callot resta toujours très-entiché. La proportion des gravures de Barbé ne pouvait s'agrandir qu'au détriment de leur délicatesse de burin.

Bien qu'il obtînt à Anvers assez de vogue et qu'il eût l'honneur de figurer dans l'*Iconographie* de Van Dyck, Barbé fut de ceux qui suivirent plutôt les marchands que les peintres et fut d'ailleurs marchand lui-même.

Rubens ne paraît avoir eu recours au burin de Barbé que pour des vignettes : un petit médaillon de sainte Cécile [1] et six planches pour le livre du P. François d'Aiguillon sur l'optique [2]. Le privilége de l'ouvrage est du 20 janvier 1612, et comme il ne compte pas moins de 700 pages, on peut

[1] Hauteur 75 millimètres, largeur 55. Voorhelm-Schneevoogt, le continuateur de Basan, cite cette pièce sous le n° 49. La planche est signée *P.-P. Rubens. — Barbé fecit et excudit c. Privilegio.* Le cabinet de Paris la possède.

[2] *Francisci Aguilonii e Soc. Jesu, Opticorum libri VI, philosophis juxta ac mathematicis utiles. Antv., ex off, Plantiniana, M.DC.XIII,* fol.

croire qu'il occupa son auteur pendant la majeure partie de l'année précédente.

Les planches, au nombre de sept, en y comprenant un grand frontispice, sont anonymes. On les voit en tête des six livres aux pages 1, 105, 151, 195, 356 et 452.

Basan (194-69) et Schneevoogt (206-82) citent les deux dernières pièces dont ils semblent avoir ignoré la destination. Avant eux déjà, Hecquet y avait discerné la main de Rubens, et la justesse de sa supposition se trouve confirmée par une mention des comptes de l'imprimerie plantinienne : « *à Rubens pour la délinéation des figures d'Aguilonius*, etc., » fl. 112 [1]. »

François d'Aiguillon, l'auteur du livre, était recteur du collége des Jésuites d'Anvers, et on lui attribue les plans de l'église que la Compagnie érigea dans la même ville et dont on a attribué aussi la façade à Rubens même [2].

Dans les comptes relatifs aux vignettes qui nous occupent, le nom du graveur n'est point mentionné. Il est à peine douteux que ce graveur ne soit Barbé et l'on doit reconnaître qu'il fait preuve d'un talent d'exécution tout à fait remarquable et d'une puissance d'invention poussée fort avant. Rubens, pour sa part, aimait les sujets de l'espèce et il semble apporter une sorte de complaisance à montrer le parti qu'il en peut tirer.

Les planches du livre d'Aiguillon ont 140 millimètres de large sur 98 de haut. Le dessinateur y résume chacune des parties de l'ouvrage dans une composition où les divers phénomènes de la vision se produisent aux regards d'un philosophe et lui sont démontrés par un groupe de génies.

C'est ainsi qu'en tête du livre premier, qui traite de la nature des objets et de celle de l'œil, des enfants ailés dissèquent devant le vieillard un œil

[1] *Titres et portraits gravés d'après P.-P. Rubens*, pour l'imprimerie plantinienne. Anvers, 1877, in-fol., pl. 1. (Le texte de ce recueil est de M. Max Rooses, conservateur du Musée Plantin.)

[2] Schayes : *Histoire de l'architecture en Belgique*, II, p. 415, in-12. En réalité cette façade est du P. Huyssens, jésuite brugeois, comme le démontre une gravure de J. de la Barre. Voyez la note du n° 1002 du *Catalogue de l'œuvre de P.-P. Rubens*. Bruxelles, Van Trigt, 1878.

gigantesque qu'ils viennent d'arracher du front d'un cyclope. Au deuxième livre, où sont exposés les propriétés et les caractères des rayons optiques, le philosophe considère le colosse de Rhodes par un oculaire pendant que les génies précisent la direction des rayons visuels. Le troisième est précédé d'une vignette où le philosophe, assis dans son cabinet de travail, regarde d'un œil la toise que lui présentent les génies, et ainsi jusqu'au dernier chapitre où la théorie des ombres est illustrée par une sphère armillaire supportée par Atlas et dont les génies projettent l'ombre sur le sol.

Tout cela est gravé avec beaucoup de finesse, et le graveur s'est montré particulièrement soigneux et correct dans la reproduction des formes délicates des enfants.

Si la collaboration de Rubens au livre d'Aiguillon est absolument prouvée, il n'en résulte pas que l'on doive faire à l'auteur de la *Descente de croix*, l'injure de ranger parmi ses œuvres le pitoyable frontispice de l'ouvrage, comme le font certains auteurs. Le goût de Rubens en matière d'architecture pouvait ne pas être irréprochable, mais le maître avait un sentiment trop élevé des convenances esthétiques pour nous montrer Mercure et Minerve unissant leurs forces pour supporter un lourd entablement à l'aide d'une fragile corbeille de fruits, si maladroitement agencée, encore, que l'auteur ne parvient à la faire naître que de la coiffure de ses divinités!

Les livres de la maison plantinienne démontrent que la planche était gravée par Théodore Galle, beau-frère de Balthasar Moretus, à qui elle fut payée 72 florins en 1613 [1]. Il est à peine douteux que l'invention elle-même n'appartînt au graveur, qui composa aussi d'autres planches de l'espèce. Le dessin peut avoir été revu par Rubens, et c'est ainsi que nous interprétons cette mention d'un compte déjà cité : ... « à monsieur Rubens pour autant qu'il a *retocqué* les figures d'Aguilonius, Lipsii Seneca, etc., » mention indépendante de la « *délinéation* des figures d'Aguilonius, » ce qui nous

[1] *Loc. cit.*, pl. 1.

permet de limiter l'intervention du maître à la figure de Junon qui domine l'ensemble et dans laquelle son style est plus apparent.

La plus importante des planches exécutées d'après Rubens pendant les premières années qui suivirent son retour à Anvers est une œuvre de Corneille Galle. La pièce que Basan décrit sous le n° 23 des sujets de l'Ancien Testament est connue dans le monde des iconophiles sous le nom de *la Grande Judith.* C'est en effet une grande pièce [1], et il importe de la distinguer d'une autre interprétation de la même donnée, beaucoup moins développée, œuvre d'Alexandre Voet, et sur laquelle le nom de Galle a été inscrit au 2e état.

Rubens offre la première planche à son ami Waverius [2] avec une dédicace dont il importe de rappeler les termes :

« *Cl. viro D. Joanni Woverio paginam hanc auspicalem primumque suorum operum typis æneis expressum P. P. Rubenius promissi jam olim Veronæ a se facti memor Dat Dicat.* »

Bien que d'autres œuvres eussent précédé celle-ci, Rubens était vraiment fondé à la qualifier de première en raison de son importance.

On a cité à propos de cette composition [3] un passage d'une lettre écrite par T. Locke à sir Dudley Carleton [4] dans lequel il est dit que le prince de Galles possède de la main de Rubens un tableau de Judith et Holopherne que le maître désavoue (*which Rewben desavoweth*). Rubens lui-même ne va pas si loin dans une lettre écrite le 13 septembre 1621 à W. Trumbull [5]. Parlant d'une toile commandée par l'héritier de la couronne d'Angleterre : « Je feray tout mon extrême debvoir, dit-il, afin de la rendre supérieure » d'artifice à celle d'Holophernes laquelle j'ai faite en ma jeunesse. »

[1] 600 millimètres sur 380.

[2] Jean Vanden Wouwer, commissaire des finances, l'un des négociateurs de la trêve avec la Hollande en 1633. Van Dyck a gravé son portrait.

[3] Ch. Ruelens : *P.-P. Rubens, documents et lettres.* Bruxelles, 1877, p. 38.

[4] 18 mars 1620, Sainsbury : lettre XLVIII.

[5] Sainsbury : appendice, IV.

L'existence de la grande Judith n'a été nulle part révélée pourtant, et un auteur croit même que le tableau aurait été aliéné par le roi d'Angleterre sur le conseil de Rubens [1].

Mols d'Anvers, qui s'était beaucoup occupé de Rubens, signalait dans une note manuscrite « une Judith tranchant la tête d'Holopherne, » figure de grandeur naturelle, tableau vendu à Amsterdam en 1755 [2].

Il se peut que ce fût là l'original de l'estampe. L'existence de celle-ci ne démontre pas cependant qu'elle reproduisit plutôt une peinture qu'un dessin ou une grisaille, car Rubens avait coutume d'offrir de semblables modèles à ses graveurs. Nous tenons seulement à faire remarquer combien peu le soin que le graveur apporte à son œuvre, la sollicitude du peintre à en surveiller l'exécution et la solennité de la dédicace, concordent avec l'idée d'un sacrifice que Rubens aurait voulu faire à sa renommée par une quasi-destruction, contraire absolument aux habitudes qu'on lui connait.

L'admission de Corneille Galle à la maîtrise, retardée par un motif encore inexpliqué, jusqu'en 1610, peut faire envisager sa planche comme datant de cette année. Une autre œuvre importante, gravée par Guillaume Swanenburg existait déjà en 1611 et n'aurait pu être passée sous silence par Rubens.

Le graveur anversois avait fait en Italie un assez long séjour, et plus d'un maître en vogue dans ce pays, au début du XVII^e^ siècle, trouva en lui un interprète : F. Villamena, F. Vanni, V. Salimbeni, les plus souples des ascètes de l'école siennoise.

Bien que, dans son ensemble, la grande Judith constitue dans l'œuvre de Rubens un sujet assez frappant, le graveur et le peintre s'y montrent également dominés par l'influence italienne. Non-seulement l'héroïne biblique rappelle sous plus d'un rapport les femmes de Baroche, mais Rubens s'était évidemment inspiré d'une composition de Polydore de Caravage, que l'on peut voir encore au Musée de Naples, et ce ne fut pas la seule toile de ce

[1] Ruelens : *op. cit.*, p. 39.
[2] Mols : *Rubeniana*. MSS. de la Bibliothèque royale de Bruxelles, n^os^ 5732-5733.



maître que le jeune Flamand prit pour base de ses compositions. Rubens ne s'était pas encore départi de la sécheresse que Waagen signale avec raison dans les œuvres de sa jeunesse et, Corneille Galle, pour sa part, accentuait le défaut.

On constate par l'épreuve des plus intéressantes du cabinet de Paris, qu'une retouche de Rubens est venue renforcer l'effet et la ligne du travail, et c'est donc lui-même qui, dans une forte mesure, doit être tenu responsable d'un caractère qui n'était que trop dans les tendances du graveur. La grande Judith n'en demeure pas moins un travail des plus distingués et les chefs-d'œuvre successifs de tant de maîtres éminents de l'école de gravure de Rubens ne l'effacent pas de la mémoire.

Le grand peintre a pu, sous l'influence d'une préoccupation personnelle, assigner à l'œuvre une place secondaire, mais pour ceux qui la jugent sans parti pris, la composition reproduite par Galle, a un caractère d'incontestable grandeur.

De même que dans le tableau du Caravage [1], mais avec une énergie plus féroce, le drame se déroule sous nos yeux dans toute sa hideuse logique.

L'attaque a été soudaine et le terrible Assyrien n'a pu songer à la défense que lorsque déjà le glaive a accompli la moitié de son sanglant trajet. Le peintre n'a rien dissimulé de l'horreur de la scène; en ceci il s'écarte des Italiens : de Mantegna, d'Andrea del Sarto, du Caravage lui-même. Que l'imagination grandisse jusqu'aux proportions de la nature cette composition d'à peine vingt pouces de haut, qu'elle lui prête l'éclat des couleurs et, en vérité, dans ces conditions nouvelles, l'œuvre sera terrifiante, ce qu'elle devait être en somme.

Envisagée sous le rapport technique, l'estampe de Galle est frappante par une accentuation de volonté, par une précision que l'on ne retrouve peut-être à un égal degré dans aucune autre planche de l'œuvre.

L'arrangement des tailles manque de goût. L'âpreté des contours ne se

[1] Musée de Naples, première salle, n° 69. — Il en existe une répétition d'Artemisia Gentileschi au Musée des offices de Florence, n° 1258 du catalogue.



tempère jamais; le plan s'accuse jusqu'à la dureté, et ce défaut — excessif pour tout autre sujet—concorde cette fois avec le geste vigoureux de la belle homicide. Dans les masses d'ombre les tailles se croisent presque à angles droits d'après le système de l'ancienne école. Dans les chairs, par contre, la finesse devient extrême. La transition des clairs aux ombres s'obtient sans artifice de pointe. La contraction ou l'espacement des tailles amène seul le relief. Comme conséquence, l'opposition est tranchante et, à ce point de vue, l'interprétation d'une œuvre ordinaire de Rubens serait fautive.

Mariette n'a pas hésité à donner de justes éloges à la planche de Galle et c'est avec toute raison aussi qu'il ajoute qu'elle dut faire à Rubens beaucoup d'honneur [1].

Corneille Galle fut lui-même l'éditeur de son œuvre, qu'il publia sans privilége. Elle passa ensuite aux mains de Charles Collaert, qui la retoucha et mit son nom à la suite de celui du graveur. Dans cet état la planche est médiocre, et pour la bien juger il faut la voir avant l'adresse. Il en existe une bonne copie par Ragot. Elle est en contre-partie et de la grandeur de l'original. Le copiste y a mis son adresse bien connue : *en lisle du Palais aux deux croissants, sur le quay qui regarde la mégisserie en sa bouticque au Palais à la galerie des prisonniers, proche la chancellerie.*

On trouve rarement Corneille Galle aussi heureux que dans cette première planche qu'il grava d'après une œuvre approfondie de Rubens. Pendant une longue carrière [2] il suivit le maître à travers les genres les plus variés, sans arriver jamais aux premiers rangs de l'école. Bien que Rubens ne l'abandonnât point à ses propres inspirations, les efforts successifs du graveur ne lui donnèrent pas cette science de l'effet que son premier apprentissage avait trop négligée dans la recherche d'une pratique irréprochable.

A considérer l'*Ecce Homo* qui suivit de près la *grande Judith* (B. 72; S. 250) l'on songe plutôt à Mart. De Vos ou Gérard Zeghers qu'à Rubens,

[1] MARIETTE : *Abecedario*, V, p. 74.

[2] C. Galle mourut en 1656.

et la peine que le peintre s'était donnée pour retoucher une première épreuve, comme on peut le constater au cabinet de Paris, ajouta médiocrement à la valeur du travail.

On n'a pas signalé l'original de la composition, que Smith ne décrit que d'après l'estampe [1]. Il est certain que Rubens s'était souvenu, cette fois encore, d'une œuvre de Cigoli appartenant aux Médicis et qui est actuellement au palais Pitti [2]. Mariette considérait la planche comme gravée par Galle au lendemain de son retour d'Italie [3], ce qui ne peut être exact, car la dédicace à Paul Van Halmale — *artis sculptoriœ cultori et patrono* — alors qu'il était déjà membre de la régence d'Anvers, la date de 1615 au moins. La rudesse du travail que l'on constate dans la *Judith* est partiellement atténuée déjà. Le burin s'est évidemment assoupli pour rendre les chairs du Christ où marquent les traces de la flagellation, mais la taille épargnée n'a pas obtenu l'effet que Rubens lui-même a pris soin de préciser dans l'épreuve du Cabinet des estampes et la planche démontre, en somme, plus d'acquis que de sentiment des convenances graphiques. Au surplus, absence totale d'expression; la pièce, malgré sa grandeur, se classe parmi les « images ».

C'est bien en réalité dans cet ordre de travaux que Corneille et Théodore Galle, les représentants les plus en évidence de l'ancienne école, sont associés à l'œuvre de Rubens. Leur concours y est utile, non moins comme éditeurs que comme graveurs, et c'est par leur canal que le nombre immense de sujets de dévotion, de vignettes de toute nature, exécutés directement sur des dessins de Rubens ou inspirés par lui, arrive à la publicité.

Les beaux frontispices que la célèbre Librairie Plantinienne d'Anvers donnait pour ornement à ses volumes, émanent presque toujours des Galle, alliés, du reste, à la famille Moretus. Il est à peine besoin de rappeler aux iconophiles la part de Rubens dans ces travaux. Il y trouvait dans les frères

[1] *Catalogue raisonné* des œuvres de *P.-P. Rubens*, n° 1073. Le Musée d'Amsterdam possède une copie de cette toile, n° 262 du catalogue.

[2] N° 90 du catalogue Chiavacci.

[3] *Op. cit.*, V, p. 85.

Galle, surtout dans Corneille, des interprètes ayant toute la netteté, toute la précision désirables.

La maison plantinienne conserve une trentaine de titres de livres gravés sur les dessins du grand peintre [1], et ce nombre même établit que si, de son propre aveu, il était « *par un instinct naturel plus propre à faire des » ouvrages bien grandes que des petites curiositez* [2], » il ne répugnait pas au maître d'exercer sa pénétration à l'exposé pittoresque des œuvres alambiquées des écrivains de son temps.

Il ne faut pas hésiter à classer au rang de ces « petites curiositez » des compositions du genre de celle qui sert de titre au livre du P. Corderius d'Anvers sur les Pères de l'Église grecque [3] et où la Vérité, dans sa parure antique, met au cou de l'évangéliste saint Luc une chaîne de médaillons représentant les soixante-cinq Pères, le tout assaisonné de force emblèmes, d'armoiries, etc. [4].

On ne s'étonne point qu'il fallût au maître un temps parfois très-long pour la composition de ces rébus philosophiques. « Ordinairement je le » préviens environ six mois à l'avance, écrit B. Moretus au P. Corderius, » quand je désire un titre, pour qu'il puisse y songer à loisir et s'en occuper » les jours fériés. Les jours ouvrables il ne s'occupe pas d'une telle besogne » à moins de cent florins pour un seul dessin [5]. »

A en juger par les comptes de la célèbre imprimerie, le maître se montrait aussi discret que consciencieux dans ses rapports avec Moretus. Les dessins les plus chers ne coûtaient pas au delà de vingt florins à l'éditeur, et ceux de petite dimensions en coûtaient à peine cinq. Ce fut le cas pour le joli frontispice des poésies de M. C. Sarbievius publiées en 1632, alors que Rubens était arrivé dès longtemps au comble de la renommée.

[1] Ces planches ont été réunies en 1877 en un album intitulé : *Titres et portraits gravés d'après P.-P. Rubens pour l'imprimerie plantinienne.*

[2] Lettre à W. Trumbull du 13 septembre 1621. Sainsbury, p. 249.

[3] *Catena sexaginta quinque Græcorum patrum in S. Lucam*, etc. Antv., 1628.

[4] L'auteur du livre s'était plaint du déshabillé trop grand de la Fille du Ciel, mais Rubens fit répondre que la Vérité qu'il avait d'abord faite toute nue, était suffisamment couverte. (*Titres et portraits*, etc., pl. 4.)

[5] *Ibidem*, pl. 7.



L'intervention du maître se bornait parfois à la conception d'un sujet qui s'exécutait alors sous sa direction par un autre artiste. Le peintre Quellin eut plus tard cette spécialité. C'est ainsi que s'explique la présence du nom de Rubens comme *inventeur* et de celui de Quellin comme *dessinateur* à côté de celui de Galle, sur le titre du livre *de Hierarchia Mariana* du R. P. Barthélemy de los Rios et sur celui des œuvres de Luitprand. Bien que le premier de ces ouvrage parût après la mort de Rubens, on sait par une note de Moretus que le peintre avait réellement participé à la composition de la planche du titre [1].

Au nombre des premiers dessins exécutés par Rubens pour l'imprimerie plantinienne figurent les planches du Missel de 1613. Le livre avait paru dès 1606 orné de quatre grands sujets et d'autant de cadres historiés conçus dans le goût de l'époque et placés en tête du propre de chaque temps. Les planches sont anonymes. Il est permis d'en attribuer la gravure à Philippe ou Théodore Galle, la composition à un peintre de l'école de Martin De Vos.

Deux des planches furent reprises dans l'édition de 1613 : l'*Annonciation* et le *Crucifiement,* et Rubens fut appelé à les retoucher en ajoutant à la série deux compositions nouvelles : l'*Adoration des Mages* et l'*Ascension,* plus deux « vignets, » c'est-à-dire deux encadrements placés en regard de l'*Annonciation* et de l'*Adoration des Mages* [2].

La gravure des planches nouvelles fut confiée à Théodore Galle.

Bien que Rubens n'ait mis son nom à aucune des planches du Missel, il est impossible de ne point le reconnaître dans ces œuvres alors surtout que celles-ci alternent avec les travaux d'autres maîtres. L'arbre de Jessé qui sert de cadre au premier dimanche de l'Avent est, du reste, venu remplacer un sujet de même nature déjà usé en 1606. Les vignettes qui composent

[1] « J'ai envoyé à Galle le frontispice que Quellin a dessiné sur les indications de Rubens, » écrit Moretus à propos de la *Hierarchia Mariana.*

[2] « En ceste édition entrent plus que en la précédente la figure de l'*Épiphanie* et *Ascencio* » *Domini* avec leurs vignets..... » *Catalogus librorum a Plantino impressorum anno* 1613. — Renseignement dû à l'obligeance de M. Max Rooses, conservateur du Musée Plantin.

le cadre placé en regard de l'*Adoration des Bergers*, ne peuvent être non plus que de Rubens. Les Évangélistes placés aux angles de la planche ne sont pas sans analogie avec les Prophètes de Michel-Ange, que le jeune Anversois avait dessinés avec grand soin pendant son séjour à Rome, comme le prouvent les dessins encore conservés au Louvre.

Les premières épreuves des deux grandes planches de l'édition de 1613, retouchées par Rubens, existent au Cabinet des estampes de Paris, et la même collection possède en cet état l'*Adoration des Bergers*, la *Cène*, l'*Assomption*, la *Toussaint* outre le frontispice exécuté pour le Bréviaire qui parut en 1614 et fut exclusivement illustré, cette fois, par Rubens.

Théodore Galle fut encore chargé de la gravure des planches du volume où figurèrent, avec l'*Adoration des Mages* et l'*Ascension* du Missel de 1613, huit planches nouvelles : *David en prière*, l'*Annonciation*, l'*Adoration des Bergers*, la *Résurrection*, la *Pentecôte*, la *Cène*, le *Crucifiement* et l'*Assomption de la Vierge*. Rubens reçut pour chaque planche une somme de 12 florins, et l'année suivante (1615) Théodore Galle reproduisit encore les mêmes compositions, réduites de moitié, pour un nouveau Bréviaire. Les grandes planches lui furent payées 75 florins, les petites 32 florins chacune.

En 1628 une modification fut apportée au frontispice, où les armoiries du pape Urbain VIII vinrent remplacer celles de Grégoire XV, son prédécesseur. Théodore Galle perçut de ce chef une nouvelle somme de 3 florins [1].

Les illustrations du Bréviaire marquent beaucoup plus dans l'œuvre de Rubens par le nombre de leurs tirages et de leurs reproductions que par leurs qualités artistiques.

Dans leurs états successifs on les rencontre avant les noms des auteurs, avec ces noms, après le nom de Rubens effacé, avec l'adjonction de celui de Corneille Galle comme éditeur, etc. Le frontispice lui-même paraît sous la date de 1628, avant le nom du graveur, avec ce nom, et après l'enlèvement du même. Les planches, successivement reprises, deviennent, à la fin, d'une extrême médiocrité.

[1] *Titres et portraits*, etc., pl. 22.

Si la plupart des sujets du Bréviaire se retrouvent dans l'œuvre peint de Rubens, aucune des compositions n'a été utilisée d'une manière intégrale pour ses tableaux. Il semble que dans ce travail il ait voulu se conformer à certaines convenances particulières et sacrifier davantage aux formes adoptées par ses prédécesseurs. Si telle fut réellement son intention, il avait trouvé en Théodore Galle un maître des mieux en état de servir ses vues. Rubens n'eut aucun recours à son burin pour les planches plus importantes de l'œuvre, et ce fut encore l'aide de Corneille Galle qu'il sollicita en 1614 pour la gravure du buste et de la statue de Sénèque ajoutés à l'édition des œuvres de ce philosophe, ainsi que pour un portrait de Juste-Lipse destiné à remplacer celui de Théodore Galle qui avait figuré dans l'édition de 1605.

Moretus, obéissant à un désir de Juste-Lipse, voulut améliorer les planches de la première édition, chargeant en même temps Rubens de refaire le portrait du savant [1].

Se conformant à l'attribution générale à son époque, le grand artiste crut donner un portrait véritable de Sénèque en reproduisant la statue supposée du philosophe de la Vigne Borghèse, mieux connue de nos jours sous le nom du *Pêcheur africain.* Le frontispice fut également retouché, et Corneille Galle y introduisit la réduction du buste dessiné par Rubens d'après l'original de sa propre collection, pour remplacer un profil figuré sur l'œuvre primitive. La modification lui fut payée 10 florins [2].

La principale des qualités que Corneille apporta à ces travaux fut la conscience; il dessinait avec précision, et Rubens, qui s'était attaché à bien reproduire un marbre qu'il se glorifiait de posséder, dut être satisfait de son auxiliaire.

Nous avons assigné aux frères Galle leur véritable position parmi les collaborateurs de Rubens. Les suivre plus avant dans une longue et labo-

[1] Voir la Préface de Balthasar Moretus en tête de l'édition de 1623.

[2] *Titres et portraits,* etc.

rieuse carrière serait sans utilité pour notre sujet. Ni leur exemple ni leurs conseils ne préparèrent des voies nouvelles à leurs successeurs.

L'École anversoise, entraînée par Rubens, devait s'écarter davantage des graveurs-marchands à chaque progrès nouveau.

Dans une certaine mesure, Corneille Galle subit l'influence du maître dont il reproduisit d'ailleurs de nombreuses compositions pour les transformer en images de piété. La nature même de ces travaux nous dit assez qu'à aucune époque il ne sut se résoudre à oublier les nécessités du commerce paternel, un commerce que ses fils poursuivirent à leur tour avec plus de profit que d'honneur.

---

## CHAPITRE III.

Intervention des graveurs hollandais. — SWANENBURG : *les Disciples d'Emaüs* (1611); *Loth et ses filles* (1612); EGBERT VAN PANDEREN : *La Vierge intercédant auprès du Christ.* — *Sainte-Aldegonde.* — *Sainte-Hiltrude* (1617); ANDREAS STOCK : *Le Sacrifice d'Abraham ;* JACQUES MATHAM : *Dalila*; JEAN MULLER : *Portraits d'Albert et Isabelle* (1615).

---

C'était, à tout prendre, une union fort disparate que celle de ce peintre de la vie, dont un autre peintre avait pu dire qu'il mêlait du sang à ses couleurs [1], et des représentants compassés d'une école dont les œuvres impersonnelles n'étaient plus que l'accessoire de la librairie anversoise. Il ne fallait point sortir du pays pour apprendre à connaître les brillantes productions des Sadeler, de Goltzius et de ses élèves, travaux auxquels Rubens ne pouvait rester indifférent.

Quels que fussent les défauts d'une école qui avait, sans doute, poussé trop loin la virtuosité du burin, elle s'annonçait du moins par un ordre de qualités que les fils et les gendres de Philippe Galle ambitionnaient d'autant moins de posséder qu'ils n'en avaient que faire dans un genre dont le précieux monopole leur était assuré.

La conscience que nous n'avons point contesté à Théodore et Corneille Galle ne pouvait suffire à Rubens et, certes, il était en droit de prétendre à des interprètes d'un autre rang, alors surtout qu'il disposait du libre choix de ses collaborateurs.

[1] GUIDO RENI. — Voy. WAAGEN : *Uber den Maler Petrus-Paulus Rubens, Historisches Taschenbuch de Raumer*, 1833, p. 224.

En assignant, sur la foi du grand peintre, la première place dans l'ordre de production à la *Judith* de C. Galle, il nous a paru naturel de considérer cette pièce comme antérieure à l'année 1611. C'est qu'en effet, cette date se trouve inscrite sur une autre planche de grand format qui devrait être envisagée comme la plus ancienne en l'absence de l'assertion contenue dans la dédicace de la *Judith*.

L'œuvre nouvelle émane de Guill. Swanenburg et représente *Jésus-Christ à table avec les pèlerins d'Emaüs*. Le graveur était natif de Leyde et élève de Saenredam par qui il se rattache à l'école de Goltzius, encore vivant à l'époque où parut cette planche.

On ne possède aucun indice qui permette de croire à la présence de Swanenburg à Anvers, soit à l'époque où il travaillait pour Rubens, soit antérieurement, et les vers que Scriverius ajouta à la planche des *Disciples d'Emaüs* se rapportent exclusivement au sujet représenté [1].

Mais Swanenburg était compatriote d'Otho Vœnius; il avait été appelé dès 1607 à collaborer à ses emblèmes tirés d'Horace [2] et M. Renouvier [3] accorde un tribut d'éloges mérité aux graveurs du maître de Rubens. C'étaient, avec Swanenburg : C. Boel, P. de Jode le vieux, P. Perret, Gysbert van Veen, le frère du peintre, artistes dont la manière contraste avec celle des graveurs en titre de l'imprimerie plantinienne.

Swanenburg, en abordant la copie d'une œuvre de Rubens, s'inspire médiocrement du caractère du maître. Il se montre correct, élégant même, conduit régulièrement sa taille, rarement surcroisée, largement ouverte, mais de la plus stricte uniformité [4].

[1] Ce tableau des Disciples d'Emaüs ne doit pas être confondu avec le même sujet gravé par Witdoeck et qui est à Madrid. Une note de la page 51 du recueil de Mols : MSS. n° 5736 de la Bibliothèque de Bruxelles (*Tomus tertius*), rappelle cette mention de l'état des biens délaissés par Rubens : « N° 59 *Item* donné à l'hôte du *Lion d'Or* à Bruxelles, un tableau représentant *les Disciples d'Emaüs.* » Il s'agit peut-être du tableau gravé par Swanenburg.

[2] *Q. Horatii Flacci Emblemata.* Antv. ex officina Hieronymi Verdussen, 1607. Swanenburg grava en 1604 le titre du *Schilder Boek*, de Van Mander, ouvrage qui vit le jour cette même année.

[3] *Op. cit.*, p. 112, dernière partie.

[4] Abraham Bosse désignait Swanenburg en exemple aux graveurs à cause de la régularité de sa taille : *De la manière de graver à l'eau-forte et au burin*, édit. de 1745, p. xv.



Les types, il est vrai, ne sont point absolument de Rubens, mais bien manifestement italiens, et le Sauveur qui lève les yeux au ciel en rompant le pain, fait songer plutôt au Caravage qu'au maître qui signe l'œuvre. Le graveur pouvait, sans trop d'effort, se rapprocher des interprétations du Véronèse ou du Tintoret, données par Goltzius ou ses élèves.

Lorsque Van Sompel vint, après trente années, graver une nouvelle planche d'après le même original et pour le même Clément de Jonghe qui avait précédemment possédé la planche de Swanenburg, il fit ressortir assez clairement les écarts de son prédécesseur sans se rapprocher beaucoup pour cela du style de Rubens [1].

Swanenburg édita sa propre planche : *W. Swanenburg, sculp. et excud.*, et, comme il survécut d'un an à peine à l'exécution de ce travail, l'œuvre passa, fraîche encore, à Jan Janssen qui la céda plus tard à Clément de Jonghe. Il faut croire qu'elle eut un bon débit, car ce nouvel éditeur voulut répéter encore la composition avec le concours de Van Sompel sans parler d'une douzaine d'autres versions publiées tant en Hollande qu'à Anvers.

Swanenburg a daté de 1612 une seconde composition de Rubens : *Loth enivré par ses filles*. Tout en conservant ses procédés, le graveur a quelque peu varié sa taille qui est moins uniforme. Le chatoiement de la robe de soie portée par l'une des filles de Loth, a été rendu avec assez d'adresse et la vigueur plus qu'ordinaire de l'œuvre permettrait de croire à l'intervention de Rubens. Ce fut, sans doute, le dernier travail de Swanenburg qui mourut le 15 août 1612; sa planche passa avec la précédente à Jan Janssen [2].

Swanenburg eut un copiste des plus heureux en Jean Daret dont le nom figure sur la copie de ses deux planches : la première au Cabinet de Paris, la seconde au Cabinet impérial de Vienne. La vigueur du burin y est toute flamande, et M. Robert-Dumenil a mis trop d'empressement à repousser

[1] Sa planche est de 1643.

[2] HELLER dit qu'il mourut en 1641. M. KRAMM : *Leven der Hollandsche en Vlaamsche Kunstschilders*, etc., p. 1592, a rectifié cette erreur.

l'assertion de Pitau — un Flamand — lorsqu'il qualifiait Daret de Bruxellois [1]. On trouve effectivement *Jean Daret, fils de Charles de Bruxelles,* inscrit comme élève de Van Opstal à la corporation des peintres de Bruxelles le 14 octobre 1625 [2].

Si rien n'autorise à croire que Swanenburg fût en relations directes avec Rubens, il est assez probable que celui-ci recourut de son plein gré au burin d'un autre collaborateur d'Otho Vœnius, Egbert Van Panderen. Ce n'est pas que ce nouvel interprète se soit montré à la hauteur de sa tâche — il peut même figurer parmi les plus médiocres — mais les registres de la corporation des peintres d'Anvers mentionnent sa réception comme franc-maître dès le mois de mars 1606 [3]. Il était natif de Harlem et semble avoir eu assez de vogue si l'on en juge par les maîtres qu'il grava : Tobie Verhaecht, Tempesta, Van Veen, Goltzius, d'après lequel il donna la curieuse suite illustrant la profession du médecin (B. IV, nᵒˢ 12-15, pp. 98-99).

On considérerait volontiers la planche exécutée par Egbert Van Panderen d'après Rubens, comme antérieure à celles où il reproduit Goltzius. Il n'est pas dans tout l'œuvre du grand peintre anversois de burin plus cassant, plus abrupte, plus maladroitement combiné que celui de Van Panderen.

La composition que Rubens lui confia représente l'*Intercession de la Vierge auprès du Christ en faveur du genre humain* (B. 67, S. 163). Ce sujet que le peintre avait emprunté à un passage de saint Germain : *Ostendit mater Filio pectus et ubera,* n'a rien de commun avec l'œuvre dramatique du Musée de Bruxelles, contrairement à l'assertion de M. Schneevoogt [4].

[1] *Peintre-graveur français,* I, p. 227.

[2] A. Pinchart : *La corporation des peintres de Bruxelles. — Messager des sciences historiques,* 1877, p. 289.

[3] *Les Liggeren et autres archives historiques de la Gilde anversoise de Saint-Luc par* P. Rombouts *et* Th. Van Lerius (sans date). Immerseel et après lui Vander Aa font naître Van Panderen en 1606.

[4] *Catalogue des estampes gravées d'après P.-P. Rubens,* par C.-G. Voorhelm-Schneevoogt. Harlem, 1873, p. 92. Il existe au Musée de Lyon une troisième interprétation du même sujet. Bien que fort importants, les tableaux de Bruxelles et de Lyon n'ont été reproduits en gravure par aucun des graveurs de l'École de Rubens.

Le colloque est des plus calmes et, quoique la tête de la Vierge ne soit point dénuée de noblesse, la gravure est d'une telle médiocrité qu'il serait injuste de juger d'après elle une œuvre de Rubens.

L'ensemble de la composition est, cette fois encore, inspirée des Italiens et c'est à Zucchero que l'on pense en contemplant ce Christ, le plus herculéen de tous ceux que créa le pinceau du grand peintre flamand.

Le graveur, si maladroit dans les parties essentielles de sa planche, s'arrête dans le fond à des gironnements de tailles qui ne sont pas faits pour racheter ses défauts.

Théodore Galle fut l'éditeur de la planche qu'il dédia à Laurent Beyerlinck, chanoine de la cathédrale d'Anvers et censeur des livres, un personnage que Rubens lui-même tenait en haute estime, car il lui dédia plus tard une de ses œuvres.

Il faut attribuer aussi à Van Panderen une *Sainte Hiltrude* datée de 1617 ainsi que son pendant, une *Sainte Aldegonde*, publiées l'une et l'autre par Théodore Galle, œuvres fort médiocres. Ces planches sont entourées de vignettes que l'on hésite à croire de Rubens et qui retracent des épisodes de la vie des saintes représentées.

Les obligations que créait au peintre anversois sa liaison avec Moretus dont Théodore Galle était le beau-frère, tendent à expliquer qu'il laissât se répandre sous une forme des plus imparfaites des œuvres même insignifiantes de son pinceau. Il n'entrait pas dans les habitudes de Rubens de se désintéresser des travaux auxquels ses compositions devaient servir de modèles ; le soin particulier qu'il apportait naguère à retoucher les planches du Missel plantinien prouve assez qu'il n'était pas homme à s'en rapporter à la fantaisie de ses graveurs.

Il nous est impossible cependant d'envisager l'intervention dans l'œuvre de Rubens, d'Egbert van Panderen et des autres collaborateurs d'Otho Vœnius comme l'effet du hasard.

En s'adressant à des graveurs plus libres dans leur travail que ceux que lui offrait l'ancienne École anversoise, le peintre manifestait assez clairement son désir de diriger la gravure dans une voie nouvelle et préparait ainsi l'avénement d'une école qui devait, plus tard, le seconder avec tant de bonheur.

Il avait mis à l'épreuve le savoir des représentants les plus en vogue de l'école de Philippe Galle et leur insuffisance à le suivre n'était que trop évidente. L'intervention des maîtres hollandais n'eût été, en somme, que le résultat de l'expérience acquise.

Otho Vœnius, dont le crayon avait donné beaucoup de travail aux graveurs, avait lui-même répudié d'une manière très-ostensible la collaboration des Anversois. Ce fut à Tempesta qu'il recourut pour illustrer ses recueils des *Infants de Lara* et de la *Guerre des Romains contre les Bataves,* et sur trente et une planches dont se compose sa *Vie de saint Thomas d'Aquin* publiée en 1610, il n'en confia que deux à Corneille Galle et donna le surplus à Van Panderen, Guill. Swanenburg et C. Boel. On dira qu'Otho Vœnius était d'origine hollandaise et s'adressait par une propension naturelle à des compatriotes; mais, à coup sûr, il s'en trouva bien et l'on peut douter qu'il eût rencontré à Anvers, en 1607, des graveurs capables de le servir avec autant de bonheur que ceux qui mirent en lumière son Horace et dont M. Renouvier pensait, avec raison, que la manière « sage et élevée mérite d'être signalée à côté des productions plus connues des marchands qui exploitaient alors en Flandre les goûts frivoles ou les goûts dévots de leur public [1]. »

A ne le juger que par l'analogie du style et de la manière, Andreas Stock se rattache à la série des graveurs d'Otho Vœnius. Immerseel fixait à 1616 la date de sa naissance, mais on peut ne tenir aucun compte de sa version puisque en 1618 les États Généraux accordaient à Andreas une somme de 24 florins pour avoir gravé le portrait du prince d'Orange [2]. L'année de la naissance du maître doit donc être raisonnablement avancée jusqu'en 1580, et il est fort probable que Rubens fit appel à son burin bientôt après la mort de Guill. Swanenburg.

L'œuvre que Stock fut appelé à graver : *Le Sacrifice d'Abraham*, a tout le caractère de la jeunesse du grand peintre. Elle fait partie du Musée de

[1] *Types et manières des maîtres-graveurs*, p. 112.

[2] Kramm : *Levens en werken*, etc., p. 1573.

Berlin. La composition ne manque ni d'intérêt ni de grandeur; la pose du jeune Isaac est pleine d'abandon et le travail a une incontestable aisance. Le burin a peut-être le défaut de trop se faire voir, mais la science du clair-obscur est évidemment plus complète ici que dans les planches de Swanenburg.

Élève de Jacques de Gheyn, A. Stock se rattache à l'école de Harlem comme Swanenburg lui-même, et d'excellents portraits d'Albert Dürer, de Lucas de Leyde et d'Érasme le classent parmi les graveurs précis et savants. Une *Nativité* d'après Bloemaert, œuvre plus éclatante que correcte, avait sans doute été gravée à ses débuts.

Il obtint pour sa planche du *Sacrifice d'Abraham* (B. 12, S. 25) un privilége et la publia lui-même. Corneille Galle la reprit plus tard et dédaigna si peu de la faire sienne qu'il substitua frauduleusement son nom à celui du légitime auteur. Elle appartenait à Hondius en 1638.

Le privilége de Stock ne l'empêcha pas non plus de trouver un copiste dont l'œuvre fut publiée par Martin Van Beusekom avec adjonction d'un paysage[1] assez curieux. Le caractère de cette copie la range parmi les œuvres publiées dans le premier tiers du XVII[e] siècle, et la date que nous assignons à l'original se trouve par là corroborée.

Bien que les graveurs hollandais interprétassent les grandes pages de Rubens avec une ampleur de burin que Goltzius avait mise à la mode, aucun d'eux ne parvint à se dépouiller de ce maniérisme pour lequel le chef de l'école de Harlem se montra de bonne heure si passionné.

Si l'on juge difficilement Rubens dans les planches d'un Théodore Galle, l'on apprend à peine mieux à l'apprécier dans les produits francs de l'atelier de Goltzius. Il est curieux de voir le burin hollandais s'appliquer à souligner dans l'œuvre du grand peintre anversois les analogies possibles avec les Spranger et les Bloemaert et jamais il ne manque de prononcer dans un geste ou une attitude la plus légère inflexion des lignes.

A part ce défaut — défaut considérable à la vérité — les collaborateurs de Goltzius eussent certainement été pour Rubens des interprètes d'une

[1] Voorhelm-Schneevoogt, n° 28.

réelle valeur, comme le prouvent assez les planches de Muller et de Matham qui figurent dans l'œuvre du maître anversois.

On sait par Van Mander [1] que Jacques-Adriaansz Matham n'était pas seulement l'élève, mais le beau-fils de Goltzius, dont il suivit le style avec beaucoup de talent sans le rendre d'une manière inintelligente. Bartsch [2] est d'avis que plusieurs de ses planches feraient honneur au maître lui-même. Matham avait gravé en Italie les plus grands maîtres de l'art : Michel-Ange, Raphaël, le Titien, le Tintoret et Paul Véronèse. On connaît de lui de belles figures de saints de la Hollande exécutées d'après ses propres dessins. Bref, c'était un artiste formé à bonne école et qui méritait mieux que l'épithète de « Goltzius édulcoré » que lui donne M. Renouvier [3].

L'année même de la mort de Goltzius, Matham se chargea de mettre au jour le portrait de son illustre maître entouré des figures symboliques des Grâces, de l'Esprit, etc., et rappelait pieusement les liens de parenté qui l'unissaient au défunt : *Jacobus Matham, H. Goltzii privignus sculpsit.*

En ce qui concerne les relations de Matham avec l'école d'Anvers, il faut se borner à des conjectures. Ces relations ne purent être de longue durée, car les registres de la corporation de Saint-Luc n'en font aucune mention, mais le maître appartenait à la religion catholique si l'on en juge par un portrait du pape Léon XI et surtout par les effigies des religieux qui périrent à Gorcum en 1572 de la main des protestants, planches dont il fut l'auteur. Dès l'année 1597, il avait achevé son voyage en Italie et, en 1605 déjà, il était doyen de la corporation des peintres de sa ville natale [4]. Il avait alors trente-quatre ans.

Lorsque l'on parcourt l'œuvre de Matham on n'y trouve le nom d'aucun éditeur anversois. Le plus souvent, du reste, il fut son propre éditeur et se prévalut, même fréquemment, d'un privilége impérial comme l'avaient fait les Sadeler, ce qui fait croire qu'il obtenait en Allemagne un débit courant.

[1] *Het Leven der Doorluchtighe Nederlandsche en Hooghduytsche schilders.* Alckmaer, 1604, p. 282[b].

[2] LE PEINTRE-GRAVEUR, t. III (Vienne, 1805), p. 131.

[3] *Des types et des manières des maitres-graveurs.* Montpellier, 1856, 2me partie, p. 5.

[4] A. VANDER WILLIGEN : *Les artistes de Harlem.* Harlem, 1870, p. 207.

Sur trois cent et quinze pièces que Bartsch donne au graveur, une seule est exécutée d'après Rubens. C'est une composition de quatre figures principales et de trois figures accessoires : *Samson trahi par Dalila*, œuvre qui ne doit pas être confondue avec le tableau du Musée de Munich où Samson réveillé résiste à ses agresseurs. Dans l'œuvre qui servit de modèle à Matham et qui appartenait au bourgmestre Rockox d'Anvers, le Nazaréen est encore plongé dans un profond sommeil et les complices de Dalila le dépouillent de la chevelure, siége de sa puissance.

Le graveur dédia sa planche à Rockox : *apud ipsum cum admiratione spectatur.*

L'existence de cette toile ne s'est révélée de nos jours dans aucune galerie et le *Catalogue raisonné* de Smith ne la mentionne que d'après la gravure. C'était encore une des œuvres de la jeunesse de Rubens. La composition est sagement ordonnée et le groupe principal fort gracieux. Le profil de Dalila n'est pas sans analogie avec celui de la *Judith.* L'arrangement des cheveux est le même dans les deux figures. La vieille femme qui prête son concours à la trahison de Dalila rappelle encore, par le type comme par l'ajustement de la coiffure, la mère de saint Jean que les peintres italiens introduisent dans leurs saintes familles et l'on voit même que Rubens emprunte à Raphaël un motif d'ornement du lit où repose Samson [1].

On ne peut contester que Matham ne fasse preuve dans sa gravure de beaucoup d'intelligence et de goût. Son burin n'est pas d'une extrême correction et pèche par l'uniformité, mais le modelé est satisfaisant, la teinte habilement nuancée, la forme gracieuse et l'ensemble empreint d'un sensualisme assez en rapport avec la donnée.

Dans l'œuvre de Rubens, tel que l'avaient constitué jusqu'alors les graveurs, l'estampe de Matham doit occuper une place distinguée et la dédicace à un des amis les plus intimes du peintre permet à peine de croire que celui-ci se fût désintéressé du travail du graveur.

Bien qu'il soit difficile d'assigner une date précise à la planche de Matham, nous nous permettons de proposer l'année 1615. Elle justifiera cette men-

[1] *Joseph et la femme de Putiphar*, composition des loges du Vatican.

tion de la dédicace : *Nicolao Rococxio.... pluries Antverpiæ consuli,* et cinq fois déjà à cette époque la dignité consulaire avait été conférée au personnage, les deux dernières fois en 1611 et en 1615. C'est entre ces deux époques qu'il faut fixer la date de l'exécution de la gravure.

En 1615, enfin, l'école de Harlem était arrivée à l'apogée de sa splendeur. Goltzius, quoique mortellement frappé par la maladie, n'avait point cessé ses travaux et d'éminents disciples se groupaient encore à ses côtés. Quoi de plus légitime que la supposition que Rubens, sollicitant le concours du maître lui-même ait obtenu celui d'un élève préféré, d'un proche parent.

Si le doute doit nécessairement subsister en ce qui concerne la production de l'unique estampe dont Jacques Matham enrichit l'œuvre de Rubens, deux planches datées de 1615 préciseront mieux à cette époque les intentions du peintre. L'importance des sujets leur assigne une place à part parmi les œuvres qui précédèrent l'apparition des travaux absolument dirigés par lui. Ce sont les portraits d'Albert et d'Isabelle par Jean Muller.

Il y a concordance parfaite entre la date inscrite sur ces planches et le payement d'une somme de trois cents florins fait à Rubens pour la peinture des portraits des archiducs destinés au marquis de Siete Yglesias [1]. Les œuvres passèrent donc en Espagne et s'il n'est pas rare d'en trouver des copies, les originaux ne semblent actuellement appartenir à aucune galerie publique [2].

Le royal couple est représenté à mi-corps, l'archiduc debout, la main sur la garde de son épée, l'infante assise et tenant un éventail. Les détails du costume aux premières années du XVII$^{e}$ siècle ont été rendus avec une patience et une fidélité remarquables. Les broderies et les passements d'or et de soie, les dentelles, les joyaux, les frisons de plumes sont si bien précisés

[1] ALEX. PINCHART : *Archives des arts, sciences et lettres.* Gand, 1863, II, p. 152.

[2] On peut avoir des copies des portraits d'Albert et d'Isabelle dans la salle de la Confrérie des Escrimeurs de Gand. Lord Spencer possède un portrait de l'archidue Albert qui est peut-être celui gravé par Muller. M. Alex. Robert, artiste peintre à Bruxelles et membre de l'Académie, possède également des copies anciennes des mêmes portraits.

que l'on s'explique sans peine l'empressement des historiens du costume à s'emparer de ces planches.

Il ne faut pas hésiter à voir dans ces œuvres des travaux véritablement officiels et l'on peut d'autant moins leur refuser ce caractère que le graveur les dédie aux princes eux-mêmes en insistant sur la qualité de peintre « de leurs sérénités » obtenue par Rubens : *Ex archetypo Petri Pauli Rubenii serenitatis suæ pictoris 1615.* Aucun nom d'éditeur ne figure sur les planches.

On peut envisager ces deux portraits comme des œuvres de premier ordre et la haute notoriété de Jean Muller autorise pleinement la supposition qu'un appel direct avait été fait à son concours.

Serait-il admissible, en effet, que deux planches de dimensions inusitées [1] reproduisant des portraits peints par Rubens, d'après des personnages au service desquels il se trouvait, eussent pu voir le jour sans être revêtues de son approbation ?

Jean Muller méritait, du reste, de compter parmi les graveurs les plus éminents et tous les iconographes s'accordent à lui reconnaître un talent exceptionnel. « Il a beaucoup surpassé Goltzius dans ce qui s'appelle la liberté du burin, dit Mariette, et je ne sache personne qui ait poussé plus loin dans cette partie [2]. » Bartsch, de son côté, fait sienne l'appréciation de Watelet lorsqu'il dit que jamais on ne posséda mieux le métier de la gravure [3].

Jean Muller naquit à Amsterdam vers 1570 et l'on suppose qu'il était frère de Herman Muller qui fut également graveur et paraît avoir travaillé en Belgique. Rubens est avec Spranger le seul peintre flamand dont Jean Muller s'est inspiré. Au surplus ses portraits d'Albert et d'Isabelle constituent l'unique rapprochement entre le graveur et l'École anversoise.

Muller avait fait paraître la même année 1615 un portrait d'Ambroise Spinola d'après Miereveld et il a pu se faire que l'illustre personnage, fort lié avec Rubens, ait servi d'intermédiaire entre le peintre et le graveur néerlandais. C'est là du reste une pure hypothèse.

[1] Les portraits mesurent 450 millimètres sur 310.
[2] *Abecedario*, IV, p. 21.
[3] *Peintre-graveur*, t. III, p. 263.

Dans les Pays-Bas, tout travail important devait être créé sous l'inspiration de Rubens. C'est ainsi que lorsque les États de la Gueldre firent imprimer en 1619 les coutumes du pays de Ruremonde, un frontispice lui fut demandé. Le maître y représenta les archiducs Albert et Isabelle. Ce dessin payé 12 florins fut gravé par Jean Collaert. Le cuivre repose aux archives de Ruremonde et l'on a retrouvé les comptes relatifs à son exécution. Cette planche restée anonyme n'avait été signalée par aucun des auteurs qui se sont occupés de Rubens [1]. Elle n'a rien de remarquable.

A l'époque dont il s'agit, Rubens semblait avoir renoncé à l'espoir d'obtenir des graveurs anversois l'interprétation régulière de ses travaux et ce ne fut sans doute qu'à titre d'exception que des planches comme la *Sainte Hiltrude* et la *Sainte Aldegonde* publiées par Théodore Galle purent venir s'ajouter à son œuvre en 1617.

Un renseignement précis nous est fourni à cet égard par la dédicace de la première de ces planches à Antoine de Winghe, abbé de Liessies. Dans une lettre à ce prélat, datée du 8 décembre 1627, Moretus écrit : « *Je me rappelle vous avoir exprimé mon étonnement de vous voir actuellement prendre plaisir aux sublimes créations de Rubens, vous qui aviez l'habitude de leur préférer les compositions plus simples d'autres artistes* [2]. » Il est donc évident que même à l'époque où Rubens avait pris rang parmi les plus grands maîtres de l'Europe il se trouvait encore à Anvers des contempteurs de son style et au goût desquels il lui fallait satisfaire pour obliger ses éditeurs. De Winghe avait lieu d'être d'autant plus satisfait de l'estampe que lui dédiait Théodore Galle qu'elle se rapprochait mieux des compositions « plus simples » des artistes qu'il affectionnait.

[1] Voir le titre de l'ouvrage : *Gelresche Rechten des Ruremundschen Quartiers. Tot Ruremundt bij Johan Hompes*, M.DC.XX. Cette dernière mention disparut dans l'édition de 1645, imprimée par Gaspard du Pree. (*De Maasgouw, weekblad voor limburgsche geschiedenis*, 1ste jaarg., n° 15; Maastricht, 10 april 1879, page 58, article de M. J.-B. Sivré. — Communication de M. Henri van Neuss, conservateur des archives du Limbourg belge.)

[2] « *Mirari me R. P. V. jam Sublimibus Rubenii inventionibus delectari, quæ humiles aliorum præferre olim consuevit.* » Titres et Portraits, etc., pl. 29.

## CHAPITRE IV.

Différence nécessaire des procédés de reproduction des tableaux de Rubens et des œuvres de ses prédécesseurs. — Importance du rôle du maître dans les travaux de ses interprètes. — Michel Lasne de Caen, premier graveur aux gages de Rubens. — Planches qu'il exécute pour le peintre. — Ses relations avec P. de Jode le vieux. — Étude du talent de ce graveur. — Jacques de Bye. — Rapports de ce dernier avec Rubens. — Sa prétendue participation à la formation de l'école des graveurs du maître.

---

La recherche des premières relations de Rubens avec les graveurs révèle des tentatives parfois habiles, plus souvent encore des interprétations dont la forme, en quelque sorte imposée, ne redit la pensée du maître qu'en l'altérant.

Si les œuvres d'un tel peintre semblaient naturellement désignées pour fournir au burin des éléments de succès à peine entrevus dans le passé, le degré de perfection rêvé par le maître ne devait être atteint par aucun des systèmes qui jusqu'alors avaient obtenu les faveurs du public.

« Il était réservé au génie sublime de Rubens, dit Mariette, d'apprendre aux graveurs à se servir de leur burin pour imiter par un nouveau travail la variété des teintes, le passage insensible des ombres aux lumières, l'accord des couleurs, la nature des divers objets; tout ce qui contribue à répandre la vérité et l'harmonie dans un tableau [1]. »

L'accomplissement d'une transformation de cette importance paraît une œuvre herculéenne si l'on considère les éléments dont le maître pouvait disposer pour sa réalisation. Le coup d'œil que nous avons jeté sur les

[1] Mariette : *Abecedario*, V, p. 63.





productions de l'École anversoise, nous a permis de saisir les limites d'un art qui aspirait à peine à s'affranchir de la librairie. L'exemple donné par l'Italie, l'Allemagne ou la Hollande n'avait point trouvé d'imitateurs dans les Pays-Bas catholiques. Aucun grand peintre n'y avait entrepris de donner à la gravure un caractère plus élevé par l'interprétation de ces vastes ensembles où les Sadeler s'étaient illustrés en Allemagne. On n'y voyait point davantage, comme en Hollande, une école appliquée à répandre par le burin l'image des citoyens dont s'honorait la patrie. Bien que la trêve de 1609 eût renoué les relations de provinces violemment séparées, les maîtres que Goltzius avait formés ou inspirés ne venaient point, dans les provinces restées fidèles à l'Espagne, travailler à la glorification d'un régime que leurs guerriers ou leurs écrivains avaient combattu avec une égale ardeur. Que l'on compare les recueils de portraits livrés par Philippe Galle aux graves et nobles effigies issues des presses hollandaises et l'on sera frappé de la différence de ces œuvres. La surprenante adresse des Wiericx ne donne que plus d'évidence à la pauvreté du fonds où s'alimente leur activité et leurs portraits si admirables dans leur minutieuse précision ne reproduisent que rarement les traits des hommes de leur pays.

Otho Vœnius avait le premier, comme on l'a vu, songé à utiliser le burin des maîtres de la Hollande, mais ses travaux de pure illustration n'avaient point une haute portée. Il les destinait d'ailleurs à ses compatriotes autant qu'aux Flamands et les États de Hollande furent appelés plus d'une fois à lui conférer des priviléges.

Les œuvres que le pinceau de Rubens devait fournir aux graveurs allaient abandonner à leur intelligence une part d'initiative que jusqu'alors aucun peintre ne leur avait demandée. Si le maître ne leur soumettait pas le difficile problème de pénétrer le secret de sa coloration, d'en rendre la puissance par l'unique forme d'opposition laissée à la gravure [1], encore fallait-il que leur burin trouvât des ressources nouvelles pour rendre avec succès les vastes ensembles créés par son génie; l'étude des dessins fournis aux chal-

[1] « Aucune des estampes qui ont été gravées de son vivant ne l'ont été d'après ses tableaux, » mais d'après des dessins très-terminés ou d'après des grisailles peintes à l'huile. » MARIETTE : *Abecedario*, V, p. 69.

cographes dénote assez qu'il ne pouvait suffire d'une simple transcription pour arriver à ce travail parfait de clair-obscur dont certaines planches fournissent l'admirable exemple.

Malheureusement, nous l'avons dit, la dispense accordée à Rubens par les lettres patentes de 1609 [1] de signaler ses collaborateurs à la gilde de Saint-Luc oppose des difficultés extrêmes à l'étude régulière de son école. Plusieurs graveurs nés à l'étranger et qui brillent au premier rang de ses interprètes ne nous apparaissent que déjà complétement formés et sans qu'il soit possible de se renseigner sur leurs années d'apprentissage.

On s'est peut-être trop hâté d'inférer de cette absence d'indications qu'à Rubens devait revenir l'honneur d'avoir enrichi la gravure de procédés dont l'introduction appartient sans doute pour une bonne part aux graveurs eux-mêmes. Watelet [2] ne se trompe pas lorsqu'il combat l'assertion des écrivains qui montrent Rubens allant jusqu'à compléter *par le burin* les planches de ses graveurs et Mariette s'avance beaucoup lorsqu'il fait *enseigner* par le peintre « la manière de fondre à propos le travail du burin, à le tenir sourd à certains endroits, à lui donner en d'autres la légèreté, à varier ses tailles, à leur faire prendre les contours les plus propres pour faire paraître les objets en relief [3]. »

Si Rubens était pour ses graveurs un guide précieux et sûr, il ne s'attardait point, sans doute, à leur apprendre leur métier et l'examen des grisailles et des dessins préalables à certaines planches connues, de même que l'esprit des retouches aux premières épreuves, démontre assez que l'effet et l'expression d'une planche étaient ses préoccupations essentielles. Quant au procédé même, c'était au graveur qu'en appartenait l'initiative et il suffit pour le prouver de confronter les planches si dissemblables dans leur mode de production de Vorsterman et de Bolswert, de Witdoeck et de Soutman.

Nous pensons établir par l'ensemble de ce travail que si la volonté et

[1] Ces lettres ont été publiées par M. Gachard : *Particularités et documents inédits sur Rubens :* Trésor national, t. Ier (1842), pp. 157 et suivantes.

[2] *Dictionnaire des arts, de peinture, sculpture et gravure.* Paris, 1792, II, p. 557.

[3] *Abecedario,* V, p. 69.

l'influence de Rubens doivent être envisagées comme point initial du progrès auquel le nom du maître reste attaché, la grande étape qui s'accomplit n'est pas isolée de tout lien avec les systèmes antérieurs et l'on peut appliquer dans une certaine mesure à l'école entière ce passage d'un auteur [1] concernant S. à Bolswert « que d'autres écoles avaient exploité d'une part tous les raffinements du burin, de l'autre toutes ses hardiesses. »

A l'exception de Corneille Galle nous n'avons vu pendant les premières années du retour de Rubens à Anvers que des artistes associés temporairement à ses travaux. Il est remarquable pourtant que si le maître n'accepta comme définitive la formule d'aucun graveur en renom, ses collaborateurs préférés n'appartenaient à l'École anversoise ni par l'éducation ni par la naissance.

Le premier graveur que l'on trouve en relations directes avec Rubens après C. Galle est un Français : Michel Lasne de Caen, qui fournit plus tard dans son pays une fort belle carrière. Ses tentatives d'après Rubens sont plus intéressantes qu'heureuses et pour le juger à sa valeur il convient de le voir dans les estampes qu'il donna en France à l'époque de sa vogue. Il fit alors de beaux portraits dans le goût de Mellan, des scènes de mœurs d'après Saint-Igny et Abraham Bosse, et collabora même à certaines planches de Callot.

Bien qu'il y ait tout lieu de supposer que Lasne apprit d'un père orfévre les rudiments de son métier [2], on ne doit point repousser d'une manière absolue l'une des suppositions de Mariette qu'il aurait été l'élève de Pierre de Jode le vieux dont sa première manière se rapproche plus, en effet, que de celle d'aucun des autres maîtres que lui attribue encore le savant iconographe, à savoir : Léonard Gaultier, Théodore Galle ou Jacques de Bye. Il eut pourtant avec ceux-ci des relations.

Il est d'autant moins probable que Michel Lasne apprit en Flandre tout ce qu'il savait, qu'en 1617 la gilde de Saint-Luc l'autorisait à travailler à Anvers pendant une période de deux mois réclamant en retour de cette faveur une somme de 6 florins [3].

[1] RENOUVIER : *Des types et manières des maîtres-graveurs.* Montpellier, p. 118.

[2] *Archives de l'art français,* par MM. PH. DE CHENNEVIÈRES et A. DE MONTAIGLON : *Documents,* I, p. 44, note 1.

[3] Les *Liggeren,* etc., I, p. 541.

Qu'il ait excédé cette période, on n'en saurait douter, car les planches qu'il exécuta à Anvers durent exiger fort au delà de deux mois, mais rien ne prouve, comme l'avance Mariette, qu'il fût encore en Flandre en 1620. Et, en effet, le frontispice qu'il ajouta sous cette date au commentaire de Nonnius sur la numismatique impériale de Goltzius [1], avait déjà servi en 1618 pour la *Græciæ, Asiæq. minoris nomismata* publiée par Jacques de Bye.

Michel Lasne travailla aussi pour Jacques Francart, peut-être à Bruxelles, car l'on trouve sa signature au bas du titre du *Premier livre d'architecture.... contenant diverses inventions de portes, etc.* Le privilége accordé à cet ouvrage est daté du 20 février 1617.

Quoi qu'il en soit, Mariette a pu affirmer qu'en 1621 il était de retour en France [2].

Travaillant pour Rubens, Michel Lasne était affranchi du contrôle de la gilde de Saint-Luc. Il ne peut y avoir de doute sur ses relations directes avec le maître, car son œuvre contient des estampes que Vorsterman et Pontius furent appelés, par la suite, à refaire ou à retoucher. Exemples : La petite *Sainte Famille* que Vorsterman grava avec une si rare perfection et que Rubens dédia à l'épouse de Rockox [3], *la Chaste Suzanne,* planche non décrite par Basan [4] et que Pontius grava de nouveau en 1624; *la Vierge et l'enfant Jésus* (B. 32, S. 68), retouchée dans la perfection, peut-être par Pontius.

L'intervention de Rubens dans les travaux de Michel Lasne est établie par la dédicace que fit le maître d'une de ses planches à une femme illustre par son savoir : Anna Roemer Visscher, dont le nom se rencontre encore au bas d'une autre planche gravée par Vorsterman en 1620 et représentant, comme celle du graveur français : *la Chaste Suzanne surprise par les vieillards* [5].

[1] *L. Nonnii Commentarius in H. Goltzii Græciam, insulas et Asiam minorem.* Antv. 1620.

[2] *Archives de l'art français,* I, p. 44.

[3] Basan, p. 53; Vr.-Schneevoogt, p. 123.

[4] Schneevoogt, p. 93. Il en existe une épreuve au cabinet de Paris.

[5] La composition gravée par Vorsterman diffère complétement de celle gravée par Michel Lasne. Lorsque Pontius exécuta sa planche d'après le même original reproduit par ce dernier, il n'y mit aucune dédicace.

Rubens trouva-t-il insuffisante la planche de Michel Lasne? On pourrait le croire en voyant la même œuvre servir de nouveau de modèle à une gravure de Pontius en 1624 et le même sujet autrement interprété dédié pour la seconde fois et en termes identiques à la même dame en 1620. Sur l'une et l'autre planche on lit :

*Lectissimæ virgini Annæ Roemer Visscher illustriæ Bataviæ syderi, multarum artium peritissimæ poeticis vero studio supra sexum celebri, rarum hoc pudicitiæ exemplar, Petrus Paulus Rubens D. D.* [1].

La planche de Michel Lasne est signée de son monogramme ML qui apparaît sur d'autres estampes de son burin.

Les pièces qu'il mit au jour à Anvers, alors surtout qu'on les rapproche des œuvres postérieures de sa longue carrière, [2] justifient assez l'hésitation de Mariette dans la recherche de son maître. Le *Saint François d'Assise recevant l'enfant Jésus des mains de la Vierge,* estampe d'après Rubens, publiée par Théodore Galle, le rapproche plutôt de Corneille Galle que du frère de celui-ci. Le burin est essentiellement flamand et fort épris de la taille dite en « dos de maquereau. » Sans être dénuée d'adresse ni de quelque sentiment de l'effet, l'œuvre se caractérise par une certaine vulgarité de physionomie et rend très-imparfaitement le style de Rubens.

Les noms du peintre et du graveur sont rassemblés sur un écriteau que des clous semblent fixer à un rocher au premier plan de la gauche.

L'éditeur fit la dédicace de sa planche à un personnage considérable, Ottavio Pisani, savant de valeur et l'introducteur en Belgique de l'usage qui s'y est conservé d'administrer le viatique aux fidèles retenus chez eux par

[1] Dans son livre intitulé *P.-P. Rubens, documents et lettres* (Bruxelles, 1877, p. 94), M. C. Ruelens dit au sujet de la personne désignée dans la dédicace de la planche de Vorsterman : « Elle jouissait de son temps d'une réputation semblable à celle de M[lle] de Scudery ou de Rambouillet en France; les poëtes la chantaient à l'envi, les savants en grec et en latin célébraient ses talents et ses vertus, les artistes lui dédiaient leurs œuvres... Quels rapports Rubens eut-il avec la famille de Roemer Visschers? Nous n'en trouvons point de trace. En l'an 1620 l'artiste n'avait pas encore été en Hollande et Anna Roemer ne vint dans les Pays Bas espagnols que beaucoup plus tard. »

[2] Michel Lasne mourut en 1667.

la maladie ou les infirmités; cette qualité ne pouvait être omise dans le texte d'une dédicace à l'époque dont il s'agit [1].

Le burin de Michel Lasne se montre sous un jour moins défavorable dans une composition assez analogue à la précédente par le sujet : *saint François de Paul recevant l'enfant Jésus des mains de la Vierge* [2] (B. 19, S. 42), estampe de dimensions moindres et d'un fort bon effet. Le burin assez sec ne s'identifie que très-imparfaitement avec la manière du peintre, mais le graveur fait preuve de beaucoup de talent personnel et l'on ne peut méconnaître un très-grand caractère à la tête de saint François. Les noms du peintre et de l'éditeur Théodore Galle n'apparaissent qu'au deuxième état de la planche qui ne reçut jamais de dédicace, bien qu'un double cercle tracé dans la marge inférieure semblât destiné à recevoir des armoiries. Ce cercle disparut toutefois pour faire place à l'inscription *S. Franciscus de Paula.*

On songe, avec Mariette, à Léonard Gaultier en considérant cette planche d'un effet brillant et métallique. D'autre part, le nom de Pierre de Jode le vieux se présente à la mémoire à l'aspect d'une *Sainte Famille* (B. 53, S. 123), publiée à Anvers par ce dernier maître.

Cette fois Michel Lasne conduit son burin de manière à simuler l'effet de certaines planches de Callot. Pierre de Jode gravait lui-même de ce burin et Michel a certainement étudié ses procédés en exécutant sa petite planche.

Il n'est pas sans intérêt de constater, en passant, l'identité de type et de caractère des personnages de la *Sainte Famille* avec une autre Sainte Famille dite « au perroquet » exposée au Musée d'Anvers. La composition des deux œuvres diffère, mais la Vierge est empreinte de la même grâce, l'enfant Jésus dans son abandon juvénile a le même caractère, saint Joseph, enfin, représenté sous le même angle dans les deux tableaux, complète l'identité de physionomie.

[1] *Octavio Pisani Jo: Antonii Filio: Julii fratri, Primo Dei Gratia in Belgio autori umbrellarum sanctissimi sacramenti apud ægrotos incedentis*, etc. J. Wierix a gravé un très-intéressant portrait du personnage placé en tête de son traité d'astronomie publié à Anvers, chez Rob. Brunneau, en 1613.

[2] Cette composition augmentée d'un personnage est au Musée de Lille, n° 310 du Catalogue de 1869.

Ces diverses circonstances nous encouragent dans la supposition que si, comme on l'assure, le tableau de *la Vierge au perroquet* fut offert à la corporation de Saint-Luc vers 1630 [1], l'exécution du tableau est d'une date fort antérieure, et cette manière de voir est confirmée par l'existence d'une gravure attribuée à Michel Lasne et qui reproduit le groupe principal du tableau (B. 32, S. 68 Vierges).

Ce fut Pierre de Jode qui publia cette estampe, très-semblable par le style à la planche citée plus haut. Le burin y procède avec une telle discrétion qu'un maître resté inconnu : Bolswert ou Pontius, trouva plus tard le moyen d'en retravailler toutes les parties sans rien supprimer, et de créer en quelque sorte une planche nouvelle et excellente, qui parut sous l'adresse d'Érasme Quellin.

Le nouveau graveur a fondu les tailles, renforcé les ombres, adouci les oppositions et très-habilement fait sien le travail primitif dont tout a été conservé.

Le même système fut appliqué avec un égal succès et au point de tromper des connaisseurs mêmes, pour le *Christ donnant les clefs à saint Pierre* (B. 49, S. 178), attribué à Pierre de Jode cette fois. Ce fut encore Érasme Quellin qui publia cette planche retouchée.

On se résout difficilement à séparer l'une de l'autre la planche de la *Vierge*, attribuée à Michel Lasne, et le *Saint-Pierre*, donné à de Jode le vieux. Anonymes toutes deux, les planches parurent d'abord sous l'adresse de P. de Jode, reçurent une retouche analogue sur un travail primitif très-semblable. Ne serait-il pas légitime dans ces conditions de donner les deux estampes à un même auteur? Dans ce cas, Pierre de Jode semblerait devoir être préféré.

Anversois de naissance, mais formé par Goltzius [2], ce maître éminent eut sans doute mérité l'honneur de graver Rubens bien avant les Galle ou

[1] J.-B. Vanderstraelen : *Jaerboek der Vermaerde en Kunstryke Gilde van Sint-Lucas.* Antw., 1855, p 99.

[2] Corneille de Bie : *Het gulden cabinet van de Edelvry Schilderconst*, etc. Antw., 1661, p. 495.

Michel Lasne. Qualifié par De Bie de *desseigneur très-illustre,* compris dans l'*Iconographie* de Van Dyck, il pouvait compter en réalité parmi les meilleurs graveurs de son époque sur la foi de ses travaux d'après le Titien, F. Vanni, Jean Cousin, dont il grava le *Jugement dernier,* et surtout d'une suite de costumes dont Sébastien Vrancx lui avait fourni les dessins très-certainement pendant leur séjour commun en Italie.

On chercherait en vain parmi les œuvres anversoises des portraits qui pussent rivaliser avec ceux de Juste Lipse et de Marcus Van Vaernewyck que l'on voit en tête de l'Histoire de Belgique du dernier auteur [1] et dans lesquels Pierre de Jode atteint en finesse et en correction les effigies les plus parfaites d'aucun maître allemand ou hollandais.

Doyen de la gilde de Saint-Luc en 1608, de Jode était allié à Breughel de Velours par le mariage de sa sœur avec ce grand peintre. Alors donc qu'on le voit publier l'estampe du *Christ donnant les clefs à saint Pierre* d'après une peinture exécutée par Rubens pour orner le tombeau du vieux Pierre Breughel-le-Drôle, alors surtout qu'on voit de Jode dédier cette planche à son beau-frère [2], on peut croire que l'œuvre émane en réalité de son burin.

Le caractère en quelque sorte privé de l'œuvre ne l'empêche pas d'être de grandes dimensions et le Christ, vu jusqu'aux genoux, n'a pas moins de 35 centimètres de haut. Le travail est d'une grande sobriété comme le sont presque toutes les œuvres de P. de Jode, et c'est tout au plus si l'effet arrive à ce degré de vigueur que l'on qualifie dans la langue du métier de gravure en demi-teinte.

De Jode recourt très-rarement à une troisième taille et, de même que dans la *Vierge* de Michel Lasne, le travail postérieur de retouche a pu utiliser la première taille comme simple préparation. La reprise a même su conserver à la planche toute sa fraîcheur, beaucoup de transparence et de

[1] *De Historie van Belgis...*, etc. Antw., Hieronymus Verdussen, 1619.

[2] *Celeberrimo excellentissimoq. in arte pictoria viro Joanni Breugelio qui hanc tabulam in æternam patris suiq. Petri Breugelii pictoris clarissimi memoriam admirabili Petr. Paull. Rubenii operâ depictam erigi curavit ; affinitatis et benevolentiæ hoc symbolum æri insculptum D. D. Petrus de Jode.*

légèreté. Si la dédicace du premier état n'attestait un travail parfait, la retouche pourrait être envisagée comme l'achèvement de l'œuvre interrompue d'un premier graveur [1].

M. Charles Leblanc se trompait en donnant à de Jode le père la planche du *Couronnement de sainte Catherine* d'après Rubens (B. 16, S. 36). L'éditeur de cette œuvre Jean Meyssens étant né en 1612, la production de l'estampe doit être reculée jusqu'après 1630 pour le moins. Le vieux de Jode avait alors franchi la soixantaine et n'eut pas modifié à cette période avancée de sa vie une manière si complétement formée.

Il faut attribuer de même au second Pierre de Jode le portrait d'Emmanuel Sueiro, chevalier du Christ, estampe d'après Rubens, datée de 1624. La gaucherie de burin qui caractérise cette œuvre concorde fort bien avec l'idée que l'on se fait du travail d'un jeune homme de dix-huit ans.

En somme, la collaboration de de Jode le père à l'œuvre de Rubens demeure problématique, malgré ce qu'en dit M. Renouvier [2]. Le séjour qu'il fit à Paris est fixé à l'année 1613 par le même écrivain. Il ne peut être question que d'un premier séjour, attendu que d'après De Bie [3] les de Jode père et fils travaillèrent ensemble dans la capitale de la France pour le compte d'Antoine Goetkint d'Anvers, *alias* Bonenfant.

Pierre le fils étant né en 1606 ne peut avoir travaillé en 1613 « avec » son père pour engraver quelques pièces pour M. Bonenfant » à l'âge de sept ans.

Pour revenir à Michel Lasne, ses relations avec Pierre de Jode durent naître à Paris et se poursuivre à Anvers et l'on expliquerait de cette façon l'analogie de manière déjà sensible dans l'œuvre du jeune Normand à l'époque de son arrivée en Belgique. Il avait gravé à Paris en 1617 un

[1] Lorsque l'éditeur Corneille Danckerts fit paraître sa grande composition anonyme du *Denier de César*, d'après Rubens (S. 209), il y introduisit derrière le Christ les trois figures d'apôtres empruntées à l'épitaphe de Breughel, copiées d'après la planche de de Jode dans son premier état.

[2] *Des types et manières des maîtres-graveurs*, p. 106... « P. de Jode grava de plus près Rubens, etc.... » Il est vrai que le savant iconographe faisait travailler le maître dès 1567.

[3] *Gulden Cabinet*, p. 511.



portrait d'Ambroise de Salazar, interprète espagnol du roi, œuvre signée de son nom latinisé *Asinius* [1].

La même signature *Msinius* apparaît la même année sur le titre de la *Nomismata Imperatorum Romanorum aurea argentea œrea... opera Jacobi Biœi Antwerpiani. Antw.*, 1617, et nous savons que bien réellement le graveur était à Anvers à l'époque indiquée.

On attribue à Rubens le dessin des titres gravés par Michel Lasne pour Jacques De Bye et la supposition semble pouvoir être admise, bien que le nom du grand peintre n'apparaisse point sur les pièces dont il s'agit.

Le frontispice de la *Nomismata* de 1617 a une grande tournure avec sa ville de Rome couronnée par la Victoire et ses captifs enchaînés. En 1617, à Anvers, Rubens était seul en état de composer dans un tel style.

On hésitera davantage à attribuer au maître le frontispice du *Commentarius in Huberti Goltzii Graeciam insulas et Asiam minorem*, œuvre de Nonnius publiée par Jacques De Bye trois ans après l'autre volume.

Le nom de Michel Lasne apparaît encore sur cette estampe et prouve à la fois la continuation de son séjour à Anvers et ses relations intimes avec Jacques De Bie ou de Bye, un des quatre graveurs que Mariette avait songé à lui donner pour maîtres.

Il résulte très-évidemment des planches de 1617 que Michel Lasne était un fort habile homme à cette époque et l'idée qu'il était venu à Anvers pour y travailler et non pour y apprendre se trouve ainsi confirmée. Le procédé même surpasse de beaucoup en perfection le dessin qui fut toujours la partie faible du graveur.

Remarquons, enfin, la différence notable qu'il y avait à l'époque du séjour de Michel Lasne à Anvers entre la manière de P. de Jode et celle de Jacques de Bye.

On a attribué à de Bye une telle influence sur la formation de l'École des graveurs de Rubens qu'il devient nécessaire de nous arrêter un instant à ce maître considéré dans ses rapports avec le peintre anversois.

Jacques de Bye, numismate et graveur, fut un temps au service de la

[1] Renouvier, XXXIX, p. 130.

maison de Croy. Il exécuta en cette qualité le livre contenant la *Généalogie et Descente,* de l'illustre famille qu'il servait et sur le titre même du recueil l'on trouve cette signature : *Jacobus de Bye suæ Ex$^{ie}$ scalptor fec.*

Le talent du graveur se montre sous un jour très-favorable dans ce travail. Les figures en pied de « ceulx » de la maison de Croy sont traitées d'un burin correct et brillant, les personnages sont d'un bon dessin et portent avec aisance des costumes d'apparat. La signature Ḍ. BYẸ se rencontre sur quelques planches.

Élève d'Adrien Collaert, Jacques de Bye avait été inscrit dès l'année 1595 à Saint-Luc mais proclamé franc-maître seulement en 1607. Il fut au nombre des graveurs de Martin de Vos et ses premières planches accusent une personnalité assez effacée.

On a conclu d'une lettre que Rubens écrivait à de Bye au mois de mai 1611, qu'à cette époque ce graveur devait reproduire un tableau du maître récemment terminé : *Junon transférant les yeux d'Argus au plumage du paon* [1]. Un passage de la lettre disait :

« J'espère que vous ne prendrez point de mauvaise part que je profite » d'une occasion qui se présente de me dessaisir de mon tableau de *Junon* » *et Argus* et j'espère bien qu'avec le temps il sortira du pinceau une » œuvre qui vous conviendra mieux. J'ai cependant voulu vous prévenir de » l'affaire avant de la conclure attendu que je tiens à agir ponctuellement » et à donner satisfaction à tout le monde, surtout à mes amis, et je sais bien » qu'avec les princes on n'agit pas toujours selon son bon vouloir. Ce qui » n'empêche que je vous reste infiniment obligé. »

Ce passage ne nous semble en aucun cas devoir être interprété comme le font la plupart des auteurs qui le reproduisent. Il nous paraît résulter à toute évidence de la lettre à de Bye que cet artiste avait offert ses bons offices pour l'acquisition d'une œuvre de Rubens, destinée à son maître, le prince Charles de Croy, mais que celui-ci témoignait quelque hésitation à conclure le marché. Rubens avise de Bye, non de la vente consommée

[1] SMITH : *Catalogue raisonné*, n° 1119. La lettre à de Bye a été publiée pour la première fois par M. A. Pinchart d'après l'original de la Bibliothèque royale de Bruxelles : *Archives des arts, sciences et lettres*, II, p. 164.

de son œuvre, comme on l'a dit, mais de l'occasion qui se présente pour lui de s'en dessaisir et il exprime l'espoir qu'une toile nouvelle conviendra plus complétement à de Bye ou plutôt au prince. De là cette phrase : « *Je sais qu'avec les princes on n'agit pas selon son désir,* » et il n'en remercie pas moins l'intermédiaire de ses bon offices.

Charles de Croy était grand amateur d'art et ses tableaux réunis « auraient formé un musée digne d'un souverain [1]. » Il mourut en 1612 et d'après l'inventaire de ses toiles, nous constatons qu'il ne possédait aucune œuvre de Rubens.

De Bye était naturellement désigné pour servir d'intermédiaire entre le peintre et le duc d'Arschot, mais ne réussit pas dans la négociation qu'il semble avoir entreprise.

Quoi qu'il en soit, la manière de graver de de Bye aurait médiocrement convenu à l'interprétation des œuvres de Rubens. L'essai n'eut point lieu, bien que les deux maîtres aient vécu côte à côte pendant bien des années et qu'ils eussent en Rockox un ami commun [2].

Une note du catalogue des livres du célèbre bibliophile van Hulthem [3] dit, à propos du recueil des *Vrais portraits des rois de France,* publié à Paris, en 1636, par Jacques de Bye : « chefs-d'œuvre de portraits gravés d'après » les monuments authentiques par un des meilleurs graveurs de son siècle, » anversois d'origine et *le maître des plus célèbres graveurs de Rubens...* »

Ce renseignement fort imprévu que Van Hulthem tirait, disait-il, d'une « note manuscrite » bien que placé sous son respectable patronage, ne doit être admis qu'avec une grande réserve, et l'éloge que cette note fait de de Bye paraîtra sans doute excessif à qui connaît son œuvre.

Jacques de Bye comptait certainement en France parmi les graveurs estimés et Louis XIII lui accorda une protection précieuse; mais le Roi Très-Chrétien ne manquait pas dans ses États de graveurs, français de naissance, très-dignes d'entrer en parallèle avec son graveur anversois.

[1] A. Pinchart : *Inventaire des tableaux de Charles de Croy, duc d'Arschot,* etc., 1613. — *Archives des arts, sciences et lettres,* I, p. 158.

[2] La *Numismata Imperatorum* de de Bye est dédiée à Rockox.

[3] *Bibliotheca Hulthemiana.* Gand, 1836, II, p. 156.

En Flandre, de Bye peut être rapproché sans grand désavantage des Barbé et des Galle; il ne soutient pas la comparaison avec un de Jode ni surtout avec les maîtres illustres de l'école de Rubens dont la place est vraiment marquée parmi les « meilleurs graveurs du siècle. »

A-t-il eu en réalité une part à la formation de ces praticiens consommés? Aucun fait n'autorise à le croire. A quelle époque, au reste, aurait-il dirigé l'enseignement de ces graveurs? Le *Liggere* de la corporation de S^t-Luc d'Anvers ne lui donne aucun élève et pas une fois Rubens n'a recours à son burin pour la reproduction d'une œuvre petite ou grande, voire du plus léger croquis. Ce sont bien là des présomptions de quelque valeur sans doute. Nous n'avons pas contesté à l'auteur de la *Généalogie des Croy* un talent correct, mais assurément ce n'était point par son système de gravure que devaient se former un Vorsterman ou un Pierre Soutman à ne considérer que la date probable de leur apprentissage.

Nous pensons donc, jusqu'à preuve ultérieure, devoir considérer comme dénuée de vraisemblance l'intervention de de Bye dans la formation de la brillante école des graveurs de Rubens.

---

## CHAPITRE V.

Pierre Soutman de Harlem. — Importance de son rôle auprès de Rubens. — Il grave ses copies de Raphaël, de Léonard de Vinci, du Titien. — Intervention de Rubens dans la publication des estampes exécutées d'après ses œuvres. — Efforts qu'il fait pour les soustraire à la contrefaçon. — Priviléges sollicités des États de Hollande. — Résistance des États. — Sir Dudley Carleton. — Octroi final (24 février 1620). — Privilége français. — Étude de l'œuvre de Soutman.

---

La série régulière des graveurs de Rubens s'ouvre par un maître étrange, désordonné, — singulièrement habile toutefois — dont le rôle auprès du vigoureux coloriste mérite une attention particulière. Nous voulons parler de Pierre Soutman.

Natif de Harlem, ce maître s'établit à Anvers à une époque qu'il n'est pas possible de préciser et y reçut la bourgeoisie à la date du 18 septembre 1620. L'année précédente il avait fait immatriculer aux registres de la corporation de S^t-Luc, conformément à ses règlements, un élève : Jean Timans, dont le nom n'évoque le souvenir d'aucune œuvre. « P. Soutman était » peintre, dit M. Renouvier [1] et vint de Harlem se former à l'école de » Rubens. Tout en prenant ses habitudes de dessin et ses goûts chaleureux, » il garda comme graveur, des allures qui lui vinrent de son pays. » L'auteur fait allusion à cet emploi délié de l'eau-forte, à ce pointillé mince qui caractérise la manière d'Isaïe Vandevelde dont il fait un peu arbitrairement le maître de Soutman.

[1] *Types et manières des maîtres-graveurs*, 2^me partie, p. 119.

On ne trouve pas Soutman inscrit à la corporation des artistes anversois et son travail habile, qui, en réalité, est plutôt d'un peintre que d'un graveur, permet de croire qu'il vint de son pays complétement exercé.

Justement vanté par les auteurs comme chef de la noble école de gravure d'où sortent les Visscher et Suyderhoef, il a peut-être passé trop inaperçu dans ses propres travaux. Soutman est cependant une personnalité marquante de l'histoire de la gravure. M. Emeric David a été presque seul à reconnaître ses hautes qualités [1]. « Il semble avoir inspiré tout à la fois et » Rembrandt et l'école de Rubens » dit ce savant écrivain. Assurément le rôle est glorieux.

L'année 1580 que tous les biographes assignent à la naissance de Soutman lui donnerait trente-neuf ans à l'époque de sa présence constatée à Anvers.

Ses estampes d'après Rubens, au nombre d'une quinzaine, doivent se classer logiquement en deux séries : les unes exécutées à Anvers même, et sous la direction du maître, les autres en Hollande au déclin d'une carrière longue et bien remplie. Les dates que l'on rencontre sur certaines de ces œuvres, soit qu'il les ait réellement produites après la mort de Rubens, soit que pour une cause quelconque il en ait différé jusqu'alors la publication, ont peut-être amené les iconographes à oublier le rôle que le grand peintre lui-même semble avoir assigné au graveur dans la reproduction de ses toiles.

Les vues de M. Emeric David confirment, à cet égard, les nôtres. « Pierre Soutman et Lucas Vorsterman nés l'un et l'autre en 1580 [2], » formés d'abord dans la peinture par ses leçons, deviennent, dit-il, sous » l'inspection de Rubens, les chefs de l'École. »

Les preuves ne nous manqueront pas pour démontrer l'exactitude de cette suppositon, du moins en ce qui concerne la priorité de Soutman sur la plupart des graveurs associés à l'œuvre de Rubens à partir de 1620 [3].

[1] *Discours historique sur la gravure en taille-douce et sur la gravure sur bois.* Paris, 1808, p. 71.

[2] On verra que pour Vorsterman cette date était inexacte.

[3] Émeric David : *Op. cit.*, p. 70.

Soutman mania le pinceau et l'on est surpris de ne point trouver son nom dans le *Peintre-Graveur* d'Adam Bartsch. L'œuvre de Jacques Matham qui mourut en 1631 contient le portrait du théologien Nicolas Wigger (B. 205) exécuté d'après une peinture de Soutman et le portrait de Matham lui-même fut peint par lui et gravé par J. Vandevelde en 1630. Lorsque C. Van Noorde publia le portrait de Soutman il lui attribua la qualité de peintre du roi de Pologne que le maître prend effectivement dans la dédicace qu'il fait en 1650 au roi Philippe IV, de ses *Principes Hollandiæ.* Enfin Samuel Ampsing, éditant en 1628 sa description de Harlem [1], désigne encore Soutman comme travaillant à cette époque en qualité de peintre à la cour polonaise.

Le rôle important que nous trouvons ainsi attribué à un maître dont les œuvres occupent jusqu'à ce jour une place effacée dans les galeries de tableaux, tendrait lui-même, dans une certaine mesure, à confirmer le fait de sa présence parmi les élèves de Rubens. Wladislas Sigismond de Pologne avait séjourné en Belgique au mois de septembre 1624 et, dans une lettre écrite de Bruxelles par l'ambassadeur de France, le 13 septembre, nous relevons ce passage : « Le peintre Rubens est en ceste ville. L'Infante luy a » commandé de tirer le pourtraict du prince de Pologne en quoy j'estime » qu'il rencontrera mieux qu'en la négociation de tresve [2]. » Il a pu se faire que Soutman qui semble avoir été un praticien habile ait attiré l'attention du prince et soit devenu ainsi le peintre en titre du roi de Pologne, un amateur d'art passionné [3].

Quoi qu'il en soit, à son retour, Soutman se fixa dans sa ville natale et s'y maria en 1630, le 21 avril [4]. Rien ne semble indiquer qu'à cette époque il entretint encore des relations avec son illustre maître.

A ne le considérer que dans sa carrière anversoise, son rôle nous apparait comme très-important et les œuvres que l'on peut rattacher à cette période

[1] *Beschryving van Haarlem*, 1628, p. 372.

[2] Gachard : *Histoire politique et diplomatique de Rubens.* Bruxelles, 1877, p. 26.

[3] En 1621 les Archiducs avaient accordé la libre sortie aux œuvres d'art achetées pour son compte en Belgique. Pinchart : *Archives des arts, lettres et sciences*, II, p. 95.

[4] Vander Willigen : *Les artistes de Harlem*, 1870, p. 266.





de sa vie occupent parmi les travaux de Rubens même une place dont l'intérêt mérite d'être signalé.

Au commencement de l'année 1618 l'on voit le grand peintre entrer en négociations avec l'ambassadeur d'Angleterre près les États de Hollande, sir Dudley Carleton, pour l'acquisition d'un précieux cabinet d'antiques formé par ce diplomate [1]. Il ne s'agissait point d'une transaction à prix d'argent, mais d'un échange. Rubens tenant beaucoup aux antiques et Carleton n'étant pas moins désireux de posséder les œuvres du peintre, les choses s'arrangèrent au mieux.

Le 28 avril Pierre-Paul écrivait :

« Je me trouve avoir en ce moment chez moi quelques-unes de mes plus » belles toiles, de celles que je m'étais réservées à moi-même. J'en ai même » racheté quelques-unes pour une somme plus grande que je ne les avais » vendues, mais elles sont toutes au service de votre Excellence [2]..... en cas » que nous réussissions, comme je l'espère, à nous arranger, je ne man- » querai pas de finir le plus tôt possible tous les tableaux encore inachevés, » quoique compris dans la liste ci-jointe. »

La liste dont il s'agit est un document d'une valeur exceptionnelle. On n'y trouve pas seulement les titres des œuvres, mais Rubens y inscrit en marge le prix et les dimensions de chacune d'elles, ajoutant en outre des observations du plus piquant intérêt. Nous apprenons ainsi de lui-même la part importante qui revient souvent dans ses travaux à des élèves habiles et, jusqu'à un certain point, le secret de sa prodigieuse fécondité.

Notre sujet exige la reproduction intégrale de la pièce :

« *Au très-illustre et très-estimé sir Dudley Carleton, ambassadeur du* » *sérénissime roi de la Grande-Bretagne près les États des Provinces-Unies* » *à La Haye.*

[1] La correspondance relative à cet objet nous a été conservée. M. W.-H. Carpenter en a publié les pièces dans ses *Pictorial Notices of Van Dyck and other Painters*, etc., ouvrage traduit en français sous le titre de *Mémoires et documents inédits sur Ant. Van Dyck, P.-P. Rubens et autres artistes contemporains*, par M. L. Hymans. Anvers, 1845.

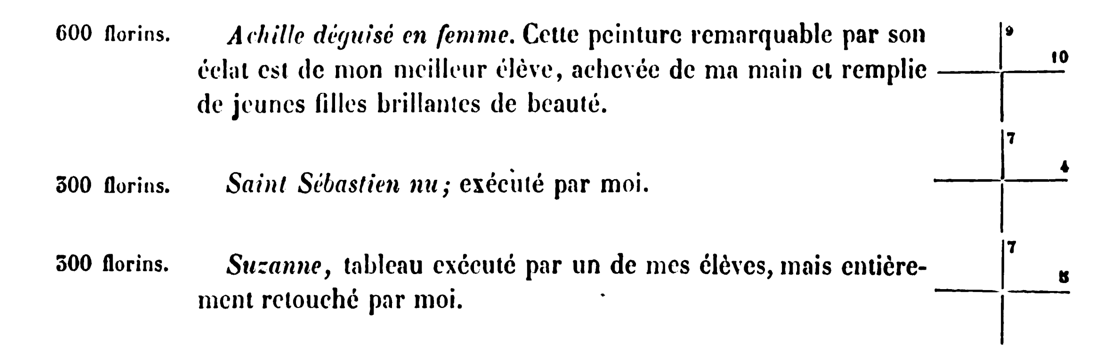
[2] *Op. cit.*, p. 169.



» Liste des tableaux qui se trouvent chez moi :

| Prix | Tableau | Dimensions (pieds) |
|---|---|---|
| 500 florins. | *Prométhée enchaîné sur le Caucase;* un aigle lui ronge le foie. Cette toile est de ma main. L'aigle est de Snyders. | Pieds 6 — Pieds 8 |
| 600 florins. | *Daniel dans la fosse aux lions;* ceux-ci d'après nature, le tout de ma main. | 8 — 12 |
| 600 florins. | *Léopards* (d'après nature) *entourés de Satyres et de Nymphes.* Le tout de ma main, à l'exception d'un superbe paysage fait par un artiste du plus grand mérite en ce genre. | 9 — 11 |
| 500 florins. | *Léda et le Cygne.* L'amour se trouve aussi dans le tableau entièrement exécuté par moi. | 7 — 10 |
| 500 florins. | *Christ en croix,* de grandeur naturelle, considéré comme la meilleure chose peut-être que j'aie jamais faite [1]. | 12 — 6 |
| 1200 florins. | Le *Jugement dernier* exécuté en partie par un de mes élèves d'après le tableau beaucoup plus grand que j'ai fait pour le sérénissime prince de Neubourg. Celui-ci me le paya comptant trois mille cinq cents florins. La toile en question n'étant pas achevée, je la retoucherai entièrement moi-même de manière qu'elle puisse passer pour originale. | 13 — 9 |
| 500 florins. | *Saint Pierre prenant du poisson l'argent pour payer l'impôt.* Il est entouré de pêcheurs; le tout d'après nature de ma propre main. | 7 — 8 |
| 690 florins. | *Cavaliers chassant le lion.* Ce tableau copié de celui que je fis pour le sérénissime prince de Bavière est commencé par un de mes disciples, mais achevé par moi. | 8 — 11 |
| 600 florins. | Le *Christ et les Douze Apôtres* par mes élèves d'après les originaux appartenant au duc de Lerme. Tous sont retouchés par moi. | 4 — 3 |

[1] *Crucifisso* doit nécessairement se traduire par *Crucifix :* Christ en croix. C'est ainsi que traduit également M. F. Villot : *Cabinet de l'Amateur et de l'Antiquaire,* IV, pp. 297 et suiv. Rubens désignait réellement un *Christ en croix.*




600 florins. *Achille déguisé en femme.* Cette peinture remarquable par son éclat est de mon meilleur élève, achevée de ma main et remplie de jeunes filles brillantes de beauté.

300 florins. *Saint Sébastien nu;* exécuté par moi.

300 florins. *Suzanne,* tableau exécuté par un de mes élèves, mais entièrement retouché par moi.

Tous les tableaux portés sur cette liste ne passèrent point aux mains de sir Dudley Carleton. Il reçut en échange de ses marbres 2,000 florins qu'il convertit en tapisseries de Bruxelles et, en fait de tableaux, borna son choix au *Prométhée,* au *Daniel,* aux *Léopards,* à la *Léda,* au *Saint Pierre,* à la *Chasse au lion,* au *Saint Sébastien* et à la *Suzanne.* Rubens ajouta, pour parfaire le prix, une petite toile de *Sara et Agar* actuellement dans la possession du duc de Westminster.

Nous voyons par les lettres du grand peintre qu'il mit une insistance particulière à recommander la *Chasse* portée sur sa liste et la raison nous en est fournie par une correspondance de 1616-1617 [1]. L'agent britannique possédait une première chasse de la main de Rubens et pour l'autre le maître disait : « je la rendrai aussi belle que celle que j'ai faite *autrefois* pour V. E., » et elles correspondront parfaitement l'une avec l'autre, le premier des » deux tableaux étant [la représentation] de chasseurs européens, et le » second une poursuite de lions à la moresque et à la turque. »

Sir Dudley se rendit à ces raisons et le 22 mai, il répondit : « je don- » nerai la chasse aux lions pour pendant à l'œuvre que je possède déjà. »

En parcourant la liste des tableaux offerts par Rubens à sa transaction avec le diplomate anglais et dont huit sortirent de sa possession, l'on trouve plusieurs toiles reproduites au burin du vivant même du maître et par des graveurs qui furent des premiers appelés à travailler sous sa direction.

La *Pêche du poisson pour payer le tribut* et la *Suzanne* fournirent matière à des œuvres de Vorsterman, la série du *Christ et les Apôtres* et

[1] Smith : *Catalogue raisonné,* supplément, pp. 234-241.

l'*Achille à la cour de Lycomède* tombèrent en partage à Nicolas Ryckemans; enfin le *Christ en croix,* la *Chute des réprouvés* [1] et la *Chasse aux Lions* furent gravés par Pierre Soutman.

Il faut ajouter au lot de ce dernier la *Chasse aux Loups et aux Renards,* l'œuvre possédée par sir Dudley Carleton, antérieurement à sa transaction avec Rubens, car telle était, en réalité, cette toile comme le démontre une liste de ses tableaux conservée au State Paper Office de Londres [2].

Soutman nous apparait donc comme travaillant de bonne heure aux côtés de Rubens et ce n'est point se montrer d'une témérité extrême que de lui attribuer une part dans les tableaux commencés ou copiés par les élèves de Rubens, si l'on tient compte de l'habileté dont il fait preuve dans ses estampes. Peut-être faut-il expliquer ainsi la publication par ses soins d'une seconde interprétation de l'*Achille* gravée par son élève C. Visscher et surtout cette mention énigmatique qui figure sur ses grandes chasses d'après Rubens, *P. Soutman invenit, effigiavit et excudit,* accolée à cette autre *P.-P. Rubens, inventor* [3].

La qualité d'*inventeur,* assumée par un interprète, peut faire supposer à celui-ci une part plus considérable à la production du travail que n'en comporte la somme d'initiative abandonnée d'ordinaire aux graveurs.

D'autres planches encore nous montrent Soutman secondant Rubens dans une entreprise de confiance : la reproduction d'après les dessins du maître de certaines œuvres de Raphaël, de Léonard de Vinci et du Titien.

Sans nous arrêter, pour le moment, à l'étude critique de ces interprétations, nous pensons pouvoir affirmer que, sous le crayon de Rubens, et le burin de Soutman, la *Cène* de Léonard est une œuvre des plus intéressantes et qu'un talent remarquable a présidé à l'exécution des planches de la *Vénus couchée* du Titien [4] et du *Christ donnant les clefs à saint Pierre* d'après

[1] Cette planche porte la date de 1642.

[2] CARPENTER, trad. HYMANS, p. 181, note.

[3] On lit même *P.-P. Rubens pinxit* sur la grande chasse à l'hippopotame que Soutman signe lui-même comme *inventeur!*

[4] Cette estampe ne figure pas aux catalogues de l'œuvre de Rubens, elle est pourtant d'après un dessin du maître et d'ailleurs assez rare. Notre reproduction réduite est d'après l'original du Musée Plantin-Moretus, à Anvers.

Raphaël. C'étaient peut-être des exercices préalables à des travaux d'une plus haute portée, mais l'admiration de Rubens pour les maîtres de l'Italie ne permet pas de les reléguer parmi les œuvres minimes créées sous sa direction.

Soutman édita lui-même, comme on l'a vu, les planches issues de son burin. Le *Christ en croix* (B. 83; S. 288) exécuté sans doute d'après le tableau porté sur la liste fournie à sir Dudley Carleton, et une des planches les plus rares de l'œuvre du maître, parut sans privilége; il en fut de même du *Christ donnant les clefs à saint Pierre* (B. 54; S. 187).

Plusieurs des planches de Soutman passèrent par la suite aux mains d'éditeurs hollandais et flamands : Cl. de Jonghe — l'ami de Rembrandt — De Wit, Théodore van Merlen, mais les premiers états furent mis en circulation par le graveur lui-même.

L'absence de dates sur la majeure partie des œuvres de Soutman impose une tâche en quelque sorte irréalisable à qui veut entreprendre de déterminer l'ordre de production de ses œuvres. Toutefois la nature même des travaux inspirés par les toiles de Rubens semble assigner à plusieurs d'entre elles une date contemporaine du séjour du graveur dans l'atelier du peintre.

L'omission du privilége ou la simple énonciation : *cum privilegio,* ajoutée à la suite du nom du graveur, peuvent être envisagées comme datant les estampes d'une époque antérieure à l'obtention par Rubens de ses priviléges étrangers. On ne peut toutefois être fixé à cet égard, beaucoup d'artistes hollandais se servant de la mention *cum privilegio.*

Bien que, dans un petit nombre de cas, Rubens ait personnellement assumé sur des estampes exécutées d'après ses œuvres la qualité d'éditeur, l'on sait qu'il supportait lui-même, le plus souvent, les frais d'exécution de ces travaux. Il serait toutefois impossible d'établir en l'absence de documents authentiques s'il fut intéressé à la vente de ses planches à une époque antérieure à l'apparition de celles de Vorsterman.

L'entreprise du grand peintre de faire reproduire par le burin ses œuvres principales semble l'avoir beaucoup préoccupé. Si les planches exécutées sous ses yeux par des graveurs habiles devaient contribuer rapidement à



Titianus Pinxit

*Ex hac oblatâ quam cernis Imagine Pictor*
*Artem si cupias, perspice, et Ingenium.*

Cum Priuilegio

P. Soutman Fecit et Excud.

rendre populaires les conceptions de son génie, le succès même assuré à l'œuvre ne la désignait que plus fatalement aux entreprises de trafiquants peu scrupuleux. Se protéger contre ces entreprises était une véritable nécessité et Rubens, que l'on a voulu, plus d'une fois, représenter comme possédé d'une soif immodérée des richesses était pleinement justifié à soustraire ses travaux à des copies fautives dont sa réputation devait nécessairement souffrir.

A aucune époque, et dans aucun pays les éditeurs ou les auteurs n'ont été à l'abri des contrefaçons. Albert Dürer et Vésale, pour ne citer que ces deux exemples éminents, se plaignent avec amertume de ne trouver qu'une sauvegarde illusoire dans les priviléges obtenus de la faveur des princes [1].

Les auteurs tenaient pourtant à obtenir des « priviléges » qui assurassent leurs œuvres contre les réimpressions frauduleuses et des octrois temporaires leur étaient souvent accordés même en pays étranger.

Les recueils d'Otho Vœnius étaient publiés avec les priviléges de presque toutes les puissances européennes. Ses compositions de la *Guerre des Romains et des Bataves* parurent en 1611 avec cette inscription :

« *Privilegiis Pontificio, Cæsareo, Regum Hispaniæ et Galliæ, Principum Belgii ac Confœderatarum Provinciarum Ordinum, cautum est, nequis hoc aut cætera Auctoris opera æri incisa imprimat vel quodquomodo imitetur ni decem marcharum auri puri mulctam velit incurrere.* »

Le privilége était purement prohibitif. Il ne constituait pas un droit de publication, mais avait pour objet d'assurer à l'éditeur d'une œuvre la propriété exclusive de celle-ci et l'autorisait à attraire en justice les contrefacteurs [2].

[1] « Ces priviléges ne valent pas la page qu'ils occupent dans les diplômes, car je ne sais que » trop par ce qui m'est arrivé pour mes planches anatomiques, qui ont paru pour la première » fois à Venise, il y a trois ans passés, ce que valent les décrets des souverains auprès des » libraires et des imprimeurs dont le nombre pullule partout et qui ont défiguré mon œuvre » tout en le décorant de titres pompeux. » Lettre de Vésale à Oporin; *Corporis humani fabrica* Basileæ, 1543. Ambroise Firmin Didot : *Essai sur la gravure en bois.* Paris, 1863, p. 94.

[2] On verra que Rubens fut lui-même obligé par la suite d'user de ce droit.



Au mois de mai 1619 les États de Hollande furent appelés à délibérer sur une demande introduite par Rubens en obtention de privilége et, chose remarquable, sa demande fut repoussée. La résolution des États est du 17 mai. En voici les termes :

« *Opte requeste van Pieter Rubbens, woonende tot Antwerpen, schilder,* » *versoeckende octroy op syne wercken met interdictie van dye nae te* » *maecken in de Vereenichde Provincien, is des suppliants versoeck affge-* » *slagen* [1]. »

Les planches qu'il s'agissait de publier étaient celles de Vorsterman alors en cours d'exécution. Le refus d'octroi était chose insolite ; pris à l'égard d'un homme de l'importance de Rubens, il semblait revêtir une forme personnelle d'hostilité.

Le peintre avait-il joué déjà dans la politique un rôle qui pût déplaire aux États? Il est permis de le croire.

La trève de 1609 conclue entre le roi d'Espagne et les États expirait le 9 avril 1621. Rubens fut activement mêlé à des négociations ayant pour objet de faire rentrer les Provinces-Unies sous la domination espagnole, négociations dont la dame de T'Serclaes avait pris l'initiative. M. Gachard, dans sa remarquable *Histoire politique et diplomatique de P.-P. Rubens* [2], a publié tous les renseignements que l'on a pu réunir jusqu'à ce jour concernant ces démarches; il n'hésite pas à croire que le début politique du grand peintre était fort antérieur aux lettres de 1623, les premières que l'on ait trouvées de sa main sur la question de la trève et nous savons par le même écrivain qu'en août et septembre 1619, l'on avait délibéré déjà de l'affaire [3].

Le rejet de sa demande dut vivement contrarier Rubens, mais ses aptitudes

[1] « Sur la requête de Pierre Rubens habitant Anvers, peintre, sollicitant octroi pour ses » œuvres avec interdiction de contrefaire celles-ci dans les Provinces-Unies, la demande du » réquérant est repoussée. » Dodt van Flensburg : *Archief voor kerkelijke en wereldsche geschiedenissen.* Utrecht, 1848, VII, p. 65.

[2] Bruxelles, 1877, 1 vol. in-8°.

[3] Gachard : *op. cit.*, pp. 9-10.

diplomatiques disent assez qu'il n'était pas homme à se décourager d'un premier échec.

Il y avait moins d'un an, sir Dudley Carleton lui avait écrit : « Notre » présente affaire ne sera que le commencement d'une correspondance plus » longue et plus suivie : aussi je m'engage à vous aider de mes services aussi » souvent qu'ils pourront vous être utiles, dans cette cité ou dans toute » autre, chaque fois qu'ils pourront vous causer quelque plaisir [1]. » Le moment était venu de recourir aux services d'un homme passionné pour les arts et que sa haute position mettait mieux que nul autre en mesure de vaincre des difficultés insurmontables au premier aspect.

La lettre suivante, datée du 18-28 mai 1619 vient nous prouver que Rubens se prévalut avec un plein succès des offres de service de son puissant protecteur [2].

« Très-excellent Seigneur,

» Je ne m'étais nullement trompé en pensant que V. E. fût la seule per- » sonne capable de mener à bonne fin des négociations autrement impos- » sibles. Certes elle était opportune la chasse d'animaux si formidables que » vous avez donnée à ces seigneurs aussi bien que la pêche des apôtres qui » pour nous sont devenus vraiment des pêcheurs d'hommes. Ainsi que » V. E. me le dit avec raison. Cela ne me semble pas étrange, car toute » chose est d'une plus grande efficacité sous son propre climat.

» Au fait, sans de pareils moyens, rien ne peut être obtenu quoique la » raison alléguée par les États Généraux que je ne suis pas leur sujet et » réside hors de leur territoire ne soit point d'une grande valeur attendu que » d'autres princes ou républiques ne l'ont point invoquée, envisageant » comme juste que leurs propres sujets ne causent point tort ou préjudice » à personne en empiétant sur le travail d'autrui.

[1] Lettre du 22 mai 1618. Carpenter, trad. Hymans, p. 191.

[2] Sainsbury : *Original unpublished Papers illustrative of the Life of Rubens*, London, 1859, n° XXXVI, p. 47. — L'original est en italien. M. Alfred Hédouin, en publiant cette lettre (*Gazette des Beaux-Arts*, VII, p. 150), inclinait à croire qu'elle se rattachait à l'affaire des estampes. Ses vues se trouvent pleinement confirmées.





» De plus, tous les souverains, quoique méfiants entre eux dans les » grandes choses, sont d'accord dans la protection qu'ils accordent à la » vertu, aux sciences et aux arts, du moins ils devraient l'être.

» J'ai précisé mon désir à l'ami qui en rendra un compte détaillé à V. E. » En même temps je prie V. E. de prêter la main à l'entreprise, jusqu'à son » complet accomplissement, etc. »

En *post-scriptum* le peintre ajoute :

« Il arrive parfois que dans une assemblée de personnes qui ont été indi- » viduellement rendues favorables, un certain nombre de ces seigneurs, se » trouvant réunis, agissent d'une manière absolument contraire à leurs enga- » gements particuliers. C'est pourquoi je prie V. E. de considérer avec sa » prudence accoutumée si notre prétention ne court point risque de se » heurter de nouveau à quelque refus et si Elle présageait quelque chose, » même vaguement, je La prie d'abandonner d'emblée le projet sans faire » de nouvelles instances, non que j'aie déjà changé d'avis, ni que j'attache » un faible prix à l'obtention de cette faveur, mais pour d'autres raisons je » ne veux pas être importun en la sollicitant. »

On voit par ce curieux document, qui reçoit ici pour la première fois son véritable sens, la voie qu'avaient suivie le peintre et son puissant soutien. On avait individuellement gagné à la supplique de Rubens les membres des États et, sans nul doute, l'ambassadeur avait été puissamment aidé dans ses démarches par le don de quelques planches, notamment la *Chasse au Lion et à la Lionne* (B. 21; S. 31-3) gravée par Soutman et la petite *Pêche miraculeuse* du même maître (B. 47; S. 140) à moins que ces apôtres « pêcheurs d'hommes » ne désignent la planche anonyme (B. 44; S. 188) exécutée, sans nul doute, par Vorsterman d'après le *Saint Pierre trouvant dans le poisson l'argent du tribut,* une des œuvres obtenues par Carleton en échange de ses antiques.

Il faudrait cependant donner la préférence à la première des deux planches à laquelle se rapporte plus naturellement la parole évangélique et surtout à cause du fait que l'œuvre de Vorsterman porte toujours le privilége des États de Hollande.

Le 8 juin une nouvelle demande fut introduite auprès des États et ceux-ci, après en avoir délibéré, prirent la résolution suivante :

« *Opt octroy dat Pieter Rubbens residerende binnen Antwerpen, ver-*
» *soeckt ende byden Heere Carleton Ambassadeur des Conincx van Britta-*
» *nien gerecommandeert wordt, om te mogen laten uytgaen de plaeten ofte*
» *prenten, gemencionneert inde lyste*[1] *by hem overgegeven, innehoudende ver-*
» *both van deselve in de Vereenichde Nederlanden, binnen den tyt van thien*
» *jaren naest commende te mogen naesnyden op seeckere peyne, is verstaen*
» *dat den suppliant eerst sall aen Haer. Ho. Mo. presenteeren, van elcke*
» *plaete een affdruksel die hy van meeninge is te laten uytgaen, omdat*
» *gedaen ende gesien, daerna op des suppliants voors. versoeck ende recom-*
» *mandatie van den voors. Heer Ambassadeur gedisponeert te werden nae*
» *behooren* [2]. »

Les États se relâchaient de leur rigueur, et lorsque le 24 février de l'année suivante Rubens leur soumit une de ses planches, ils consentirent enfin à lui octroyer, non pas le privilége de dix années qu'il sollicitait, mais un privilége septennal prohibant toute copie de ses planches ou eaux-fortes sous peine de confiscation des copies et d'une amende de cent carolus d'or [3].

[1] Cette liste n'a pas été retrouvée aux archives de Hollande.

[2] « Concernant l'octroi sollicité par Pierre Rubens, résidant à Anvers, et appuyé par le » seigneur Carleton, ambassadeur du Roi de la Grande-Bretagne, à l'effet de pouvoir publier les » planches ou estampes mentionnées dans la liste fournie par lui, contenant défense de pouvoir » copier celles-ci dans un espace de dix années à venir sous certaines pénalités, il est entendu » que le requérant aura d'abord à présenter à Leurs Seigneuries une épreuve de chaque » planche qu'il se propose de publier, afin que ceci fait et considéré il puisse être statué comme » il appartiendra sur la demande du susdit requérant et la recommandation du susdit seigneur » ambassadeur. » Dodt : *op. cit.*, VII, 69.

[3] « De Staaten Generaal der Vereenigde Nederlanden om goede consideratie Hare Hoog. Mog. » moveerende, hebben verboden en geinterdiceert alle een iegelyk ingezeten van de Voorz. » Vereenigde Nederlanden die zich met het plaetsnyden etsen erneeren, de inventien van » Pieter Rubbens, schilder, hem op houdende tot Antwerpen, in het koper gesneden en nog te » snyden, daarvan hy de prenten aen H. H. Mog. sal hebben vertoont, binnen den tyt van » seven jaren naetesnyden ofte etsen by de pene van de verbeurte van sulcke naegesneden » ofte geëtste prenten en de daerenboven vande somme van eenhondert caroli guldens. » (Archives du Royaume à la Haye : Résolutions des États Généraux.)

*Traduction.* — Les États Généraux des Provinces-Unies, agissant en due considération, ont défendu et interdit à tout habitant des susdites Provinces-Unies gagnant sa subsistance

Informés, comme nous le sommes désormais, de la part importante qui revenait à sir Dudley Carleton dans ce résultat désiré par le grand peintre anversois, nous saisissons le sens de ce passage de sa lettre du 26 mars 1620 à W. Trumbull touchant le tableau commandé par Carleton pour le prince de Galles et dont le prix était contesté : « Je conformeray bien le » mesme que j'ay dict que nonobstant que la peinture estoit de ceste valeur, » que pour les obligations que j'ay à Mons^r l'Ambassadeur que je me con- » tenterai de telle récompense que bonne et juste sembleroyt à Son Excel- » lence sans aucune replicque [1]. »

La dédicace de la *Descente de croix* gravée par Vorsterman, œuvre publiée en 1620, exprime, à son tour, cette reconnaissance si légitime [2] et, mieux renseignés que Mariette [3], nous n'envisagerons pas cette phrase comme un acte de courtoisie banale et qui méritait tout au plus d'être rapporté par Horace Walpole en sa qualité d'Anglais.

Dès le mois d'octobre 1619 Rubens avait obtenu en France un privilége analogue à celui qu'il sollicitait des États de Hollande. Le secrétaire de la ville d'Anvers, Gevartius, avait usé, à cet effet, des bons offices d'un homme qui devait devenir par la suite le correspondant le plus assidu de Rubens : le conseiller Fabri de Peiresc du Parlement d'Aix.

A la date du 25 octobre Peiresc mandait à son ami Gevartius le résultat satisfaisant de ses démarches en faveur de Rubens [4] et la chose parait n'avoir provoqué aucune difficulté.

Il est vrai que le maître anversois ne trouva pas dans le privilége français toutes les garanties désirables.

par le métier de graveur, de contrefaire au burin où à l'eau-forte pendant une période de sept années, les inventions de Pierre Rubens, peintre, résidant à Anvers, et dont il aura soumis les épreuves à leurs Hautes Puissances, sous peine de confiscation desdites estampes et en sus d'une somme de cent florins carolus. (*Document inédit.*)

[1] Sainsbury : *op. cit ;* append. A, III, p. 248.

[2] *Illustrissimo excellentissimo ac prudentissimo Domino D^no Dudleyo Carleton Equiti, Magnæ Britanniæ Regis ad confœderatum provinciarum in Belgio ordines legato, pictoriæ artis egregio admiratori, Petrus Paulus Rubens, gratitudinis et benivolentiæ ergo nuncupat dedicatque.*

[3] *Abecedario,* V, 87 (notes sur Walpole).

[4] Émile Gachet : *Lettres inédites de P.-P. Rubens.* Bruxelles, 1840, p. 1.

Quelques mois plus tard, Rubens faisait à la bibliothèque du roi de France le dépôt de ses estampes et c'est encore une lettre de Peiresc à Gevartius qui nous dit l'admiration excitée par les gravures flamandes : « De si belles » pièces qui sont admirées de par deçà à tous ceux à qui je les ay mons- » trées. »

Rubens pouvait donc revêtir désormais ses estampes de la triple mention : *Cum privilegiis Regis Christianissimi, Principum Belgarum et Ordinum Bataviæ.* — Sur toutes les œuvres où elle figure, elle indique une participation directe du maître et constitue de sa part une véritable approbation donnée au travail du graveur.

Si l'on considère l'ensemble des planches gravées par Soutman d'après Rubens, l'on remarque tout d'abord que les sujets les plus mouvementés sont tombés en partage à l'habile maître de Harlem.

Les grandes *Chasses au Lion, à l'Hippopotame et au Crocodile, au Loup et au Renard, au Sanglier; Sennachérib précipité de cheval par l'ange du Seigneur, la Chute des Réprouvés, l'Enlèvement de Proserpine,* les compositions les plus strapassées, en un mot, de l'illustre Anversois donnent matière à des planches curieuses et d'une décision absolument artistique.

M. Renouvier a reproché à Soutman de compromettre par sa bizarrerie la grandeur du maître [1] et, sans doute, Vorsterman et Pontius doivent être préférés pour le calme et la correction de leur burin. Mais Soutman a un genre très-personnel et les sujets qu'il emprunte à Rubens s'adaptent le mieux du monde à son tempérament. Dessinateur aussi adroit que nerveux, il possède l'art de donner aux grands ensembles une animation, un souffle que l'on ne retrouve à un égal degré que chez Rubens lui-même. La *Chasse au Loup* (B. 21; S. 31-5) fournit matière à un véritable chef-d'œuvre. Procédant par masses lumineuses, le graveur atteint sans effort apparent à une grande vigueur et la finesse de sa pointe précise les contours avec la netteté exigée par le sujet.

[1] Renouvier : *op. cit.*, 2<sup></sup>me partie, p. 119.

Cernés de toute part, les loups font face aux traqueurs :

*Dum vigilat pastor, venator darda minatur* [1].

Un robuste campagnard présente aux dents de l'un des carnassiers le fer de sa pertuisane et les chiens attaquent avec vigueur. De toutes parts arrivent les cavaliers, la trompe retentit, la scène est vraiment ce qu'elle devait être.

L'effet de Soutman est tout entier dans les oppositions : le procédé des aqua-fortistes. La demi-teinte et le reflet lui servent beaucoup moins que la franche lumière et l'ombre et, parfois même, c'est d'un simple trait qu'il les sépare. Nous ne recommandons pas le système, mais il est employé — ne l'oublions pas — par un graveur habile.

Les graveurs d'animaux les plus adroits : Jean Fyt, Pierre Boel ou Jean Le Ducq n'ont pas fait preuve de plus d'adresse que n'en déploie Soutman dans l'exécution de ses animaux et l'analyse révèle même une certaine différence de travail entre les loups représentés dans sa planche et le reste de l'œuvre. L'intervention de Snyders pourrait n'être pas étrangère à ce fait.

Dans les beaux états avant l'adresse de Van Merlen, la planche de Soutman peut figurer parmi les chefs-d'œuvre de la gravure.

Plus vigoureuse, la *Chasse au Lion et à la Lionne* se distingue par des qualités du même ordre. Il y a plus d'action dans ce groupe de quatre cavaliers unissant leurs forces pour combattre les fauves rois du désert. L'un d'eux est culbuté avec son cheval et le lion s'apprête à faire un terrible carnage. Son mufle se contracte dans un affreux rugissement et rien ne peut donner une idée de la sauvage grandeur de ce masque léonin. Soutman atteint le but, cette fois encore. Il fait passer dans sa planche l'énergie saisissante et la majesté de la peinture de Rubens.

Si nous ajoutons à ces deux estampes la *Chasse au Sanglier* et la *Chasse au Crocodile*, la suite ainsi obtenue constituera un ensemble d'une rare beauté.

Nous avons essayé, plus haut, d'expliquer la signification des mots *invenit*, *effigiavit* et *excudit* que le graveur ajoute à son nom.

[1] Inscription de l'estampe.

Soutman eut un copiste adroit mais alourdi de ses chasses en Guillaume de Leeuw, graveur que les biographes disent Anversois et l'élève du maître qu'il copia. La plupart des œuvres de ce praticien, plus proche de Rembrandt que de Rubens, ont été publiées en Hollande.

La *Défaite de Sennachérib* compte parmi les bonnes planches de Soutman. Le graveur lui-même publia cette œuvre qu'il exécuta d'après un dessin que Mariette dit avoir possédé [1] et qui fait actuellement partie du cabinet de l'archiduc Albert d'Autriche. Le tableau est à Munich; la gravure n'en reproduit qu'un fragment.

Le faire de Soutman, dans cette estampe, se rapproche beaucoup du travail de Suyderhoef, son élève. Le cheval qui se cabre est admirablement modelé et le relief est obtenu par un travail de points très-serrés que Vorsterman utilise dans plus d'une de ses planches.

Voorhelm Schneevoogt [2] range dans l'œuvre de Rubens une *Antiope* gravée par un anonyme qui serait Jacques Neefs, d'après certains iconophiles. Une estampe de Soutman démontre que la composition appartient en réalité à Ant. Van Dyck dont le nom y figure tout au long : *Ant. Van Dyck pinxit cum Privil.* La planche, bien qu'elle soit anonyme, est incontestablement de Soutman; elle démontre les rapports intimes qui existaient entre Rubens et lui.

L'*Antiope* de Van Dyck appartenait au grand peintre anversois et figure sous le n° 228 au catalogue des tableaux vendus à sa mortuaire : « *L'histoire d'Antiope et Jupiter transformé en Satyre, du chevalier Van Dyck* [3]. »

Une autre gravure d'après le même peintre : *Le Christ saisi au Jardin des Olives* paraît avoir une signification analogue, car les auteurs rapportent que Van Dyck avait offert à son maître en partant pour l'Italie un tableau de ce sujet.

Rubens attachait, paraît-il, un haut prix à cette toile et se plaisait à en faire ressortir le mérite [4].

[1] *Abecedario,* V, 73.

[2] *Catalogue des estampes gravées d'après P.-P. Rubens.* Harlem, 1873, p. 120, n° 5.

[3] *Spécification des peintures trouvées à la maison mortuaire de feu messire P.-P. Rubens,* chevalier, 1640, p. 11.

[4] Carpenter : Trad. Hymans, p. 14. — La planche est des plus maigres et peut-être une des

Le *Christ en croix* (B. 83; S. 288) doit attirer l'attention au double titre du mérite et de la rareté.

Le parti pris du graveur dans cette reproduction est absolument extraordinaire. Tout le relief des chairs repose sur un pointillé dont il est difficile de saisir l'économie sans le secours de la loupe et lorsque l'on examine la tête dû Sauveur, on reste confondu de la science approfondie du dessin qui s'y révèle. Soutman met une complaisance visible à préciser le déchirement des chairs. Les clous ne traversent point la paume de la main; ils pénètrent entre les os de l'avant-bras, tendant les muscles et soulevant la peau d'une manière effroyable. Le sang coule de ces blessures et inonde le bras.

Soit oubli, soit pour tout autre motif, le graveur a omis la couronne d'épines.

Le ciel obscurci est magistralement rendu à l'aide de la pointe et Rembrandt seul a su joindre tant de force à tant de légèreté.

La belle planche dont il s'agit ne porte pas le nom de Rubens. On y lit pour seule inscription les mots : *Pinxit et P. Soutman excud.* Qu'elle soit aussi de Soutman comme graveur, on n'en peut douter et, plus d'une fois, ses planches parurent encore incomplètes. L'*Enlèvement de Proserpine* ne porte au premier état que le seul nom de Rubens. Celui de Soutman n'est mentionné qu'à l'état suivant tandis que sur la grande *Cène* d'après Léonard de Vinci les mots *P.-P. Rubens* ne viennent remplacer qu'au deuxième état le nom de Soutman.

L'exécution de cette planche importante sous les yeux de Rubens ne peut être douteuse et l'inscription en langue italienne qui l'accompagne le prouverait au besoin : *La Cena stupenda di Lionardo d'Avinci* (sic) *chi moriva nelle braccie di Rè di Francia.*

Le grand peintre flamand a certainement outré son admirable modèle et

premières qui furent exécutées par Soutman pour Rubens. Une certaine réserve nous est commandée, toutefois; nous savons que la *Prise de J.-C.*, du Musée de Madrid, provient de la maison mortuaire de Rubens. La composition diffère de la planche de Soutman. Cette circonstance ne doit pas infirmer totalement notre supposition, car le graveur a pu suivre une esquisse préalable au tableau appartenant à Rubens, esquisse plus tard modifiée.



nous connaissons assez Soutman pour savoir qu'il lui revient une bonne part de l'excès d'expression que l'on reproche à cette œuvre. Et pourtant, ce serait manquer de justice que de méconnaître le développement, en quelque sorte rationnel, de cette composition, sous la main de Rubens et de son graveur.

Pénétré du caractère grandiose de la fresque de Léonard, Rubens souligne l'expression des physionomies, la vigueur du geste et, Soutman aidant, offre à ses contemporains une traduction que l'on peut qualifier de libre, mais qui demeure singulièrement éloquente.

Quiconque n'aura vu la grandiose peinture de Milan qu'à travers la version flamande est assuré de n'en oublier jamais aucun personnage. La crainte, l'indignation, la pitié qui se peignent sur les visages des apôtres, restent gravés dans la mémoire du spectateur bien mieux que par l'irréprochable mais froide précision d'un Raphaël Morghen. Le souvenir des exagérations s'efface et l'esprit même de la conception demeure.

La *Pêche miraculeuse* (B. 47; S. 140), la planche que sir Dudley Carleton offrit sans doute aux membres des États de Hollande, doit être contemporaine de la reproduction de l'œuvre de Léonard de Vinci.

Par l'impression générale, la composition fait songer à la grande *Pêche* que Bolswert exécuta d'après le tableau de Malines. Le mouvement des flots agités a été rendu avec une grande adresse par le graveur, plus vigoureux qu'à l'ordinaire.

La planche parut avec l'*excudit* de Soutman au premier état et l'adresse de Clément de Jonghe n'y fut ajoutée que postérieurement, ce que Schneevoogt a omis d'indiquer.

Après son retour en Hollande Soutman ne modifie pas assez sensiblement ses procédés pour qu'il soit possible de déterminer avec une entière certitude les planches de la fin de sa carrière. Quelques-unes portent des dates et nous le montrent, fort tard encore, en possession de toute son adresse. C'est ainsi que la grande *Chasse au Sanglier* de 1642 (B. 21; S. 31-9) diffère peu, en somme, des planches gravées à Anvers.

Au mois d'octobre 1651, les bourgmestres de Harlem furent appelés à

délibérer sur l'offre que leur fit le graveur de sa grande collection de portraits des comtes de Hollande accompagnée d'un texte de Scriverius [1].

Cette collection avait été publiée l'année précédente en deux éditions, l'une dédiée aux États, l'autre à Philippe d'Espagne [2]. Elle contenait de nombreuses planches d'après Rubens, gravées sur les dessins de Soutman par C. Visscher, J. Suyderhoef, etc.

Jusqu'au déclin de sa carrière l'habile maître reste fidèle à la grande tradition de l'École flamande, et ce n'est pas un de ses titres les moins glorieux d'avoir pu former encore, après Rubens, des interprètes nouveaux de son grand style qui le cèdent à peine en perfection aux collaborateurs du maître.

Soutman mourut en 1657.

[1] Vander Willigen : *op. cit.*, p. 266.

[2] Wussin : *Cornel Visscher; Verzeichniss seiner Kupferstiche.* Leipzig, 1865, p. 265.

## CHAPITRE VI.

**RUBENS, graveur à l'eau-forte. — Planches qu'on lui attribue. — Probabilité de sa collaboration à certaines d'entre elles. — Copies anciennes. — Lettre à Van Veen concernant les procédés de la gravure à l'eau-forte.**

---

On a coutume d'assigner à Rubens un certain nombre d'estampes dont il importe d'examiner le caractère et les procédés au moment d'aborder l'étude des maîtres qui se sont illustrés sous sa conduite.

La plupart des élèves et des collaborateurs du grand peintre : Van Dyck, Jordaens, Snyders, Corneille Schut, Théodore Van Thulden, Abraham van Diepenbeke, Frans Wauters, ont manié la pointe avec un talent qui range leurs œuvres parmi les travaux estimés du genre. Le maître n'essaya-t-il jamais de trouver lui-même dans les ressources du procédé quelques-uns des effets qu'il s'appliquait avec tant de soin à indiquer aux autres? Des auteurs le croient et si leur opinion ne repose sur aucun témoignage matériel, il ne semble pas cependant qu'on doive repousser d'une manière absolue la supposition.

Nous avons à cet égard l'avis d'un iconophile autorisé [1] :

« On assure que Rubens a lui-même exécuté quelques estampes. Cepen-
» dant nous croyons difficile d'admettre que toutes les gravures accompa-
» gnées des signatures uniques : *Rubens fecit, invenit, excudit,* soient effec-
» tivement du maître et si une seule pièce, *Sainte Catherine,* semble pouvoir

[1] G. DUPLESSIS : *Les Merveilles de la gravure*, p. 149.

» lui être attribuée avec quelque vraisemblance parce qu'elle renferme des » qualités de premier ordre, sans briller par une exécution bien particulière, » en bonne conscience, il ne nous paraît pas raisonnable d'assigner la même » origine à aucune autre planche. »

Un fait à noter tout d'abord, c'est que si Rubens a réellement manié la pointe, aucune de ses planches n'a passé aux mains des marchands dans son état primitif, que chaque fois un graveur de profession a été appelé à réparer ce que le maître a pu envisager comme des défauts résultant de son inexpérience du procédé.

La chose en elle-même devrait d'autant moins nous surprendre que l'on a vu dans la plupart des eaux-fortes de Van Dyck la main de Vorsterman, de Pontius et d'autres graveurs intervenir, non sans doute pour donner aux œuvres une plus haute perfection artistique, mais pour y ajouter ce que les Anglais appellent *the finishing touch,* leur faire en un mot une « toilette » exigée par le public ou les éditeurs [1].

Écartant les pièces d'une médiocrité évidente : croquis de têtes, de paysages, etc., supercheries grossières, il subsiste dans les divers catalogues les pièces suivantes que l'on assigne parfois à Rubens :

1. *Saint François d'Assise recevant les stigmates* (B. 9; S. 22).
2. *Sainte Catherine sur les nuages* (B. 15; S. 35).
3. La *Madeleine pénitente* (B. 28; S. 56).
4. *Pastorale où un berger et une bergère se tiennent par la main* (B. 60; S. 117).
5. Effet de lumière : *Un jeune garçon cherche à allumer sa chandelle à celle que porte une vieille femme* (S. 134).
6. Portrait d'homme désigné comme un *Ministre protestant* (B. 86; S. 284).
7. *Parabole de l'Enfant prodigue,* 6 petites pièces (S. 202).
8. *Buste de Sénèque,* vu de face (B. 5; S. 42).

Les supposant réunies, ces pièces constitueraient un ensemble fort

[1] « Il sentait que ces estampes ne sont pas de celles qui plaisent à la foule et que, d'une exécution rude, d'un aspect désordonné, elles s'accordaient mal avec les productions brillantes du burin de Pontius ou de Vorsterman. » WEBER : *op. cit.*, p. 41.

disparate. Aucune pourtant ne peut être qualifiée de médiocre et les bonnes épreuves du *Saint François* et de la *Madeleine* sont des planches absolument remarquables.

Il est possible d'attribuer à ces deux œuvres une origine commune bien que la *Madeleine* soit gravée avec plus de finesse.

Le premier état de l'une et l'autre planche porte, sur une pierre disposée tout exprès à l'avant-plan, *P.-Paul Rubbens,* orthographe que le maître lui-même n'a jamais adoptée.

Le travail un peu froid est incontestablement correct et nous n'hésitons pas à l'attribuer à un élève du grand peintre, de préférence Van Thulden. Au surplus, l'effet est habilement obtenu et ne laisse pas de rappeler un premier essai de Vorsterman dont il sera question plus loin. Le modelé s'obtient par un travail pointillé, plus fréquent chez les peintres que chez les graveurs et que Van Dyck a largement employé dans ses planches.

Plus remarquable est la *Pastorale* (B. 60; S. 117) où un berger et une bergère se tiennent par la main.

Cette estampe est ordinairement attribuée à Jean Thomas d'Ypres, un élève de Rubens; elle se rapproche beaucoup par le type comme par le style des œuvres de Van Dyck.

L'aristocratique bergère rappelle aussi les traits de la ravissante épouse du peintre et, quels que soient les personnages, leur travestissement ne donnera pas, sans doute, le change sur leur qualité. Quoi qu'il en soit, Rubens n'a rien à démêler avec cette planche malgré l'inscription de son nom sur des épreuves des cabinets de Dresde, de Vienne et d'Amsterdam.

Le portrait du *Ministre protestant* (B. 86; S. 284), pour être une fort jolie chose, ne peut émaner que de quelque graveur anglais travaillant dans la manière de Hollar, disons Gaywood. Le nom de Rubens y a été évidemment ajouté après coup.

La *Parabole de l'Enfant prodigue* fut publiée à Amsterdam sous le titre : *De verloren soon, door P.-P. Rubens, tot Amsterdam, by P.-V. d. Berge, in de Calverstraat, in de Groene berg.* La suite a tous les caractères des travaux de Van Thulden à qui l'on est assez généralement d'accord pour l'attribuer.



Il y a aussi des copies en contre-partie de ces fort jolies planches qui n'ont que le tort d'être présentées sous le nom de Rubens.

Les nos 2, 5 et 8 de notre liste méritent un examen plus attentif et, si Rubens a gravé, tolèrent certainement la possibilité de sa participation.

La *Sainte Catherine,* d'abord anonyme, est signée au deuxième état *P.-Paul Rubens fecit* et non « *Rubbens,* » ce qui constitue déjà une présomption d'originalité.

Mariette, qui ne s'avançait pas à la légère, ne rejetait pas l'attribution à Rubens : « C'est luy-mesme qui en a gravé la planche à l'eau-forte » dit-il [1] et l'œuvre a effectivement un grand caractère d'authenticité.

Disons aussi que la figure représentée retrace sans aucune modification essentielle un des panneaux du plafond de l'église des Jésuites d'Anvers comme il est aisé de s'en convaincre par l'examen de ces compositions qui nous ont été conservées par le graveur Punt [2].

Il fallait avoir conçu cette grandiose figure plafonnante pour triompher si complétement des difficultés de son interprétation par la gravure, pour traduire à si peu de frais les intentions du peintre.

La planche ne nous apparait plus dans son état originel, même avant le nom de Rubens, et il en faut chercher les premiers linéaments sous une retouche, d'ailleurs remarquable, où la main de Vorsterman est plus apparente que celle de Bolswert, le graveur que Mariette désignait comme ayant été le collaborateur de Rubens [3]. En y regardant de plus près encore on trouvera des contours quelque peu altérés, des « répentirs » selon le terme consacré.

Bien que la planche fût sans doute meilleure sans les retouches, elle a conservé un jet très-libre et les connaisseurs y feront aisément la part d'une conception grandiose, d'un effet magistralement compris et d'un modelé sans doute trop alourdi pour une œuvre en quelque sorte improvisée.

[1] *Abecedario,* V, p. 108.
[2] *Plafonds et tableaux des galeries de l'église des R. P. Jésuites d'Anvers, dessinés par* J. de Wit *et gravés par* J. Punt. Amsterdam, 1751, pl. 35.
[3] *Abecedario,* V, p. 108.



SÉNÈQUE

(MUSÉE BRITANNIQUE)

A tout prendre, la *Sainte Catherine* est une planche que nous croyons pouvoir qualifier de chef-d'œuvre, quel qu'en puisse être l'auteur.

M. W.-H. Carpenter [1] a le premier fait connaître comme devant être attribuée à Rubens l'eau-forte du *buste de Sénèque* (B. 5; S. 42) dont les épreuves achevées portent le nom du maître avec celui de Luc Vorsterman et le titre *L. Annœus Seneca.*

L'épreuve unique que nous avons obtenu la faveur de reproduire est classée au British Museum dans l'œuvre de Van Dyck. Elle représente, une fois encore, le marbre que l'on sait avoir appartenu à Rubens.

M. Carpenter cite un passage de Richardson où Van Dyck est désigné comme l'auteur de l'eau-forte, à la faveur d'une confusion évidente. Richardson désignait la planche gravée par Van Kessel sur un dessin de Van Dyck dont elle porte le nom. L'eau-forte que nous reproduisons porte même à la plume les mots : *Van Dyck heeft dit geëtst. – is raer.*

« Si c'était à un peintre qu'il fallait nécessairement attribuer cette eau-
» forte, dit M. Duplessis [2] — parlant du *Sénèque* de Londres — et pour
» notre part nous n'avons aucune répugnance à admettre cette opinion —
» ce serait à Rubens que l'on devrait en faire honneur.... N'est-il pas pos-
» sible d'admettre lorsque l'on constate la sûreté de savoir de l'auteur de
» cette planche que le dessin a été tracé à la pointe, sur le cuivre, par le
» maître lui-même? »

Tel est aussi notre avis partagé, du reste, par les iconophiles qui ont été à même de voir l'œuvre dans son état primitif au Musée britannique.

L'intervention de Vorsterman, prouvée cette fois par sa signature, dans les épreuves de la planche terminée, laisse à peine un doute sur sa participation à la *Sainte Catherine* dont la reprise a, d'ailleurs, assez de similitude avec celle du *Sénèque.*

Si nous passons, enfin, à la *Vieille à la chandelle,* nous aurons à rechercher sous une retouche plus approfondie, cette fois, et presque opaque, le tra-

[1] *Op. cit.*, p. 151.
[2] *Eaux-fortes d'Antoine Van Dyck, reproduites par Amand Durand.* Paris, s. d., p. 3. — Cet ouvrage est postérieur aux *Merveilles de la gravure* où n'est point cité le *Sénèque.*

vail primitif de Rubens. Au premier aspect, la part d'intervention du maître se précise difficilement.

Qu'il est l'inventeur du sujet, on n'en saurait douter et le catalogue de ses tableaux [1] désigne au nº 125 « *le Portrait d'une vieille avec un garçon à la nuit* » qui était très-probablement l'original de la gravure. Il existe aussi d'innombrables répétitions de cette donnée dont le prototype serait, aujourd'hui, selon M. Schneevoogt, en Angleterre chez M. Hastings Evelyn [2].

« Mon père, dit Mariette, a toujours ouï dire que cette estampe était
» gravée par Rubens même et je ne vois rien qui doive faire croire le con-
» traire. A l'égard du graveur par qui elle a été terminée au burin, je penche
» plutôt pour Pontius que pour Vorsterman [3]. »

Quelqu'un avait dit à Mariette avoir vu en Hollande une épreuve à l'eau-forte pure et non encore retouchée au burin.

Cette assertion n'a rien d'inadmissible, car l'on trouve dès l'année 1646 — six ans à peine après la mort de Rubens — une copie en contre-partie [4] d'une épreuve non chargée de la retouche au burin, exécutée par le graveur Jacob Stahl qui travaillait à Narva de 1640 à 1660. — Le copiste ajoutait cette mention : *Rigæ in ædibus Mühlmanni.*

Que cette eau-forte n'est point une fantaisie du graveur, exécutée d'après un dessin ou un tableau, on peut l'induire d'une autre planche, non moins rare que la précédente, gravée cette fois dans le sens de l'original, et certainement exécutée d'après un même type avec une perfection plus grande. Un examen très-attentif peut seul révéler des différences légères qui ne permettent pas de croire que l'eau-forte anonyme dont il s'agit, constituerait le travail primitif de la planche attribuée à Rubens.

La tête de la vieille est d'ailleurs gravée avec beaucoup de talent dans

[1] *Op. cit.*, p. 7.

[2] *Catalogue des estampes gravées d'après Rubens*, p. 153. — L'auteur se trompe évidemment en désignant un tableau du Musée de Dresde comme constituant un *duplicata* du sujet représenté dans la gravure.

[3] *Abecedario*, V, p. 130.

[4] La vieille y tient sa chandelle de la main droite.

cette version et pourrait passer pour originale si le surplus ne laissait fort à désirer.

Il faut y regarder de près dans la planche dite de Rubens, pour trouver les linéaments du travail attribué au maître, le burin en ayant recouvert presque toutes les parties.

Une épreuve avant toutes lettres, au cabinet de Paris, porte l'inscription tout entière de la main de Rubens :

*Quis vetet apposito, lumen de lumine tolli.*
*Mille licet capiant, deperit inde nihil.*

Plus bas : *Pet. Paul. Rubenius invenit et excud.*, et à droite : *Cum privilegiis Regis Christianissimi, serenissimæ Infantis et Ordinum confederat.* Une main contemporaine a ajouté sous le nom de Rubens : *P. Pontius fecit,* mots essuyés, toutefois, tandis que l'encre était fraîche.

Cette dernière mention confirmerait les vues de Mariette et, certainement, dans son aspect général, la planche n'a rien qui rappelle Vorsterman.

D'après le privilége il faut assigner à la publication une date antérieure à 1621, car l'octroi émane de l'infante Isabelle seule : *serenissimæ Infantis.* L'archiduc Albert mourut en 1621 et, de son vivant, Rubens emploie la formule *Principum Belgarum.*

Voyant la planche copiée plusieurs fois et, en quelque sorte, au lendemain de la mort de Rubens, il est à peine possible de révoquer en doute son illustre origine.

Nous avons, d'autre part, à l'appui de la supposition que le peintre fit des essais d'eau-forte, un passage de la lettre écrite au mois de juin 1622 à Pierre van Veen, le frère de son ancien maître.

« J'ai appris, écrivait Rubens, que vous auriez trouvé le secret de gra-
» ver sur cuivre sur un fond blanc comme le faisait Elsheimer. Pour
» creuser la planche à l'eau-forte, il couvrait le cuivre d'une pâte blanche;
» puis il gravait avec la pointe jusqu'au métal qui est un peu rougeâtre de
» sa nature et il semblait qu'il dessinât à la pierre rouge sur du papier

» blanc. Je ne me rappelle plus quelle est la composition de cette pâte » blanche, bien qu'il me l'ait confié [1]. »

Rapprochée des estampes que nous venons d'analyser, la lettre de Rubens constitue un indice qu'il est intéressant de recueillir.

Sans doute, mêlées à l'œuvre immense et vigoureux de ses graveurs, les trois planches attribuées au maître ne se signalent à première vue par aucun caractère tranché. Elles ne brillent pas, comme le dit M. Duplessis parlant de la *Sainte Catherine*, par une exécution bien particulière, mais elles suffisent à nous indiquer que Rubens n'est pas le maître désordonné jusqu'à l'incorrection que certains appréciateurs superficiels de son génie prétendraient nous représenter.

Nulle part, mieux que dans les estampes exécutées d'après le grand peintre flamand, cette théorie ne trouve son éloquente réfutation. Rien de mieux précisé que les grisailles et les dessins qu'il offre en modèle à ses graveurs, rien de plus sévère non plus que sa critique dans l'appréciation des planches gravées d'après ses œuvres.

[1] Archives communales d'Anvers. *Pierre-Paul Rubens, Documents et lettres*, par C. Ruelens. Bruxelles, 1877, p. 83. L'auteur assure qu'aucune mention de cette pâte blanche n'est faite dans les traités de gravure. Il a tort; Sébastien Leclerc, dans son édition du *Traité des manières de graver en taille-douce sur l'airain*, d'Abraham Bosse (Paris, 1701, p. 40), donne la « manière de rendre blancs les vernis dur et mol sur la planche. »

## CHAPITRE VII.

LUCAS VORSTERMAN de Bommel en Gueldre. — Il est reçu bourgeois d'Anvers (28 août 1620). — Renseignements de Sandrart concernant son apprentissage. — Sa position près de Rubens. — L'année de sa naissance. — Travaux de jeunesse : la *Passion* de Goltzius; la *Vénus* d'Elsheimer; Portrait d'E. Teeling; *Vierge* d'après Rubens. — Opinion de Rubens sur les planches de son graveur (lettre du 19 juin 1622). — Analyse des travaux exécutés par Vorsterman sous la direction du maître. — Il perd un temps la raison. — Il part pour l'Angleterre. — Planches qu'il exécute dans ce pays. — Séjour en France. — Retour à Anvers. — Relations avec Van Dyck. — Nouvelles œuvres à Anvers. — Séjour probable en Hollande. — Dernières années. — *Inauguration à Gand de Charles II d'Espagne* (1667). — Portraits du maître.

---

Rubens ne perdit pas de temps pour faire usage des priviléges obtenus en France et en Hollande. Neuf estampes de dimensions considérables parurent dès l'année 1620, revêtues de la triple mention prohibitive. Toutes portaient le nom de Lucas Vorsterman.

Bien que l'on ne rencontre point d'épreuves de ces planches avant l'inscription de la date, il est indubitable que l'exécution s'étendit sur un espace de plusieurs années. Si facile qu'il ait le travail, le graveur ne peut triompher que par une application soutenue des difficultés inhérentes à une profession des plus laborieuses. Quoique Vorsterman ait employé l'eau-forte dans plus d'une de ses planches, le burin y joue le rôle essentiel. On doit donc admettre que depuis plusieurs années ses œuvres étaient en préparation lorsqu'elles virent le jour.

Hollandais de naissance, on le trouve admis à la bourgeoisie d'Anvers le 28 août 1620 [1] et, la même année, faisant inscrire à la gilde de St-Luc son élève Adrien Cas [2] resté absolument inconnu.

[1] *Les Liggeren et autres archives historiques de la Gilde anversoise de St-Luc*, I, p. 559, en note.
[2] *Ibid.*, I, p. 559.

En même temps les doyens étaient appelés à prononcer sa propre admission à la maîtrise. Aucune mention d'apprentissage n'accompagne le nom de Vorsterman inscrit tout à la fois comme graveur et comme marchand (*kunstkooper*).

Nous voici donc en présence d'un artiste fait, travaillant aux côtés de Rubens et le secondant avec une adresse qu'un graveur ne peut atteindre qu'après de longues années de pratique.

En dehors de ses œuvres nous ne disposons que d'un nombre restreint de matériaux pour l'histoire d'un des maîtres les plus considérables qui aient illustré l'histoire de la gravure. Nos recherches vont nous permettre cependant de dépasser un peu la somme des renseignements fournis par nos prédécesseurs.

Sandrart [1] et nombre d'écrivains après lui : MM. Nagler [2], Renouvier [3], Henri de Laborde [4] ont fait naître Vorsterman à Anvers, bien que l'assertion soit démentie par le titre même de l'étincelant portrait du maître gravé par Van Dyck. On peut lire au bas du deuxième état de cette planche : *Lucas Vorsterman calcographus Antverpiae in Geldriâ natus,* et l'exactitude de ce renseignement est pleinement confirmée par les termes de l'inscription du graveur sur la liste des bourgeois d'Anvers à la date du 28 août 1620 : « Lucas-Émile Vorsterman, fils d'Émile, natif de Bommel, marchand et » graveur [5]. »

Il est possible, cependant, que l'illustre graveur comptât parmi ses ancêtres des Anversois, car, au XVIe siècle, l'imprimeur Guillaume Vorsterman fut affilié à la corporation de St-Luc et y siégea comme doyen.

Au témoignage de Sandrart l'apprentissage de Vorsterman se fit exclusivement sous la direction de Rubens. « Ayant appris à dessiner, il s'appliqua » sur le conseil de Rubens à la gravure. Il a surtout reproduit les tableaux

[1] *Teutsche Academie der Bau-Bildhauer und Maler-Kunst.* Édition de Nuremberg, 1775, VII, p. 392.

[2] *Neues Allgemeines Kunstler-Lexicon.* München, 1850, XX, p. 540.

[3] *Op. cit.*, p. 119.

[4] *Le Département des estampes à la Bibliothèque nationale.* Paris, 1875.

[5] *Lucas Emilius Vorsterman, Emilius Soone, geboren van Bommel coopman ende Plaetsnyder.* Les Liggeren, etc., I, p. 559, en note.

» de ce maitre.... Son ambition se borna d'abord à faire de longues et belles » tailles; pourtant Rubens lui donna le conseil de s'appliquer davantage à » l'expression et au procédé des peintres, ce qu'il fit, et par l'exacte obser- » vation des lumières, des ombres, des reflets et des demi-teintes il en » arriva à produire des figures bien modelées et à atteindre un effet qui se » rapproche beaucoup de la manière de Rubens [1]. »

Si l'on considère que l'auteur de cette notice était né en 1606, qu'il avait connu Rubens, qu'il était lui-même artiste et avait travaillé en cette qualité à Londres pour le roi Charles I^er^, à une époque où Vorsterman se trouvait également en Angleterre, son témoignage mérite d'être sérieusement considéré.

La désignation fautive du lieu de naissance ne doit pas infirmer la vraisemblance du récit de Sandrart. N'était-il pas naturel, en effet, de voir désigner par un étranger, écrivant en pays étranger, comme originaire d'une ville célèbre dans les arts, un maître récemment admis à la bourgeoisie dans cette ville et qui s'y était fait connaître par de premiers et remarquables travaux ?

La durée rationnelle de l'élaboration des planches de Vorsterman permet à peine de douter qu'un assez long séjour à Anvers n'eût précédé son admission à la gilde de S^t^-Luc. S'il fallait admettre comme précise l'assertion de la plupart des auteurs en ce qui concerne l'époque de sa naissance [2], il aurait eu quarante, voire même quarante-deux ans, quand parurent ses premiers travaux. Il serait donc venu de Hollande possédant l'ensemble des ressources de l'art qu'il devait illustrer sous le plus grand des maîtres flamands, et pourtant on cherche en vain les travaux de ses jeunes années.

On ne débute pas, sans doute, par les œuvres si parfaites qu'il publie toutes ensemble en 1620.

Croira-t-on, d'autre part, que Vorsterman se fût formé complétement dans l'atelier de Rubens et que son inscription à la gilde de S^t^-Luc, à la veille de

[1] *Loc. cit.*

[2] Verachter et Terbruggen : *Histoire de la gravure d'Anvers*. Anvers, 1874-1875, p. 153; de Laborde : *op. cit.*; Émeric David; *id.*; Ruelens, *id.*; Nagler, *id.*; A. Michiels : *Peinture flamande*, VIII, p. 374.

la publication de ses planches, n'eût d'autre motif que de l'autoriser à se livrer au commerce des estampes? Cette dernière hypothèse n'est pas à rejeter complétement. Rubens faisait prendre, en quelque sorte, une patente de marchand à un graveur qu'il chargeait d'écouler les planches exécutées sous sa direction, à ses frais, et en faveur desquelles il avait lui-même demandé et obtenu des priviléges.

Un de nos collègues, dans un livre déjà cité [1], pense qu'il faut chercher les premières planches de Vorsterman dans l'*Iconographie* de Van Dyck. « Avant de commencer la grande entreprise de faire graver ses œuvres, dit » l'auteur, il est probable que Rubens soumit Vorsterman à quelque » apprentissage. C'est à cette époque de fondation qu'il faut rapporter peut-» être quelques copies de portraits d'après Rubens, notamment quelques-» uns de ceux qui figurent dans le recueil de Van Dyck. »

L'assertion est absolument inadmissible. Non-seulement la célèbre suite des portraits de Van Dyck ne contient pas d'effigies gravées d'après Rubens, mais l'importance des œuvres exécutées par Vorsterman d'après le grand peintre ne permet pas de douter que les neuf estampes, datées de 1620, occupèrent le graveur pendant plusieurs années, et ce serait donc en 1617 — peut-être antérieurement — qu'auraient été gravés des portraits appelés à figurer dans une suite dont les premières planches n'ont pu voir le jour qu'en 1630 au plus tôt [2].

Ce ne sont pas, du reste, des œuvres imparfaites de jeunesse que Vorsterman insère dans l'*Iconographie* de Van Dyck, mais des planches dont Evelyn a pu dire qu'elles inaugurent un genre nouveau et le cèdent à peine en suavité à des miniatures [3].

Mais ces commentaires deviennent bien superflus en présence d'un fait positif. Vorsterman ne vit point le jour en 1578 ou en 1580 comme tous

[1] Ruelens : *Pierre-Paul Rubens, Documents et lettres.* Bruxelles, 1877, p. 88.

[2] D'après tous les biographes Van Dyck ne commença qu'en 1626 la suite des portraits qui forment son *Iconographie.* Voy. Herman Weber : *Catalogue des Estampes anciennes*, etc. Bonn, 1852, p. 39 ; Duplessis : *Eaux-fortes d'Ant. Van Dyck*, p. 5. Wibiral : *L'iconographie d'Antoine Van Dyck.* Leipzig, 1877, p. 9.

[3] Evelyn : *Sculptura or the history and art of chalcography.* London, 1662 (2de édition, 1755), p. 73.

les biographes l'avancent, mais seulement en 1595 et l'on se trouve dès lors, en 1620, en présence d'un artiste à peine âgé de *vingt-cinq* ans et dont les années d'apprentissage vont être considérablement rapprochées de la date de ses débuts présumés.

Au mois de janvier 1635 le célèbre graveur, étant appelé à déposer comme témoin dans un procès en usurpation de privilége intenté par J.-B. Barbé à Nicolas Lauwers et dont il sera question plus loin, se déclarait âgé de *quarante* ans [1].

Cette déclaration vient expliquer, en partie, l'absence de notoriété des œuvres de l'artiste, soit à Anvers, soit en Hollande même, avant l'époque où nous le trouvons associé aux travaux de Rubens.

Il résulte aussi d'un passage de la lettre de l'auteur de la *Descente de croix* citée plus haut [2] qu'au mois de juin 1622 Vorsterman était depuis plus de *trois ans* payé de la gravure du *Combat des Amazones,* planche « pour ainsi dire terminée » à la date de la lettre.

Si l'on considère l'importance de cette œuvre qui ne mesure pas moins de 1 mètre 20 centimètres de large, il avait sans nul doute fallu un temps bien long pour amener à sa fin ce travail considérable, et l'on voit ainsi se confirmer la supposition que l'habile graveur peut avoir travaillé pour Rubens dès 1617 peut-être antérieurement.

On a coutume de dire que Vorsterman débuta par la peinture; nous avons vainement cherché une œuvre ou un document qui vînt à l'appui de cette assertion [3], exclusivement basée, sans doute, sur le sentiment extraordinaire du coloris qui se manifeste dans les travaux de l'éminent graveur. De son vivant, même, le surnom de « peintre du burin » lui était attribué [4]. Aucune galerie ne montre de sa main des œuvres peintes et il a pu figurer simplement parmi ces « élèves » non mentionnés de Rubens que le peintre appelait si fréquemment à reproduire et à esquisser ses tableaux.

[1] La déposition de Vorsterman est publiée au tome IV, page 467 du *Bulletin des archives d'Anvers.*

[2] Voir ci-dessus p. 83.

[3] NAGLER : *op. cit.*, XX, p. 540.

[4] SANDRART : *op. cit.*, VII, p. 392.

Il y eut, à la vérité, un peintre Vorsterman, mais on peut d'autant moins confondre cet artiste avec le graveur du même nom, que celui-ci se chargea d'exécuter une planche d'après une toile de son homonyme : O. Vorsterman, représentant un cavalier coiffé d'une toque à plumes jouant de la flûte, planche portant une inscription commençant par les mots :

*Veel hebben vermaek, op dit of dat te speelen.* La planche n'est pas, du reste, des meilleures du graveur.

Bien peu d'œuvres viennent révéler chez Vorsterman l'amour des longues et belles tailles signalé par Sandrart. A une époque qu'il ne nous est pas possible de préciser, mais sans doute à ses débuts, on le trouve copiant Goltzius comme le démontre une suite de la *Passion* de cet auteur (B. 27-38), gravée en contre-partie des originaux et où le nom de Vorsterman figure à la première planche [1]. La reproduction est des plus trompeuses.

Il est permis encore d'envisager comme datant de la jeunesse du maître une petite *Vénus* d'après Elsheimer [2], estampe traitée dans la manière ancienne à tailles assez espacées. La pièce est très-petite et mesure 155 millimètres sur 110. Elle n'accuse chez son auteur aucune tendance bien prononcée et n'annonce certes pas le maître éminent que l'on saluera bientôt en Vorsterman.

Très-supérieur et très-intéressant, mais nullement révélateur, est le portrait d'Eewoud Teeling, trésorier-général de Zélande. Impossible de croire, en effet, que cette planche ait précédé de longtemps les œuvres plus connues de l'auteur.

Teeling avait vu le jour en 1570 et l'inscription de la planche lui donne sa cinquantième année [3].

Une personnalité plus franche se révèle dans la petite estampe, rare surtout au premier état et gravée, cette fois, d'après Rubens : *La Vierge adorant l'enfant Jésus, couché dans son berceau.* Cette pièce est probable-

[1] Bartsch : *Peintre-graveur*, III, p. 22. Cette suite existe bien réellement; nous l'avons vue à la bibliothèque du Palais Corsini à Rome.

[2] Épreuve du cabinet de Paris.

[3] *Evaldus Teelingius D. J. et ordinum Zeelandiæ tribunus Ærary Generalis anno ætat.* 50. Cabinet d'Amsterdam.




Dormit in extructo SOBOLES ſecura grabato; Quippe times, audis ne clam repetatur ab ASTRIS:
Tu tamen excubias anxia MATER agis. Te VIGILI, ASTRA tuus iam ſua NATVS habet.

LA VIERGE ET L'ENFANT JESUS

( L. VORSTERMAN )

CABINET DE BRUXELLES

ment la première gravée par Vorsterman d'après son maître et l'épreuve, avant les surcharges successives des éditeurs, se caractérise par un curieux mélange des systèmes de l'École anversoise avec la souplesse de burin propre au graveur.

L'estampe citée par Basan et Schneevoogt dans leurs catalogues de l'œuvre de Rubens [1] a été incorrectement décrite par ces auteurs.

Le nom seul du maître apparaît au premier état, écrit sur le bord du berceau où repose l'enfant Jésus : *Pet. Pauli Rubens pinxit.* Le nom de Vorsterman n'intervient qu'au deuxième état.

Bien que la planche dans cet état accuse un tirage avancé, elle n'a reçu que de faibles retouches. Le fond est chargé de tailles horizontales; les contre-tailles n'existent que vers le bord de la planche. Les chairs sont parcimonieusement ombrées.

A l'état suivant la planche paraît sous l'adresse de Corneille Galle [2]. Le fond a été retravaillé; les chairs sont chargées d'un pointillé destiné à leur donner plus de relief mais qui alourdit la planche.

Au quatrième état, enfin, l'adresse de Galle a disparu et la planche est boueuse.

Il nous a paru nécessaire d'entrer dans ces détails, M. Schneevoogt ayant cru pouvoir considérer comme premier état la planche revêtue de l'adresse de Corneille Galle et comme troisième, celle publiée avec le nom de Meyssens, d'un travail moins avancé cependant. Ni Schneevoogt ni Basan ne paraissent avoir connu d'état antérieur au nom du graveur.

Bien que Rubens soit désigné sur la petite estampe dont il est ici question comme le peintre de l'œuvre, encore conservée à Bruxelles, dans l'église S^t^-Nicolas, Vorsterman eut pour modèle un remarquable dessin à la plume qu'il ne fit, pour ainsi dire, que copier textuellement, ainsi qu'on put le constater à l'exposition organisée par l'Académie d'archéologie de Belgique lors du troisième centenaire de la naissance de Rubens [3]. Le tableau

[1] B. 25; S. 54.
[2] Corneille Galle, le jeune sans doute.
[3] L'Œuvre de P.-P. Rubens : *Catalogue de l'Exposition*, etc. Anvers, 1877, p. 201, n° 1.

lui-même servit plus tard de modèle à une très-médiocre eau-forte de Spruyt (S. 55) publiée sous le titre de *Mater amabilis.*

Vorsterman s'est particulièrement appliqué dans son estampe à préciser les contours et ce premier travail a été obtenu par l'emploi de l'eau-forte. Il l'a été avec beaucoup de délicatesse et, à plus d'un endroit, la silhouette a à peine marqué, comme le démontrent l'avant-bras et la main de l'enfant Jésus. Plus tard ce contour est renforcé et la dureté du trait se trouve amortie par un très-léger travail de points, système que nous avons signalé dans le *Saint François* et la *Madeleine,* attribués à Rubens. Le burin vient alors indiquer les ombres et raffermir le modelé avec cette science de la lumière dans laquelle Vorsterman est resté, pour ainsi dire, sans rival parmi les graveurs.

L'inscription en quatre vers, placée au bas de l'estampe, est ainsi conçue :

*Dormit in extructo Soboles secura grabato;*
*Tu tamen excubïas anxia Mater agis.*
*Quippe times, audis ne clam repetatur ab Astris*
*Te Vigili, Astra tuus jam sua Natus habet.*

La forme des caractères, encadrés d'un double filet, contribue pour sa part à rattacher l'œuvre à l'école primitive. Enfin, l'absence du nom de Vorsterman comme éditeur, achève de démontrer que la planche a précédé l'inscription de son auteur parmi les marchands anversois. Le nom de Meyssens dut nécessairement y être inscrit fort longtemps après l'exécution.

Quoique l'estampe que nous venons de décrire ne puisse être rangée parmi les gravures de peintres, elle se classe par le mélange de l'eau-forte et du burin, dans une nouvelle catégorie de travaux et se rattache à ces œuvres que l'on voit se produire d'abord dans l'École flamande sous l'inspiration de Rubens.

S'il devait appartenir aux burinistes superbes de l'École anversoise d'opérer dans la gravure une véritable révolution, de tremper, comme on l'a dit, leur burin à la palette de Rubens, l'étude même de cette transformation expose clairement la part de ce génie tout-puissant dans les manifesta-

tions de son école de graveurs. Il ne pouvait incomber à des interprètes ordinaires d'associer à la fidélité matérielle et obligée des reproductions, l'initiative des effets si extraordinairement réalisés dans des ensembles où la perfection du procédé n'est plus qu'une qualité accessoire.

Mariette, on le sait, attribuait à Rubens seul les hautes qualités d'effet des reproductions de ses œuvres. « Son expérience et sa grande intelligence lui » avaient appris, dit-il, que les tons qui sont produits par l'assemblage des » différentes couleurs qu'un peintre habile emploie dans ses tableaux ne » pourraient, étant imités et rendus par le graveur, que produire des dissonances dont on ne pourrait se garantir qu'en prenant *un parti différent* et » qui ne pourrait être bien senti que par le maître même et encore fallait-il » qu'il fût aussi versé que l'était Rubens dans la science du clair-obscur pour » l'exécuter avec succès [1]. »

Quoique l'exactitude des vues de l'auteur soit confirmée en partie par les nombreux et admirables dessins exécutés par Rubens, ou sous ses yeux, en vue de ses estampes, l'existence même de ces dessins ne pourrait suffire à expliquer la perfection des planches, si l'on ne faisait aussi la part des procédés de reproduction employés.

En étudiant de près Vorsterman, il est impossible de méconnaître que ses combinaisons pittoresques ne sont puisées absolument dans les habitudes d'aucun de ses précurseurs. S'il ne rejette par système le résultat d'aucune expérience acquise — on l'a vu copiste de Goltzius — il conserve un fonds d'indépendance auquel il doit son grand style bien qu'on ait pu dire que les graveurs n'ont point de style [2].

Moins brillant peut-être, mais plus moelleux que Pontius ou S. à Bolswert, moins habile techniquement — moins sûr, partant, de la réussite, — il arrive souvent aussi à un charme d'effet et d'expression que ni l'un ni l'autre n'atteignent. Moins audacieux, d'autre part, que Soutman, il ne lui déplaît point de recourir parfois aux pratiques de ce maître habile et l'étude de ses propres travaux ne fut, sans doute, pas étrangère à la formation de Suyderhoef le plus original des élèves du maître de Harlem.

[1] *Abecedario*, V, p. 69.
[2] Emeric David : *op. cit.*, p. 58.

Chez l'un comme chez l'autre l'eau-forte est souvent utilisée dans une large mesure et, si l'on considère la distribution de lumière et d'ombre de Vorsterman, sa place sera marquée à mi-chemin des peintres-graveurs et des burinistes. S'il a toute la légèreté des uns, il a toute la puissance des autres.

La lettre que nous avons rappelée plus haut et que Rubens écrivait à Pierre Van Veen fournit des renseignements du plus haut intérêt sur la succession des estampes de Vorsterman et ses relations avec le maître.

« J'ai tardé longtemps à vous répondre, écrit Rubens, le 19 juin 1622, » à cause de certains empêchements de voyage et d'autres et je vois main- » tenant quelles sont celles de mes gravures qui vous manquent. Je suis au » regret de devoir vous dire qu'elles sont en petit nombre : depuis quel- » ques années nous n'avons presque rien fait par suite de l'égarement » (*disviamento*) de mon graveur [1]. Néanmoins, si peu nombreuses qu'elles » soient, je vous les enverrai bien volontiers.

» Ce sont : un *Saint François recevant les stigmates;* cette planche a été » gravée un peu rudement : c'était un premier essai; le *Retour d'Égypte* » *de la Vierge et de l'enfant Jésus,* une petite *Madone embrassant l'enfant* » *Jésus;* cette planche me semble bonne; une *Suzanne* que je compte » parmi les meilleures; une grande estampe de la *Chute de Lucifer,* qui » n'a pas mal réussi; *Loth, sa femme et ses filles quittant la ville de Sodome,* » planche exécutée à l'époque où le graveur devint mon aide (*da principio* » *qu'egli venne astante mio*). J'ai encore une *Bataille des Amazones* en six » feuilles, il leur manque encore quelques jours de travail, mais je ne puis » les arracher des mains de cet homme, bien que la gravure soit payée » depuis trois ans. Je voudrais pouvoir vous l'envoyer avec les autres, mais » il y a peu d'apparence que je puisse le faire de si tôt [2].

[1] Nous donnons plus loin le sens de cette phrase.

[2] Cette lettre dont l'original en italien repose à la Bibliothèque d'Anvers faisait autrefois partie du cabinet de M. Terbruggen qui la résumait dans son catalogue : VERACHTER et TERBRUGGEN : *Histoire de la gravure d'Anvers.* Anvers, 1867, p. 129. — M. RUELENS en a publié le texte intégral avec un commentaire dans son livre *Pierre-Paul Rubens : Documents et lettres.* Bruxelles, 1877, p. 83.

» J'ai encore publié — ajoute le maître — un livre d'architecture des » plus beaux palais de Gênes en soixante-dix feuilles environ, avec les » plans ; je ne sais si cela vous fera plaisir. Je serais charmé d'avoir votre » avis là-dessus..... »

Pour un motif quelconque les estampes exécutées par Vorsterman avaient été adressées assez irrégulièrement à Pierre Van Veen qui, sans doute, était déjà en possession de la grande *Adoration des Mages* de 1621, de la *Descente de croix*, datée de 1620, mais dont l'exécution dut être postérieure à d'autres planches que le peintre désigne comme produites au début du séjour de son graveur chez lui. De ce nombre seraient le *Saint François* (B. 11 ; S. 26) et la *Fuite de Loth* (B. 3 ; S. 9).

Une très-belle *Adoration des Bergers* (B. 6; S. 28) avait paru la même année 1620 avec une dédicace de Rubens à Pierre Van Veen lui-même, conçue dans les termes les plus affectueux.

Il a pu se faire que les planches ne furent pas éditées dans leur ordre de production et que la *Descente de croix*, par exemple, ait été des premières à recevoir la publicité, bien qu'elle eût été précédée dans les travaux du graveur par le *Saint François* et la *Fuite de Loth*.

La *Descente de croix* (B. 99; S. 342) est une des planches les plus parfaites de Vorsterman et, dans l'expression de sa gratitude envers sir Dudley Carleton, Rubens eut comme la prescience de la célébrité de l'œuvre à laquelle il attachait le nom du diplomate [1].

Mariette, qui a loué, comme il méritait de l'être, l'auteur de cette belle gravure commettait l'erreur de croire que celle-ci ne vit le jour qu'en 1627 « l'année où Rubens fit la connaissance de milord Carleton [2]. »

Le lecteur connaît les circonstances qui motivèrent l'hommage et il est donc inutile d'insister sur la méprise du célèbre iconographe français.

Schneevoogt a trouvé jusqu'à vingt-cinq reproductions de la *Descente de croix* dignes d'être citées dans son catalogue et s'il fallait réunir toutes les versions de cette œuvre incomparable produites par tous les procédés pos-

[1] Nous avons donné page 70 le texte de cette dédicace.
[2] *Abecedario*, V, p. 87.

sibles il y en aurait des centaines, peut-être des milliers. L'estampe de Vorsterman demeure sans rivale et, en dehors même du génie de son auteur, la perfection du travail s'explique par le soin que Rubens a pris d'en surveiller l'exécution.

Le Louvre possède un admirable dessin grand comme l'estampe et en sens inverse — c'est-à-dire dans la direction du tableau, — œuvre attribuée à Rubens qui, dans tous les cas, en a magistralement précisé l'effet. C'est ce dessin que Vorsterman a pris pour guide. Il en a profité avec une intelligence incomparable et tout ce que le tableau renferme d'harmonie, de force, de grandeur et de noblesse a passé dans la planche qui date de sa meilleure époque.

C'est particulièrement dans le modelé que Vorsterman est incomparable. Pas un contour dont la dureté ne soit amortie, pas une opposition dont le passage n'ait été prévu. La gravure a rarement atteint de plus près la perfection.

Sans doute, il faut juger cette admirable estampe dans ses bonnes épreuves. On y constate alors toute la simplicité d'un travail dont l'étonnante adresse se dissimule sous la franchise des effets.

La planche de Vorsterman passa plus tard aux mains de Van Merlen qui en donna de médiocres tirages et, à son dernier degré d'usure, il se trouva encore un marchand qui ne se fit pas scrupule de l'exploiter sous une forme nouvelle.

En 1805 l'éditeur Maaskamp à Amsterdam fit paraître une manière-noire de Hodges obtenue *sur la planche même* de l'illustre graveur de Rubens. Un examen attentif de l'estampe en question révélera sous le travail du berceau les anciens linéaments et même le nom et l'*excudit* de Vorsterman [1]. Les auteurs ne signalent pas cet état de la planche, bien que la manière-noire de Hodges soit assez connue.

Il existe de rares épreuves de la *Descente de croix* avant toute inscription et l'on en connaît aussi des contre-épreuves non moins rares et qu'il importe

[1] La planche porte pour titre : *De Afnenring van het Kruis ;* c'est le n° 343 bis du catalogue Schneevoogt.



de ne point négliger dans l'œuvre de Rubens, car le maître s'est ordinairement servi pour ses retouches de ces décalques qui lui donnaient la facilité d'une disposition conforme à celle des tableaux.

Les planches gravées par Vorsterman d'après Rubens ne parurent pas toutes avec la mention des priviléges étrangers du maître.

Parmi les œuvres approfondies nous trouvons le *Job tourmenté par les démons* (B. 7; S. 17), planche uniquement signée *L. Vorsterman excud. cum privileg.* Elle ne peut avoir précédé de loin les travaux plus considérables datés de 1620, car sa place est déjà marquée parmi les bons travaux du graveur. Schneevoogt assure que ce tableau qui ornait l'église S^t-Nicolas à Bruxelles périt dans le bombardement de 1695 [1]. Il en existe une réduction au Louvre dans la collection Lacaze [2].

L'épisode de la vie de Job, que Vorsterman a gravé, ne formait qu'un des volets du tableau de l'autel des menuisiers de l'église S^t-Nicolas. On y voyait Job assis sur le fumier et visité par ses amis [3].

Une autre estampe de Vorsterman : *La Madeleine foulant aux pieds ses richesses* parut de même avec la simple mention *L. Vorsterman exc. cum privileg.* Elle se classe comme contemporaine de la précédente. L'œuvre originale conservée au Musée de Vienne figurait sans doute parmi les tableaux vendus à la mort de Rubens, à en juger par cette mention du catalogue : n° 85, une *Magdeleine figure entière.*

Nous classerons encore parmi les pièces exécutées par Vorsterman sous la direction de Rubens, antérieurement à l'entrée en possession de ses priviléges étrangers, *Le combat de paysans* d'après Pierre Breughel (B. 59; S. 124).

« C'est une opinion assez généralement admise aux Pays-Bas, dit Mariette [4], » que le combat entre des paysans ivres dont on a une très-belle estampe » gravée par Vorsterman, d'après le vieux Breughel et dédiée par ce graveur

[1] *Op. cit.*, p. 3.

[2] N° 107 du catalogue.

[3] Ce panneau central a été gravé par Krafft avec une dédicace au sculpteur Bergé, directeur de l'Académie de Bruxelles (B. 9; S. 21). Voy. aussi Mols : *État des tableaux de P.-P. Rubens existant en Allemagne, en Angleterre, en France, en Espagne,* etc., 1775, t. II, p. 457. Bibliothèque de Bruxelles, MSS. 5735.

[4] *Abecedario,* V, p. 157.

» à Jean Breughel, fils de ce peintre, a été gravé sous la conduite de Rubens
» et que c'est luy qui y a mis la belle intelligence de clair-obscur, qui lui fait
» faire tant d'effet. Pour moi je n'en doute point et me range d'autant plus
» volontiers à cet avis que je ne vois que Rubens seul capable d'avoir si
» bien guidé le graveur lequel, tout habile qu'il était, n'aurait pu imaginer
» les effets de lumière qui sont dans son estampe et qui n'étaient sûrement
» pas dans le tableau. On sait jusqu'où allait à cet égard la science du vieux
» Breughel. »

En ce qui concerne cette dernière opinion, Mariette, comme tous ses contemporains, se laissait entraîner par l'amour du style noble. Breughel était un coloriste des plus sérieux, et pour l'ordonnance de la composition que Vorsterman a gravée, elle ne manque nullement de grandeur nonobstant la trivialité du sujet. L'œuvre originale que l'on voit au Musée de Dresde [1] a des qualités de tout premier ordre.

La supposition de Mariette se trouve confirmée par une mention du livret des tableaux trouvés à la mortuaire de Rubens, n° 143 : « *Des paysans qui se battent,* fait après un dessin du vieux Breughel [2]. »

L'estampe de Vorsterman, dont le Cabinet de Paris n'a pas dédaigné d'exposer un exemplaire parmi ses chefs-d'œuvre, est dédiée à Jean Breughel, fils du peintre : *Clariss. Præstantissimoq. Viro Dño Joanni Breugelio, Petri Breugelii sui temporis Appelis filio, paternæ artis hæredi ex asse, hoc patriæ manus monumentum artificiosissimum L. M. Q. DD. Lucas Vorsterman excud. cum privil.*

Jean Breughel mourut le 13 janvier 1625. A cette date Vorsterman n'était plus à Anvers et Rubens nous a appris lui-même qu'en 1622 le graveur avait cessé depuis un certain temps déjà de travailler pour lui.

Le *Combat des paysans* diffère assez notablement des planches exécutées d'après Rubens, et l'eau-forte y tient une place considérable. Elle est vigoureuse pourtant et rappelle, sous plus d'un rapport, la manière de Suyderhoef. Vorsterman y donne une preuve incontestable de son habileté à traiter plus d'un genre.

[1] Au Belvédère, à Vienne, une copie donnée à Van Valkenburg, n° 722.
[2] Le même catalogue contient en outre *douze* toiles originales du vieux Breughel.

Citons, encore, avant d'aborder l'examen des planches datées, les profils de Cosme et de Laurent de Médicis dessinés par Rubens d'après les célèbres médailles florentines (B. 43-44; S. 226-227), le médaillon de Léon X vu de trois quarts, peut-être inspiré du portrait de Raphaël (B. 45; S. 228), enfin le profil de Giacomo Sforza qui resta inachevé et ne porte aucun nom de graveur.

Ces pièces furent, sans doute, destinées à un ouvrage que nous n'avons pas eu l'occasion de rencontrer.

Dans l'ordre des sujets, les neuf estampes publiées par Vorsterman sous la date de 1620, sont les suivantes :

1° *Loth, sa femme et ses filles sortant de Sodome* (B. 3; S. 9), planche dédiée par Rubens à Jean Brandt, son beau-père : *Eruditione et probitate Cl^mo V. D. Joanni Brantio Lc^to urbi Antverpiensi ab actis socero amantissimo, Petrus Paulus Rubens gener, observantiæ ergo DD.*

Cette planche exécutée par Vorsterman, au début de ses relations avec Rubens, compte parmi les plus belles de son burin. Le travail en est simple et nullement poussé à l'effet. Il est, en même temps, d'une remarquable correction de ligne et l'énergie du trait y est surprenante. Le Louvre possède un très-remarquable dessin que le graveur a suivi dans les moindres détails et qu'il est difficile de croire de Rubens, à cause même de la minutie de l'exécution.

2° *Suzanne surprise par les vieillards* (B. 33; S. 84).

Rubens, comme on l'a vu, comptait cette estampe parmi les meilleures de Vorsterman, et ce jugement favorable ne se fondait pas seulement sur la fidélité du graveur à rendre sa manière, mais sur les qualités intrinsèques de l'œuvre.

Le modelé y est beaucoup plus approfondi que dans le travail précédent, et l'œuvre de Vorsterman, si riche en planches remarquables, n'en contient pas de plus parfaite. « L'on ne saurait assez admirer l'intelligence qui se trouve dans cette estampe, » dit Mariette [1].

En portant la *Suzanne* sur la liste des tableaux qu'il offrait à sir Dudley

[1] *Abecedario*, V, p. 74.





Carleton au mois d'avril 1618, Rubens désignait la toile comme exécutée par un de ses élèves mais retouchée par lui-même [1]. Dans sa lettre du 20 mai il annonce qu'il termine la retouche [2], à quoi sir Dudley répond [3] : « La *Suzanne* devrait être belle à rendre amoureux même les vieillards. » Quant à la chasteté de son maintien, il ne faut point que ma délicatesse » s'alarme devant l'œuvre d'un homme de votre prudence et de votre dis- » crétion. »

L'attente du seigneur anglais ne fut pas trompée. Suzanne est non moins pudique dans son maintien que gracieuse et belle, et Rubens, qui a traité plusieurs fois le sujet, n'a pas été plus heureux que dans cette composition.

L'estampe de Vorsterman fut dédiée à M^lle^ Roemer Visschers et dans les mêmes termes employés une première fois pour la dédicace d'une planche de Michel Lasne :

« *Lectissimæ Virgini Annæ Roemer Visschers, illustriæ Bataviæ Syderi multarum artium peritissimæ, Poetices vero studio, supra sexum celebri, rarum hoc pudicitiæ exemplar Petrus Paulus Rubens L. M. DD.* »

Pourquoi cette nouvelle dédicace ? Nous l'ignorons. Le sujet, si étrange qu'en paraisse le choix pour une œuvre destinée à passer sous les regards d'une femme, s'expliquera sans peine si l'on se rappelle qu'Anna Roemer avait renoncé au mariage pour soigner son vieux père. Aussi les poëtes l'ont-ils chantée comme un modèle de piété filiale. Vondel et Cats ont célébré ses rares talents; Huyghens l'appelle la *Sapho hollandaise* [4]. Elle était catholique, et comme le suppose — sans doute avec raison — M. Ruelens [5], elle eut à jouer un rôle dans les négociations auxquelles Rubens fut mêlé pour faire rentrer les Provinces-Unies sous le sceptre du roi d'Espagne.

A l'époque où Rubens lui dédia sa planche, Anne Visschers avait dépassé

[1] CARPENTER, trad. HYMANS, p. 175.
[2] *Ibidem*, p. 185.
[3] *Ibidem*, p. 194.
[4] VAN DER AA : *Biographisch Woordenboek der Nederlanden*, XIX (1876), p. 240.
[5] *Op. cit.*, p. 94.

la trentaine, étant née en 1584. Elle se maria après 1623 et eut deux fils dont elle confia l'éducation aux Pères Jésuites de Bruxelles.

3° *Adoration des bergers* (B. 5; S. 23), planche en hauteur dédiée à Pierre Pecquius, chancelier du Brabant.

Ce jurisconsulte reçut pour mission en 1621 d'entamer à La Haye des négociations dans le sens des révélations de la dame de T'Serclaes [1]. La première lettre diplomatique que l'on possède jusqu'ici de Rubens lui est adressée [2].

L'estampe, dont le dessin préalable existe au Louvre, est exécutée avec soin, mais ne saurait compter parmi les plus belles de Vorsterman. Elle a pour défaut de manquer d'accent et de variété dans la taille. C'est une de ces planches dont Renouvier eût dit[3] qu'elles portent trop loin la perfection du burin pour plaire à qui recherche des types. Ragot en a donné une copie en contre-partie d'une étonnante fidélité (S. 24).

4° *Adoration des bergers,* planche en largeur (B. 6; S. 28). Composition charmante et gravure d'un haut mérite, dédiée à Pierre Van Veen.

Le tableau avait été peint par Rubens pour l'église des PP. Dominicains d'Anvers. La Vierge y découvre l'enfant Jésus, couché dans la mangeoire, aux regards des pasteurs qui s'approchent respectueusement. Rien de plus gracieux que le geste de Marie, de plus ravissant que le profil de son fils.

Comme manière, l'estampe se rapproche de la *Fuite de Loth.* L'opposition y est vigoureusement accentuée et le trait d'une grande correction.

La planche doit être classée parmi les premières de Vorsterman. Elle fut plusieurs fois copiée en Belgique et en Hollande. Corneille Galle le jeune la reproduisit en contre-partie avec plus de conscience que d'intelligence, et J.-C. Visscher (sans doute au mépris des priviléges de Rubens et après la rupture de la trêve) en donna une nouvelle version très-légèrement amplifiée par l'introduction de deux chiens dont l'un est emprunté à l'*Adoration des Mages* de Rubens, et l'adjonction de l'*Annonce aux bergers* d'après Abraham Bloemaert, visible par une ouverture pratiquée au fond du tableau.

[1] Gachard : *Histoire politique et diplomatique de Rubens,* pp. 15 et suivantes.
[2] 30 septembre 1623. Gachard, p. 21.
[3] Renouvier : *op. cit.*, p. 120.



5° L'*Adoration des Mages* (B. 23; S. 84), panneau central d'un tableau peint par Rubens en 1617 pour l'église St-Jean à Malines [1]. « Il règne une si grande intelligence dans cette estampe qu'on ne saurait assez l'admirer, » dit Mariette [2].

Vorsterman a effectivement usé ici de toutes les ressources de son habile burin. Il y trouve d'incomparables finesses. Le Louvre conserve un dessin en plusieurs teintes qui a servi au graveur pour sa planche. Il est en sens contraire de l'estampe.

La dédicace est à l'archiduc Albert : *Serenissimo et potentissimo Alberto Austr. Archid. Burg. et Belgarum Clementissimo Dno Artis et Devotionis suæ specimen, Petrus Paulus Rubens ex fido cultu humiliter dedicat consecratque.*

On sait que le grand peintre était fier de son tableau de Malines et le soin tout particulier que le graveur mit à le reproduire, de même que la dédicace au souverain des Pays-Bas, confirme à cet égard l'assertion des biographes [3].

Pierre Nolpe fit une copie passable de l'*Adoration des Mages* (B. 23bis; S. 85), dont il reproduisit jusqu'au privilége, sans craindre toutefois d'y mettre son nom. Ce graveur travaillait au XVIIe siècle.

6° Le *Retour d'Égypte* (B. 30; S. 124), une des compositions les plus gracieuses de Rubens. Le tableau fait partie de la galerie du duc de Marlborough à Londres. L'estampe fut gravée d'après un dessin superbe conservé au Louvre et dans lequel l'effet est excellemment rendu. Vorsterman a traité cette planche avec la plus rare délicatesse. Le burin y a une correction incomparable et l'œuvre peut vraiment être donnée comme modèle aux graveurs.

De très-légères modifications ont été apportées par Rubens à la gravure. La jambe de l'âne a été déplacée et l'on a dissimulé la retouche en faisant

[1] Rubens a délivré quittance de ce tableau au mois de mars 1624. *Histoire de P.-P. Rubens*, par André Van Hasselt. Bruxelles, 1840, p. 109.

[2] *Op. cit.*, V, p. 77.

[3] En 1681 le duc de Richelieu fit d'infructueuses démarches auprès des fabriciens pour obtenir la cession des volets de ce tableau. Il aurait payé jusqu'à 15,000 florins. Note du curé Govaerts de l'église Saint-Jean à Malines. Ruelens : *op. cit.*, p. 2.

passer sur le poitrail une bricole absente dans le dessin. Un arbrisseau a aussi été ajouté derrière la Vierge.

Comme parti pris d'effet, le *Retour d'Égypte* doit être rangé dans la catégorie des planches claires avec l'*Adoration des Mages* et la *Fuite de Loth.*

La dédicace de Rubens est à Jean Velasco, secrétaire d'Ambroise Spinola.

7° La *Sainte Famille* (B. 44; S. 126)[1]. « Cette planche me semble bonne, » disait Rubens, et si l'on rapproche de l'œuvre ce jugement précieux, l'on constate effectivement que le maître désirait pour ses estampes une grande correction de ligne, jointe à beaucoup de sobriété dans le travail.

La planche est très-claire, très-fine et pleine de tendresse. Renouvier la considérait « comme la plus haute expression de ce burin luttant d'expression et de couleur avec ses modèles[2]. » Le jugement serait appliqué avec plus de raison, selon nous, au *Retour d'Égypte.*

Rubens dédia la petite *Sainte Famille* à l'épouse de son ami Rockox, bourgmestre d'Anvers, Adrienne Perez. Il en avait confié une première fois la gravure à Michel Lasne, mais la composition était alors restreinte à quatre personnages.

La jolie planche de Vorsterman eut des copistes nombreux et habiles. En Hollande, Clément de Jonghe en fit paraître une très-bonne version en contrepartie gravée dans la manière de Suyderhoef (B. 54 bis; S. 129).

Une autre copie, également en contre-partie, fut exécutée par Jean Troyen (S. 130).

8° La *Descente de croix* (B. 99; S. 342).

Nous avons parlé de cette planche, qui, chose remarquable, n'eut point de copiste ancien.

9° *Saint François d'Assise recevant les stigmates* (B. 11; S. 26).

« Cette planche fut gravée un peu rudement étant une première tentative, » dit Rubens[3]. Cette phrase pourrait confirmer, en partie, l'assertion de Sandrart touchant les belles tailles de Vorsterman à ses débuts.

[1] Hauteur 265 millimètres, largeur 200 millimètres.
[2] *Op. cit.*, p. 119.
[3] « *Fu intagliata aliquanto rozzumente per esser la prima prova.* »

L'estampe n'en est pas moins d'une grande beauté, et si, comme il faut le croire, elle date du premier temps des relations de Vorsterman avec Rubens, elle ne vient pas à l'appui des idées admises sur l'apprentissage du graveur. Il est impossible de contester que le *Saint François d'Assise* n'émane d'un graveur très-habile et peut-être même trop froidement correct dans le maniement de son burin.

D'autre part, si l'on considère le dessin préalable à la gravure possédé par le Louvre, il eût sans doute été difficile à Vorsterman de se montrer moins rude, surtout dans les premiers plans, et l'ampleur de sa taille s'explique par la nécessité de rester vigoureux encore dans une figure principale, reléguée elle-même au deuxième plan.

Malgré l'excellence du dessin du Musée de Paris, il nous est impossible d'accepter cette réduction comme émanant de Rubens ; il semble hautement probable, au contraire, que Vorsterman lui-même eut la plus grande part à son élaboration.

M. Schneevoogt assure qu'il existe des épreuves du *Saint François d'Assise* avant le privilége, ce qui concorderait assez avec la mention de Rubens, que cette planche est des premières exécutées par Vorsterman. Il faudrait ainsi l'envisager comme la planche soumise aux États de Hollande à l'appui de la demande de privilége en février 1620.

Rubens dédia aux frères Louis et Roger Clarisse la gravure du *Saint François*. Ces personnages avaient à saint François une dévotion particulière [1], et ce furent eux qui introduisirent à Anvers l'ordre des Capucins, dans l'église desquels on voit encore une répétition du tableau dont Rubens leur fit la dédicace dans les termes suivants :

*Ornatissimis Ludovico et Rogerio Clarisse fratribus germanis in Divi Francisci ordinem Capucinorum, Pie optimeq. adfectis, adfectus sui mnemosynam Petrus Paulus Rubens cum animo et ex animo nuncupavit.*

Le *Saint François* clôt la série des neuf estampes d'après Rubens publiées en 1620 [2] par Lucas Vorsterman et toutes revêtues du triple privilége des archiducs, du roi de France et des États de Hollande.

[1] Ruelens, *op. cit.*, p. 90.

[2] Vorsterman grava, la même année, comme on l'a vu, un petit portrait d'Ewald Teeling,

Chacune des pièces, aussi, fut accompagnée par Rubens d'un hommage à un de ses amis ou protecteurs. Le graveur n'apparaissait vraiment qu'en sous-ordre.

Et ce fait indique toute l'importance qu'il convient d'attacher aux estampes exécutées du vivant de Rubens d'après ses grandes toiles. Même sous la forme nouvelle qu'elle revêt, l'œuvre reste sienne. Le graveur n'y apporte que le concours matériel d'un procédé spécial, et encore dans celui-ci on voit le peintre intervenir jusqu'aux limites extrêmes de ses moyens personnels. Il indique l'effet dans des dessins ou des grisailles exécutés par lui-même ou sous ses yeux et par des retouches faites aux premières épreuves des planches, retouches fidèlement suivies chaque fois par les graveurs.

Le procédé de Rubens dans ce travail de révision est invariable. Il se sert d'encre pour modifier la ligne et renforcer les effets de détail.

On remarque ainsi dans certaines têtes des accents particulièrement énergiques. Ils ont presque toujours pour cause des rehauts faits par Rubens aux épreuves d'essai ou sur des contre-épreuves spécialement tirées pour lui.

Pour les grandes distributions de lumière et d'ombre, il se servait du pinceau et modifiait parfois à grands coups une draperie entière qu'il refaisait sur l'épreuve même.

Il fallait de la part du graveur une intelligence étendue du métier pour suivre avec justesse ces modifications apportées par le peintre à la donnée primitive.

Pour ce qui concerne Vorsterman, Rubens paraît être à peine intervenu dans la confection de ses planches. « Si exigeant que se montre Rubens » envers les artistes chargés de reproduire ses œuvres, dit M. H. de » Laborde [1], quelque soin qu'il apporte à relever et à corriger de sa propre » main jusqu'aux moindres négligences, jusqu'aux plus légères infidélités » qu'ils ont pu commettre, à peine trouve-t-il dans les travaux de Vorsterman

portant sur l'encadrement les mots : *Evaldus Teelingius D. J. et Ordinum Zeelandiæ tribunus Ærary Generalis anno ætat.* 50, et sous la planche quatre vers hollandais : *Een Vrient des Vaderlants, bewaerder der Thresooren.* Teeling, né en 1570, avait cinquante ans en 1620.

[1] *Op. cit.*, p. 306.

» matière à un petit nombre de retouches presque insignifiantes ou du moins » n'ayant pour objet que des modifications toutes de détail. »

En 1621 cinq estampes nouvelles vinrent s'ajouter aux pièces que nous avons analysées. Ce fut d'abord une grande *Adoration des Mages* (B. 22; S. 80), planche en deux feuilles que Rubens dédia à Maximilien de Bavière [1]. La planche a de l'effet et Vorsterman l'a très-bien harmonisée. On ne peut dire cependant que ce soit une de ses meilleures œuvres. Le burin y a une finesse trop uniforme et même une certaine mesquinerie de touche. Les contours sont trop fondus pour une planche si grande.

Il faut préférer, parmi les œuvres de 1621, le *Martyre de saint Laurent* (B. 37; S. 100) que Rubens dédia avec de grands témoignages d'affection et d'estime à Laurent Beyerlinck, doyen de la cathédrale d'Anvers et censeur des livres [2] :

*Pietate Reverendo, Virtute spectabili, Eruditione Clarissimo, D. Laurentio Beyerlinck, Sacræ Theologiæ Licent. Ecclesiæ collegiatæ Antverp. D. Mariæ Virginis Canonico et Archipresbytero ob egregias ingeni eloquijqz. dotes cum primis sibi caro. Petrus Paulus Rubenius, cognominis divi sacram istam ustulationem, extoto adfectu benivolenter inscribebat.*

Cette planche qui n'est pas grande est traitée avec toute la délicatesse que l'on admire dans la *Suzanne*. Le dessin en est correct et ferme, l'effet très-bien compris. Le Cabinet d'Amsterdam conserve l'épreuve retouchée de la main même de Rubens.

On incline à attribuer à Vorsterman lui-même une copie en contre-partie de la grandeur de la planche originale, copie non décrite, et dont une rare épreuve figure dans l'œuvre de Rubens au Cabinet de Bruxelles. S'il peut naître des doutes sur l'originalité de cette répétition, ils ne peuvent provenir que de sa perfection même.

Le *Saint Laurent* est l'avant-dernière des planches de Vorsterman dédiées par Rubens lui-même à ses amis.

[1] Ce tableau fait partie du Musée de Lyon.

[2] C'était un ami particulier de Philippe Rubens, le frère du peintre, mort au mois d'août 1611. Voy. GÉNARD : *P.-P. Rubens*, etc., 1877, p. 393.

Un *Saint Ignace* en prière devant le crucifix (B. 28; S. 81), excellente et rare estampe, fut dédié par le graveur à Jean Del Rio, archidiacre de la cathédrale d'Anvers, le *Denier de César* (B. 43; S. 207), d'un travail brillant, offert aussi par son auteur à Bernard Campmans, abbé des Dunes, grand amateur de gravures d'après les termes de la dédicace, enfin la *Chute des anges rebelles* (B. 1; S. 1), que Rubens mentionne dans sa lettre à P. Van Veen, fut dédiée au roi Philippe IV, non par le peintre, mais par le graveur qui, en vérité, avait produit une œuvre digne d'une collection royale.

« C'est un des plus parfaits ouvrages de cet habile graveur, dit Mariette [1],
» et l'une des plus heureuses compositions de Rubens. La lumière et les
» ombres y sont distribuées avec un grand artifice et tel qu'on le peut
» désirer pour faire un bel effet en gravure. Rubens prit un soin extrême à
» conduire le travail de son graveur et celuy-ci le fit avec tant d'application
» *que son esprit s'en affaiblit très-considérablement.* »

Nous ignorons à quelle source Mariette avait puisé ce renseignement, mais il vient nous fournir un éclaircissement bien nécessaire sur la phrase de la lettre de Rubens à Van Veen : « *non havendo noi qualqu'anni in qua fatto* » *cosa alcuna per il disviamento del mio intagliatore.* »

M. Ruelens avait dit en traduisant cette phrase : « nous n'avons presque rien fait depuis quelques années par un *changement de voie* de la part de mon graveur [2]. » Il hésitait à accepter le sens littéral du mot *disviamento* et s'arrêtait d'autant plus volontiers au mot *disviare :* détourner, que Vorsterman, selon tous les auteurs, partit en 1624 pour l'Angleterre [3].

« La lettre rectifie une erreur de date chez les biographes de Vorsterman,
» disait M. Ruelens; on assure qu'en 1624 il se rendit en Angleterre.....
» or d'après la lettre de Rubens, Vorsterman doit avoir quitté le pays déjà
» en 1622; le *disviamento* dont il y est question ne peut se rapporter qu'au
» départ du graveur. »

On se demandera pour quel motif Rubens eût employé un mot que

[1] *Abecedario,* VI, p. 93.
[2] Ruelens : *op. cit.,* p. 143, lettre VIII.
[3] Nagler, XX, p. 540.

tous les dictionnaires rendent par *égarement* [1], s'il s'agissait de désigner le simple départ (*partenza*) de son graveur? Passe encore pour *disviamento :* distraction; son graveur lui aurait été momentanément enlevé : mais quelle œuvre de l'époque vient à l'appui de cette hypothèse?

Il faut donc bien admettre que les facultés mentales de Vorsterman avaient fléchi sous le poids des travaux prodigieux accomplis pour Rubens depuis quelques années et que l'égarement — égarement passager heureusement — survenu en 1621, l'avait empêché pendant plusieurs mois de manier le burin. La lettre de Rubens devient ainsi — et ainsi seulement — intelligible.

Que l'on veuille bien observer, au reste, que si Rubens faisait allusion en juin 1622, au départ de son graveur pour l'Angleterre, il désignerait ce départ comme une chose déjà lointaine et cependant il ajoute qu'il ne parvient pas à enlever des mains du graveur (*cavare delle mani*) le *Combat des Amazones,* payé depuis trois ans et, en quelque sorte, achevé. Il y avait donc eu interruption subite de travail.

Pourtant l'œuvre parut entièrement achevée le 1er janvier 1623. Avait-elle été complétée en Angleterre? Non, sans doute, puisque le 24 février 1623, Théodore Galle payait à Vorsterman une somme de 75 florins pour la gravure d'un frontispice placée en tête du troisième volume de Harræus, *Annales Ducum seu principum Brabantiæ Antv.*, 1623 [2]. C'est encore en 1623 que Vorsterman grave pour l'éditeur Cnobbaert le titre de la *Generale Kerckelyke Historie van de gheboorte onses H. Jesu Christi tot het jaar M. DC. XXIV... door Heribertus Rosweydus,* titre dessiné par Rubens dont le nom est inscrit au bas de la droite sur le carquois porté par un Indien.

Vainement cherche-t-on dans l'œuvre considérable de Vorsterman une planche datée de 1622; il y a là dans sa carrière une lacune que son départ pour l'Angleterre ne pourrait expliquer d'une manière suffisante,

[1] Voir les Dictionnaires d'Alberti di Villanova et de Barberi.

[2] *Titres et portraits*, etc., pl. 10; œuvre anonyme qu'il ne faut pas confondre avec le titre (B. 22; S. 25), placé en tête du premier volume. L'œuvre de Vorsterman a échappé à Basan et à Schneevoogt.



car il a fréquemment daté des pièces exécutées pendant son séjour dans ce pays.

Au mois d'avril 1622 un fou profère contre Rubens des menaces qui effrayent certains amis du peintre au point de motiver de leur part un appel à la protection du magistrat d'Anvers [1]. Y a-t-il quelque rapport entre ce fait et l'insanité d'esprit du pauvre Vorsterman ?

Nous ne nous arrêtons qu'à contre-cœur à une telle supposition, mais la coïncidence des dates est si étrange qu'elle doit être signalée.

Après tout, pas plus au temps de Rubens qu'au nôtre, les fous ne pouvaient être tenus pour responsables de leurs actes et celui qui poursuivait Rubens de ses clameurs, ou bien n'était pas très-redoutable, ou bien méritait quelque ménagement puisque le bourgmestre Rockox refusait d'intervenir, malgré sa liaison bien connue avec le grand peintre. On ne connaît pas jusqu'ici le motif pour lequel le bourgmestre refusa son intervention. Toujours est-il qu'il la refusa [2].

Vorsterman était-il rétabli avant la fin de l'année 1622 ou bien la gigantesque planche du *Combat des Amazones* fut-elle achevée par Pontius, son élève ? c'est là un point qui doit rester indécis. Toujours est-il que le 1er janvier 1623 Rubens dédiait la planche à la comtesse d'Arundel.

On connaît cette grandiose composition dans laquelle le maître s'est inspiré

[1] Pinchart : *Archives des arts, lettres et sciences*, t. II, p. 173.

[2] Les seuls documents que l'on possède sur ce fait singulier ont été publiés par M. Pinchart ; ce sont les suivants :

« *Au Chief président du Conseil privé de Sa Majesté.* Certains zéleurs du bien et repos
» publicq, résidant en la ville d'Anvers, à leur grant regret ont veu ces jours passez que Pierre
» Paulo Rubens, demeurant en icelle ville, personne douée de très-belles qualités, oultre l'art
» de peindre qu'il possède avec admiration de tout le monde, aurait le mesme temps couru
» grand hazard de sa vie par les agressions d'un certain insolent, à jugement de plusieurs
» troublé d'esprit, ce que leur aurait occasionné d'implorer l'assistance du magistrat de ladicte
» ville à la conservation dudict Rubens, laquelle leur ayant été refusée, ils prennent leur
» recours à Son Alteze et supplient Votre Seigneurie qu'elle soit servie sous le paraphe de sa
» maison et signature de Sudite Alteze faire despécher lettres à ceulx du magistrat de la ville
» d'Anvers leur enchargeant bien expressément la protection dudit Rubens comme de personne
» de laquelle Son Altesse commande qu'on prenne particulier soing. Quoy faisant, etc. »

L'Infante satisfit à cette demande et par lettre du 29 avril prescrivit au magistrat de donner des ordres pour assurer le repos de Rubens.

du *Combat de Cadore* du Titien [1], comme le prouvent plusieurs études et un dessin magistral qui nous a été conservé [2].

La planche imprimée en six feuilles est, certes, une des plus grandes qui aient été exécutées d'après Rubens et il fallait tout le talent de Vorsterman pour harmoniser un pareil ensemble. Le dessin qui servit de modèle à la gravure était, à ce qu'assure un auteur, exécuté par Van Dyck [3]. Mariette eut l'occasion de voir ce dessin et nous apprend que Rubens y avait fait des retouches « qui en auraient fait une œuvre sans prix s'il avait continué sur » tout le dessin le même travail [4]. » Enfin, nous tenons de Rubens lui-même que la planche était poussée fort loin déjà en juin 1622 et que depuis plus de trois ans elle était payée.

On reste confondu à l'aspect de ce travail immense où tout porte la trace d'une volonté inébranlable, et l'on s'explique que les forces d'un homme pussent faiblir sous le poids du labeur colossal que représentent les œuvres si parfaites de Vorsterman. Il avait à peine 28 ans [5]!

Horace Walpole est muet sur le séjour de Vorsterman en Angleterre. On ignore l'époque du départ du maître et les circonstances qui le motivèrent. Il ne manquait pas en Angleterre d'occasions aux artistes de se produire, mais ce fait ne suffit pas, sans doute, à expliquer que Vorsterman renonçât à tous les avantages de son séjour en Flandre pour recommencer à l'étranger une nouvelle carrière.

La dédicace de la planche du *Combat des Amazones* à la comtesse d'Arundel n'est pas de nature à nous édifier beaucoup. Cette dédicace émanait de Rubens

[1] La grande composition du maître italien fut détruite, comme on sait, par l'incendie de 1577. Il en existe une réduction au Musée des Offices à Florence, n° 609 du catalogue. Rubens a nécessairement eu connaissance de cette œuvre qu'il copia presque textuellement dans certaines parties. Voir Crowe and Cavalcaselle : *Titian his life and times.* London, 1877, vol. II, p. 10.

[2] Il figura au mois d'août 1877 à l'exposition de l'œuvre de Rubens à Anvers, p. 201 du catalogue n° 2. Ce dessin qui appartenait alors à M. Ellinckhuysen, de Rotterdam, a passé depuis dans la collection de M. A. Coster, de Bruxelles.

[3] Bellori : *Le vite de pittori, scultori ed architetti,* etc. Roma, 1728, p. 151.

[4] *Abecedario,* V, p. 115.

[5] Ragot a fait du *Combat des Amazones* une excellente copie en contre-partie grande comme l'original.



lui-même et ses relations avec la famille Arundel l'expliquent très-suffisamment.

Il avait peint à Anvers au mois de juillet 1620 le portrait de la comtesse « *avec son nain, son fou et son chien* » et plus tard le comte vint poser lui-même pour cette toile qui orne aujourd'hui la Pinacothèque de Munich [1]. Nous savons que Thomas Arundel était, aux yeux du peintre « un évangéliste pour le monde de l'art; » rien de plus naturel donc que la dédicace à la noble épouse de ce Mécène.

M. Carpenter croit que ce fut sur les instances du comte d'Arundel que Vorsterman alla se fixer en Angleterre et presque tous les auteurs désignent l'année 1624 comme date de son départ. Bryan-Stanley l'avance d'une année [2]. Parti d'Anvers en 1623, Vorsterman fut en Angleterre jusqu'en 1631 d'après cet écrivain; M. Michiels fixe le départ de Vorsterman à l'année 1634 [3]!

Si le séjour de Vorsterman fut constant en Angleterre pendant une si longue période — ce que nous ne croyons pas — ses relations avec Van Dyck ont dû être très-passagères. Non-seulement il a été prouvé que le grand portraitiste fit à Londres un premier séjour en 1620-1621, mais il doit être parti pour l'Italie fort peu de temps après son retour et, lorsque, en 1626, il revint à Anvers, Vorsterman n'y était plus. Quand celui-ci, à son tour, revint sur les bords de l'Escaut, Van Dyck était à la veille de repartir lui-même pour la Grande-Bretagne [4] et l'on ne voit pas trop comment ce fait peut se concilier avec l'assertion d'Evelyn que Van Dyck aurait été le collaborateur fréquent de Vorsterman [5]. Ceci dans l'hypothèse d'une absence du graveur, se prolongeant pendant huit années.

Dans l'état actuel de la question une chose paraît évidente : c'est que les deux maîtres ne se sont pas rencontrés en Angleterre comme certains auteurs

[1] Voir la lettre adressée d'Anvers au comte Thomas d'Arundel au mois de juillet 1620 et publiée par Carpenter : *Pictorial notices*, etc., trad. Hymans, p. 9. M. Ruelens affirme à tort que ce tableau fut peint par Rubens pendant son séjour en Angleterre.

[2] *A Biographical and Critical Dictionary of Painters and Engravers*. London, 1873, p. 884.

[3] *Histoire de la peinture flamande*, VIII, p. 375.

[4] Carpenter fixe son départ à la fin de mars 1632 ou au commencement d'avril, p. 31.

[5] Evelyn : *op. cit.*, p. 74.

le déduisent du grand nombre de portraits que Vorsterman a gravés d'après Van Dyck.

M. Alfred Michiels nous apprend que vers l'année 1627 Vorsterman épousa Anne Vrancx [1] ce qui déjà permet de croire à une présence à Anvers à cette époque. Si la chose n'a rien d'impossible, n'oublions pas, cependant, qu'il existe des estampes gravées par Vorsterman en Angleterre sous la date de 1627.

A la fin de 1630, ou au début de 1631, Vorsterman faisait admettre deux élèves par la gilde de S<sup>t</sup>-Luc : Marin Robyn et Hans Witdoeck [2], et s'il fallait, d'après l'acception commune, le considérer comme auteur de deux planches que Rubens fit graver pour Peiresc d'après les grands camées découverts par cet antiquaire passionné, il serait impossible de croire que le séjour de Vorsterman en Angleterre ait eu la durée qu'on lui assigne. On voit que, somme toute, la question reste embrouillée.

Un intérêt considérable s'attache pour l'histoire de la gravure à la correspondance relative à la découverte de Peiresc. Nous en donnons un extrait [3].

Au mois de septembre 1623 le savant magistrat écrit à son ami Aléandre : « J'ai découvert tout nouvellement dans un lieu curieux et qu'on ouvre rare- » ment [4] une pierre précieuse, antique, la plus grande et la plus belle que » j'aie jamais vue.... on y a gravé vingt-quatre grandes figures..... Le sujet » de la sculpture est l'apothéose de l'Empereur Auguste. Je fais faire un » dessin exact de ce bijou et j'ai l'intention de le faire graver sur cuivre. » Si à Rome Villamena voulait le graver, j'en serais charmé ; dans le cas » contraire je le ferai faire par Cornelius [5] ou par quelqu'autre habile homme » qui le fasse avec affection ne voulant pas que cela soit gravé d'une main

[1] *Histoire de la peinture flamande*, t. VIII, 1869, p. 374.

[2] *Liggere*, II, p. 18.

[3] La correspondance dont il s'agit a été publiée par M. Fauris de St-Vincens sous le titre de *Correspondance inédite de Peiresc avec Jérôme Aléandre*. Paris, 1819, p. 72.

[4] La *Sainte chapelle à Paris*. Ce camée porte aujourd'hui le n° 188 au Cabinet des médailles de la Bibliothèque nationale à Paris.

[5] M. Fauris de St-Vincens croit qu'il s'agit du graveur Michel-Ange Corneille. Nous pensons qu'il s'agit plutôt de Corneille Galle.

» commune puisque c'est un si bel objet, qu'il est nécessaire de rendre scru-
» puleusement la ressemblance de tant de beaux portraits de toute cette
» famille d'Auguste. »

Le 16 décembre il écrivait encore : « ..... ce camée m'en a fait découvrir
» un autre, pas tout à fait aussi grand, mais peu s'en faut, sur lequel Auguste
» est représenté assis avec l'aigle sous son siége et Rome en habit de Junon
» argienne assise à sa droite. »

Le lecteur aura reconnu dans cette dernière pièce la *Gemma Augustea* du Cabinet de Vienne.

L'éditeur des lettres de Peiresc et d'Aléandre ajoute au recueil ce commentaire :

« La découverte de Peiresc l'avait rempli de joie; il ne se contenta pas
» de la communiquer à Jérôme Aléandre et à Lorenzo Pignoria; il en écrivit
» aussi à ses amis d'Allemagne, d'Angleterre et de Hollande, principalement
» à Rubens, amateur passionné de pierres gravées. Lorsque ce grand artiste
» vint à Paris en 1625 pour peindre la galerie du Luxembourg, il voulut
» aussi voir cette merveille et il la peignit. »

Nous ferons observer que Rubens ne dut pas attendre si longtemps et qu'il peut avoir dessiné le camée de la Sainte Chapelle dès 1623, car, au mois de juin de cette année, Peiresc mandait de Paris à Gevartius: « J'eus ce bonheur
» que M. Rubens se trouva chez moy quand je reçus vostre depesche de la
» semaine passée [1].... »

Rien n'était plus naturel que de voir Rubens proposer de faire graver la planche à Anvers et comme il fut question entre Rockox, Peiresc et lui, d'un livre sur les antiquités [2], les camées devaient nécessairement y trouver leur place.

Le 3 juillet 1625 il écrivait à M. de Valavès, frère de Peiresc : « Selon
» vos désirs et conformément à la promesse que m'a faite M. Aléandre de ne
» montrer ces estampes à personne, je les remets en vos mains sans retouches
» comme vous verrez. Outre les deux très-grands camées, je crois que vous

[1] ÉMILE GACHET : *Lettres inédites de P.-P. Rubens*, p. 7, lettre VIII.

[2] Voir le *Post-scriptum* de sa lettre à Valavès du 3 juillet 1625, *apud* RUELENS, p. 63.

» considérerez la beauté et la valeur de celui qui représente le *Quadrige*
» *triomphal;* il sort de l'ordinaire pour la figure et il est rempli de beaux
» détails [1]. »

Les planches que désigne Rubens nous ont été conservées et se trouvent dans une suite portant ce titre singulier :

*Varie figueri de Agati antique desiniati de Peetro Paulo Rubbenie grave par Lucas Vorsterman et Paulus Pontius.*

Le frontispice représente une femme couronnée de tours, assise près du terme de Janus, le coude appuyé sur la sphère (B. médailles, 1; S. suites, 23-1).

Ce titre est sans nom d'auteur; il peut être de l'invention de Rubens, mais est médiocrement gravé.

Il n'en est pas de même de la *Gemma Augustea* et de la *Gemma Tiberiana* (B. 1; S, 23... 1-2) ni du *Quadrige triomphal* (S. 23-4) [2] que M. Ruelens croit de Vorsterman. Le doute est permis à cet égard de même que pour les deux premières planches qui restèrent anonymes. D'autres camées de la même suite portent le monogramme de Vorsterman.

L'association du célèbre graveur à l'ouvrage, pour les planches désignées par Rubens, établirait sa présence à Anvers en 1625. Il faudra toutefois, comme on l'a vu, se borner sur ce point à des conjectures, aussi longtemps que des documents authentiques n'auront pas précisé la durée du séjour de Vorsterman en Angleterre.

De cette époque de sa carrière il y a quelques pièces datées. Le nombre de celles que le graveur semble avoir produites à l'étranger paraît peu considérable à qui prend en considération le terme assigné à son absence.

Abandonné à sa propre initiative, Vorsterman est plus rarement que par le passé le maître supérieur qui se révèle dans les estampes gravées pour Rubens. L'étude de certaines planches issues de son burin semblerait indiquer chez le maître une décadence certaine si d'autres œuvres ne venaient, presque

[1] *Ibid.*, p. 62.
[2] C'est le camée n° 255 du Cabinet des médailles de Paris désigné sous le titre de *Triomphe de Licinius.*

aussitôt, le montrer encore en possession de toutes les ressources de son noble talent.

Les pièces produites en Angleterre sont d'inégale valeur, mais il en est que le maître n'a point surpassées. La planche du *Saint Georges* d'après Raphaël, tableau de la galerie de lord Pembroke, est un chef-d'œuvre. On ne peut rien voir de plus harmonieux et peu de graveurs ont mieux interprété le peintre immortel. Cette planche, datée de 1627, est dédiée au possesseur de la toile originale.

Le portrait de Nicolas Lanier, chef de la musique du roi d'Angleterre, d'après Livens, est encore une œuvre distinguée.

En 1628 Vorsterman dédiait à la reine un *Christ au tombeau*, d'après le dessin de Raphaël de la collection Arundel, et ses relations avec les souverains d'Angleterre achèvent de se prouver par cette inscription d'une de ses plus belles planches, le *Christ au Jardin des oliviers* d'après Annibal Carrache : *Hanc Annibalis Carazzi picturam inter Caroli Magnæ Brit. Franc. et Hib. Regis rariora haud postremam, eiusdem jussu in ære expressit L. Æorsterman sculptor* [1].

Vorsterman ne semble avoir eu en Angleterre que de rares occasions d'interpréter les maîtres de son pays. Aucun seigneur n'y sollicita le concours de son burin pour la reproduction de toiles de Rubens, fort estimées dès avant le séjour prolongé du grand peintre à Londres en 1629. Van Dyck n'alla s'établir en Angleterre qu'après le départ du graveur [2] et les beaux portraits de Mytens, qui fut à la cour son prédécesseur, n'eurent pas d'interprète régulier.

Par contre, Vorsterman apprit à se familiariser avec de nobles travaux étrangers des collections anglaises. Plusieurs portraits de Holbein : Erasme, Thomas Morus, Thomas Howard, comte de Norfolk, Holbein lui-même; des tableaux de Raphaël, du Titien, de Michel-Ange de Caravage, d'André del Sarto lui furent donnés comme modèles.

[1] Mariette pensait à tort que l'énonciation L. Æ. (Lucas Æmilius) devait se rapporter à Vorsterman le fils, VI, p. 94.

[2] M. Duplessis perd de vue cette circonstance lorsqu'il écrit que Van Dyck inspira à Vorsterman ses meilleures planches en Angleterre. *Merveilles de la gravure*, p. 156.

Il grava, en outre, plusieurs effigies d'après ses propres dessins, notamment celle du comte de Pembroke (1628) qui paraît avoir été un de ses protecteurs, et un portrait d'Aloïs Contarini daté également de 1628.

Reconnaissons, cependant, que Vorsterman n'acquit aucune qualité nouvelle au contact des génies artistiques de la Renaissance. On s'étonne même de ne retrouver dans son burin ni la sobriété ni l'éclat qu'il apporte à l'interprétation de certaines toiles de Rubens. Son contemporain et compatriote Robert Van Voerst qui séjourna à Londres jusqu'en 1635, l'emporta souvent sur lui dans ses portraits par le brillant et la netteté du travail.

S'il est permis d'émettre des doutes sur la durée que les biographes assignent au séjour de Vorsterman en Angleterre, ces doutes doivent se trouver bien fortifiés par l'existence du portrait de l'abbé de Saint-Ambroise, gravé d'après Philippe de Champagne et daté de 1630. On conviendra que le peintre de ce portrait aurait pris une voie bien détournée pour faire reproduire son œuvre et si l'on rapproche de ce premier travail la *Sainte face*, de grandeur naturelle, gravée également par Vorsterman d'après Champagne, l'on pourra croire que l'artiste était à Paris en 1630.

A l'appui de notre supposition vient encore une curieuse pièce à la gloire de Louis XIII. C'est, à proprement parler, le triomphe du roi de France, dont le quadrige passe sous un portique décoré de l'inscription *Ludovico XIII Regi Christianissimo*. De nombreux génies supportent des cartouches où sont figurés d'une manière emblématique les grands actes du roi, entre autres l'édit contre les duels. La date de 1622-1623 est même rappelée sur un des écussons. La planche qui est du format in-fol. est signée à gauche, sur une des colonnes du portique, du monogramme V. Elle existe au Cabinet de Bruxelles.

En l'absence du nom de Vorsterman l'on hésiterait, certes, à lui attribuer les planches dont il s'agit. Le portrait de l'abbé de Saint-Ambroise est une œuvre que Suyderhoef pouvait signer des deux mains, avec son fond à tailles circulaires et son grêle travail de pointe dans les cheveux. La *Sainte face*, au contraire, pourrait s'accommoder du nom de Morin dont nous trouvons, effectivement, la même donnée d'après le même original [1].

[1] Robert Dumenil, n° 23.

Il est une autre œuvre qui mérite, par sa longue et curieuse inscription, d'être rappelée au point de vue de ce séjour probable du graveur en France : c'est le portrait en buste du roi Charles Ier d'Angleterre, dédié à la reine Marie de Médicis. Nous ne saurions priver le lecteur du texte de la dédicace de cette planche, un monument du genre, absolument digne de la plume d'un La Serre.

« CHARLES, ROY DE LA GRANDE-BRETAGNE, DE FRANCE, HIBERNIE, ETC.

» *L'image de ce grand Roy où la Majesté et la Vertu sont également* » *représentées, a esté heureusement offerte à la plus grande Reyne du Monde,* » MARIE DE MEDICIS, *mère de Trois Roys, des trois Grâces et de toutes les* » *félicitez du siècle. Le Temps trouvera ici de quoy assouvir sa faim, ne* » *pouvant dévorer la mémoire de cet ouvrage : comme estant marqué du sceau* » *de l'Immortalité par l'immortelle gloire et de l'offrande et de l'autel, dont* » *le Temple sera l'Univers et tous les Mortels les adorateurs. Adore donc,* » *car l'admiration est trop profane.*

» DE SA MAJESTÉ,
» *Le très humble serviteur,*
» *Lucas Vorsterman, sculp.* . »

On a cru devoir attribuer à Van Dyck l'original de ce portrait de Charles Ier, bien que l'assignation ne soit justifiée ni par le nom du maître, ni par le style de l'œuvre. Il était peu conforme aux usages du temps qu'un travail produit à l'étranger reçût une dédicace à un personnage qui ne vivait pas dans le milieu où se mouvait l'auteur. Le but que poursuivait celui-ci était de se concilier, par la dédicace, les bonnes grâces de la personne à qui elle était faite, à moins qu'il ne voulût lui exprimer sa reconnaissance. Ces considérations nous paraissent exclure l'idée de l'envoi à Paris de la planche de Vorsterman qui s'intitule *le très-humble serviteur* de la Reine. La date de 1630, inscrite sur le portrait de l'abbé de Saint-Ambroise, ce personnage qui régla avec Rubens tous les détails de l'exécution de la galerie du Luxembourg, donne infiniment de probabilité à la présence du graveur à Paris à cette époque.

En l'absence de ces indices nombreux, l'on devrait envisager le portrait de Charles Ier comme produit après le retour du graveur dans les Pays-Bas et dédié à Marie de Médicis pendant son long séjour à Bruxelles à dater du mois de juillet 1631. En aucun cas, le portrait ne nous parait contemporain de la présence du graveur en Angleterre.

Les registres de St-Luc établissent qu'en 1631 Vorsterman était de retour à Anvers. Il y gravait, cette même année, un portrait de Thomas Morus d'après une peinture de Holbein appartenant à Jean Van den Wouwer à qui la planche est dédiée.

L'absence du maître avait été longue et, depuis huit ans, Rubens avait livré à de nouveaux graveurs bon nombre de pages brillantes de son pinceau. Par lui, des maîtres tels que Paul Pontius, Nicolas Lauwers, les frères Bolswert s'étaient acquis un juste renom et leurs planches pouvaient se classer très-légitimement à côté de celles de leur devancier.

Vorsterman ne retrouva jamais auprès de Rubens une faveur à laquelle son talent et ses services passés lui donnaient le droit de prétendre. Les planches qu'il joignit à l'œuvre du grand peintre, dans la nouvelle période anversoise de sa carrière, ne furent ni nombreuses ni importantes.

Si l'on accepte l'assertion d'Evelyn touchant les relations personnelles de Vorsterman et de Van Dyck, il faut nécessairement limiter aux derniers mois du séjour de ce peintre dans sa patrie, une collaboration envisagée comme probable par des auteurs sérieux [1], et les premiers temps qui suivirent le retour du graveur à Anvers furent absorbés, sans doute, par l'exécution de plusieurs portraits qui figurèrent dans la belle suite publiée par Martin Van den Enden.

Weber désignait comme issus de la collaboration des deux artistes les portraits de Waverius, de Cornelissen, de Josse de Momper, de P. Stevens, de Déodat Delmont et de Charles de Mallery.

A ces six planches, vraiment magistrales, le célèbre praticien en ajouta seize autres destinées au recueil de Van Dyck, toutes gravées pour l'éditeur

[1] Weber : *op. cit.*, p. 40 en note; Wibiral : *L'Iconographie d'Antoine Van Dyck*. Leipzig, 1877, p. 9.

Martin Van den Enden, et ces œuvres se classent parmi les meilleures du grandiose ensemble créé par la gravure dans les Pays-Bas.

Dans la liste des portraits que Vorsterman fut appelé à exécuter d'après Van Dyck, et peut-être sous les yeux du peintre, il en est un qui doit surtout attirer notre attention. C'est le portrait de Philippe Le Roy, seigneur de Ravels [1]. Vorsterman n'avait-il point répondu à l'attente de Van Dyck? Se montra-t-il fautif aux yeux du personnage dont il était chargé de reproduire les traits? Comment le savoir? Il se fit pourtant que l'œuvre — d'ailleurs remarquable et signée de lui [2] — n'eut qu'un tirage borné dans son état primitif et qu'un autre graveur, Paul Pontius, fut appelé à refaire la tête en conservant, pour le surplus, tout le travail de son prédécesseur. Le monogramme de Vorsterman disparut et le nom de Pontius seul fut inscrit au bas de la planche. Enfin, au quatrième état, sous les mots : *Philippus Le Roy, Dominus de Ravels artis pictoriæ amator et cultor,* l'on inscrivit la date 1631.

Est-il admissible que l'exécution de la planche et ses diverses transformations se soient suivies dans le court espace qui sépare le retour de Vorsterman, de la fin de l'année 1631?

Aucun obstacle matériel ne s'y oppose, sans doute, car Pontius n'était pas moins habile que Vorsterman. Il semblerait plus logique, pourtant, d'avancer de quelques mois le retour du graveur à Anvers.

Quelques-uns des portraits d'après Van Dyck sont absolument remarquables. Les effigies de Wenceslas Coeberger, J. Livens, Pierre de Jode le vieux, Hubert Van den Eynde, Horace Gentileschi purent ajouter encore à la gloire du maître.

Interprète de Van Dyck, par la main duquel ses traits nous ont été deux fois transmis d'une manière admirable, Vorsterman sut trouver des combinaisons nouvelles de burin pour rendre tout le moelleux du pinceau de son noble inspirateur et c'est à juste titre que le Cabinet de Paris assigne une place à la *Déposition de la croix* dans son exhibition des plus belles planches de toutes les écoles [3].

[1] Weber, p. 125.
[2] Le monogramme du maître se voit dans le fond vers le haut de la droite.
[3] Henri Delaborde : *Le Département des estampes à la Bibliothèque nationale*, n° 130.

La dédicace de Van Dyck au seigneur anglais George Gage, inscrite au bas du travail, ne peut laisser de doute sur l'approbation donnée par le maitre à l'œuvre du graveur.

Si nous admirons la souplesse du talent de Vorsterman dans ses travaux d'après Van Dyck, nous ne saurions signaler, pourtant, comme un progrès absolu, la transformation qui s'était opérée dans sa manière pendant son séjour sur le sol britannique.

Le rapprochement de ses planches anciennes, d'interprétations postérieures des œuvres de Rubens issues de son burin, tourne évidemment au désavantage des dernières.

*Les saintes femmes au tombeau du Christ* (B. 111; S. 412), planche dédiée aux dames Marie Nerot et Madeleine de Schotte, épouses des frères Clarisse à qui l'on a vu Rubens dédier le *Saint François recevant les stigmates,* le montrent plus préoccupé de la vigueur du ton que de la correction du style.

Nous inclinons à ranger dans la même catégorie de pièces, le portrait de Charles de Longueval, comte de Bucquoy, grand bailli du Hainaut (B. 61; S. 257), bien que la date de production de l'œuvre soit incertaine.

Bucquoy mourut en 1621 et son portrait, peint d'après nature par Rubens [1], fut entouré de figures allégoriques et d'emblèmes funèbres, pour être reproduit par Vorsterman qui le dédia au fils du défunt [2].

Dans une lettre qu'il écrit à Dupuy le 2 septembre 1627, Rubens exprime l'espoir d'être à même de lui envoyer prochainement un portrait du comte de Bucquoy [3] (*una imagine del conte de Bucquoy*), ce qui tend à faire croire qu'à cette époque la planche était en cours d'exécution.

Quoi qu'il en soit à cet égard, des pièces datées établissent que Vorsterman était en Angleterre en 1627, et ce fut très-probablement à son retour qu'il acheva le portrait de Bucquoy.

Malgré les défauts de sa seconde manière, il pouvait être encore à ses

[1] Ce portrait est aujourd'hui au Musée de l'Ermitage à S^t-Pétersbourg.

[2] ILLUSTRISSIMO ET GENEROSISSIMO DOMINO D. ALBERTO DE LONGUEVAL, etc., *hanc fortissimi heu! quondam Parentis ad vivum expressam effegiem dedicat Lucas Vorsterman Sculptor.*

[3] ÉMILE GACHET : *op. cit.*, p. 139.

heures un maître dans toute l'acception du mot. Lorsque nous le retrouvons en 1638, gravant en compagnie de Pontius, de Bolswert et de Witdoeck, la série des bustes antiques dessinés par Rubens, son burin semble avoir retrouvé l'éclat et la vigueur des meilleurs temps.

Sans sortir d'Anvers, Vorsterman eut occasion de graver l'œuvre italienne la plus importante qu'il y eût alors aux Pays-Bas et qui, de nos jours, est restée un ornement du Musée du Belvédère à Vienne : la *Fête du Rosaire* de Michel-Ange de Caravage.

Cette vaste toile, où le peintre a représenté avec la force habituelle de son coloris, la foule prosternée aux pieds de la Vierge et de saint Dominique, pour recevoir des mains de ce dernier les rosaires miraculeux, exista au couvent des Dominicains d'Anvers jusqu'en 1781. L'empereur Joseph II ayant visité la Belgique, les religieux lui firent hommage de la toile que le souverain avait beaucoup admirée. On y substitua une copie de De Quertenmont.

D'après la tradition, ce tableau avait été acheté en Italie par un négociant anversois pour être offert aux Dominicains. Le donateur, ajoutait-on, s'y était fait peindre par Van Dyck. Mariette, qui avait vu le tableau à Anvers, pensait qu'il avait été commandé directement par l'évêque Triest à Michel-Ange de Caravage et que le prélat y avait fait introduire son effigie [1].

On voit, effectivement, dans la peinture dont il s'agit, un personnage agenouillé qui supporte le manteau de saint Dominique et très-suffisamment indiqué comme donateur du tableau. Le costume se rapproche de celui que portaient au XVII[e] siècle, — que portent encore — les aumôniers (*almoeseniers*) des églises d'Anvers. Lorsque Vorsterman fut appelé à graver la toile du Caravage, il substitua le portrait de l'évêque Triest à celui du personnage que nous venons de désigner et dédia sa planche au prélat [2].

Rubens s'intéressa sans doute à l'exécution de la planche de Vorsterman, car un document des archives du couvent des Dominicains d'Anvers a permis

[1] Mariette : *Abecedario,* VII, p. 92.

[2] Cette dédicace ne paraît qu'au deuxième état. Au premier l'inscription porte : *Alderheylichste Moeder en altyt Maghet Maria, Coninghinne van den H. Roosen-Crans, bidt voor ons.* Ce premier état ne révèle toutefois aucune différence avec le deuxième pour la composition.

d'établir que, conjointement avec Breughel, Van Baelen et divers amateurs, il avait acquis le tableau pour une somme de 1,800 florins et que telle était l'origine de sa présence au couvent [1].

Les rapports bien connus de l'évêque Triest avec les plus célèbres artistes de son temps, permettent d'accueillir, sans trop de surprise, l'introduction de son image dans l'œuvre gravée. On trouve, d'ailleurs, parmi les planches de Vorsterman un portrait du prélat d'après A. de Vries et qui suffit à identifier le personnage introduit dans le tableau.

*La fête du Rosaire* est un des meilleurs travaux du maître au point de vue de l'harmonie du ton.

On peut supposer que Vorsterman fit un séjour dans son pays natal vers 1640. Nous trouvons, effectivement, de sa main, sous la date 1641, un très-beau portrait de Claude de Saumaise gravé d'après Dubordieu, un peintre dont les œuvres ont été presque exclusivement reproduites par Suyderhoef.

A part ce rapprochement, la planche de Vorsterman offre la plus incontestable analogie avec les travaux de ce dernier qui fit deux fois, aussi, le portrait de Saumaise pour lequel Barlæus composa un poëme latin, *le même* qui figure sous le portrait de Vorsterman [2]. Cette inscription a certainement été gravée en Hollande.

On ne peut douter, non plus, que ce ne fût dans ce pays que fut exécuté — probablement d'après un dessin du maître lui-même — un grand portrait de Duarte, marchand de tableaux à Amsterdam, originaire d'Anvers [3].

La physionomie de cette planche est essentiellement hollandaise encore

[1] A. Goovaerts : *Notice historique sur un tableau de Michel-Ange de Caravaggio*, Journal des Beaux-Arts. Anvers, 1873, p. 111.

[2] *OEuvre de Suyderhoef*, n° 74 du catalogue Wussin, traduit par H. Hymans. Bruxelles, 1862.

[3] *Cabinet Vander Kellen : Gravures et Eaux-fortes.* Amsterdam, 1878, n° 1882. — Nous n'avons pu trouver au sujet de Duart aucun renseignement. Gilles Hendrickx dédia à un personnage de ce nom, la planche du *Jugement de Pâris*, gravée d'après Rubens par Lommelin. Cette dédicace porte : D. Jacobo Duarte, *nobili Domestico Regis angliæ singulari pictoriæ artis cultori*, *hujus architijpi tabulam inter plurima possidenti L. M. D. C. Q. Ægidius Hendrickx.*

et les vers latins qui l'accompagnent ont été écrits cette fois par Constantin Huyghens dont la signature, *Constanter*, figure si fréquemment sur des œuvres publiées en Hollande.

Un certain nombre de toiles — non des meilleures — de Gérard Zeghers : un *Saint Ignace de Loyola*, un *Saint François Xavier*, représentés en prière et vêtus de l'habit de leur ordre, un portrait d'*Octave Piccolomini*, un *Christ aux mains liées* [1]; d'autres œuvres encore fournirent matière à des planches de Vorsterman.

C'étaient de pauvres modèles, sans doute, pour le burin qui avait si magistralement interprété Rubens et Van Dyck, mais, qu'on ne l'oublie point, Zeghers survécut de plus de dix années au chef glorieux de l'École et la fréquence même de ses sujets de dévotion servirait, au besoin, à démontrer la faveur dont ses œuvres jouissaient auprès de la bourgeoisie anversoise.

L'existence de Vorsterman se prolongea fort au delà de la durée commune de la carrière des graveurs. Lorsque Mariette rencontre sa planche de l'*Agneau de Dieu adoré par les vingt-quatre patriarches*, datée de 1646, il la croit des dernières de sa main [2]. Pour d'autres auteurs, à cette époque déjà, il avait cessé de vivre [3]. Cependant il gravait en 1650 le portrait de Ferdinand III et en 1656 sa signature apparaît sur une effigie de Hugh Cartwright d'après Van Diepenbeke.

Il vécut sans doute jusqu'en 1667 car le payement d'une somme de 3 florins 4 sous est fait à son intention, cette même année, à titre de « dette mortuaire, » à la gilde de S[t]-Luc d'Anvers [4].

Le dernier travail de Vorsterman fut une planche immense de l'Inauguration à Gand du roi Charles II d'Espagne (2 mai 1666). Cette œuvre considérable, et des plus rares, vit le jour au mois d'avril 1667. Le peintre François Duchastel, l'auteur du dessin, avait représenté la cérémonie de l'inauguration en l'entourant d'une bordure où sont les portraits du marquis de Castel Rodrigo, gouverneur des Pays-Bas, « des évêques de la province

[1] M. Schneevoogt classe cette estampe dans l'œuvre de Rubens, n° 254.
[2] *Abecedario*, VI, p. 92.
[3] *Histoire de la gravure d'Anvers*, etc., collection Terbruggen, p. 133.
[4] *Les Liggeren*, etc., II, p. 376.





» de Flandre, à la réserve de celuy de Gand, messire Eugène d'Allamont, » qui n'estoit alors que nommé [1], et de suitte les prélats, personnes en » dignité, seigneurs tiltrés, puis les députez des bonnes villes et des chastel- » lenies de ladite province; secondement, au costé gauche de ladite Excel- » lence, les chevaliers de l'ordre de la Toison d'or, grands d'Espagne, sei- » gneurs tiltrez et les officiers d'armes ayant assisté à la cavalcade [2]. »

L'encadrement ne comprend pas moins de cent dix-huit portraits (celui de l'évêque de Gand inclus), gravés avec goût, légèrement, et en partie à l'eau-forte.

L'ensemble de la planche, imprimée sur douze feuilles, ne mesure pas moins de 1 mètre 28 centimètres sur 1 mètre 40 centimètres. Il est douteux que la partie centrale soit l'œuvre de Vorsterman qui n'intervenait, sans doute, que pour les portraits. Son nom est incrit au bas de la bordure, sous le texte de l'avis au lecteur : *L. Vorsterman, sculp.*

On ne saurait croire que l'ensemble du travail n'ait occupé son auteur que pendant l'intervalle qui sépara la cérémonie de la date de la publication, c'est-à-dire moins d'un an. Le portrait de l'évêque d'Allamont ne figure que sur les exemplaires du second tirage exécuté après la mort de Vorsterman. Né en 1595, le maître avait atteint sa 72e année.

Réparti sur une carrière active de près de cinquante ans, l'œuvre de Vorsterman peut sembler inégal à qui se donne pour tâche d'en rassembler les éléments. Jetant les bases de la plus glorieuse des écoles, ouvrant à ses successeurs une voie que des circonstances, peut-être douloureuses, le contraignirent d'abandonner trop tôt, il eut pour sort d'assister au déclin de cette même école illustrée par son génie et, malheureusement aussi, de décliner avec elle.

Tous les graveurs qui avaient illustré l'école de Rubens étaient descendus dans la tombe!

Les faiblesses de certains des travaux de Vorsterman pèseront d'un poids bien lourd, dans la balance des comparaisons avec d'autres maîtres

[1] Ce portrait fut ajouté plus tard par Richard Collin.

[2] FERDINAND VAN DER HAEGHEN : *Inauguration de Charles II en Flandre*. Gand, 1867.

plus constants dans leurs goûts et leurs systèmes; mais chez aucun de ceux-là l'on ne rencontre les éclairs de génie qui feront toujours de Vorsterman le plus séduisant des graveurs, et, comme praticien, le maître par excellence.

Ennemi de la routine, dès ses premiers travaux, il franchit les limites imposées à la gravure par le système de l'École anversoise et conquiert au procédé une place nouvelle parmi les arts. Tel est vraiment son rôle aux côtés de Rubens, tel est aussi l'aspect sous lequel nous avons voulu le considérer.

Marié vers 1627 d'après M. Michiels[1] qui croit à tort que le maître avait alors quarante-neuf ans et contractait un second mariage, Vorsterman eut un fils, graveur comme lui, et reçu à la gilde de St-Luc en 1661 en qualité de fils de maître [2]. Il n'hérita point du talent de son père et s'attacha de préférence à la seconde manière de celui-ci.

Vorsterman le jeune se montra soucieux de distinguer ses travaux par l'adjonction du qualificatif *junior* à la suite de son nom ; la précaution a eu malheureusement pour effet de rendre bien légitime l'attribution à Vorsterman l'aîné, d'un bon nombre de pièces que l'on retrancherait volontiers de son œuvre.

Nous avons cependant du fils un portrait de son père, gravé avec un vrai talent d'après une peinture de Van Dyck. L'affection guidait sa main; ce fut le meilleur travail de Vorsterman le jeune.

A côté même de ces artistes qui, sous le crayon de Van Dyck, deviennent autant de gentilshommes, Vorsterman a une distinction particulière. On ne peut que répéter à ce sujet ce que disait M. Carpenter en décrivant l'admirable eau-forte où Van Dyck lui-même retrace les traits du graveur :

« La tête de Vorsterman est des plus sympathiques. L'expression de la » figure est pensive et agréable, le front large, le regard intelligent. »

[1] *Histoire de la peinture flamande*, t. VIII, p. 375. — Nous ignorons où l'auteur a puisé ce renseignement. Le lecteur sait que Vorsterman n'avait que trente-deux ans en 1627.

[2] « *Les Liggeren ne mentionnent ni son entrée en apprentissage ni sa réception comme fils de* » *maître.* » MICHIELS : p. 376; c'est pourtant dans ce recueil que nous trouvons la date ci-dessus.

Le caractère mélancolique de cette physionomie est encore accentué dans la planche du fils au bas de laquelle un contemporain traça ces jolis vers :

*Desine Lysippos iactare animosa vetustas*
*Hic vir, hic excudit spirantia mollius æra.*

Il existe un dernier portrait de Vorsterman à un âge plus avancé; il est gravé par F. Van den Wyngaerden d'après Livens. Le maitre est vu de face et assis. Le visage est sillonné de rides, le front est dégarni, c'est l'homme arrivé au déclin de sa carrière.

# CHAPITRE VIII.

La succession de Vorsterman. — NICOLAS RYCKEMANS. — *Palazzi di Genova.* — Fausses indications concernant l'année de la naissance du maître. — Il grave certains des tableaux offerts à sir Dudley Carleton. — Sa présence à Edam.

NICOLAS et CONRAD LAUWERS d'Anvers. — Les relations de Nicolas Lauwers avec S. à Bolswert. — Ses élèves.

PAUL DU PONT (PONTIUS). — Ses maîtres. — Ses premiers travaux. — *La Suzanne* de 1624. — *L'Assomption de la Vierge.* — Wladislas Sigismond de Pologne. — Collaboration à l'ouvrage sur les camées antiques. — *Le Saint-Roch* d'Alost. — Autres planches. — Travaux d'après Van Dyck. — Portrait de Philippe Le Roy (1631). — Séjour de Rubens en Espagne et en Angleterre. — Portraits de personnages espagnols. — Planches de 1630 : *Thomyris.* — Portrait de Rubens. — Transformation de la manière de Pontius. — Ses dernières planches d'après Rubens. — Ses œuvres d'après Jordaens. — Derniers travaux.

---

La valeur exceptionnelle d'un grand nombre de travaux, inspirés par les œuvres de Rubens à des graveurs venus après Vorsterman, ne saurait nous faire admettre, cependant, que la perte d'un tel collaborateur eût été sans importance aux yeux du maître. La succession rapide des planches de l'habile graveur, le choix des sujets parmi les travaux préférés du peintre, la persistance des démarches de celui-ci pour l'obtention du privilége ne laissent aucun doute à cet égard.

La lettre à Van Veen du 19 juin 1622, est d'ailleurs fort explicite : « *depuis quelques années nous ne produisons plus rien.* » Aucun maître ne s'était donc présenté pour recueillir la succession de Vorsterman, pour reprendre aux côtés de Rubens une œuvre commencée à l'entière satisfaction du glorieux coloriste.

Ces diverses circonstances peuvent faire réellement envisager la suspension des travaux du graveur comme un accident et si Rubens ne retrouva jamais par la suite un interprète aussi constamment heureux, nous savons aussi ce que Vorsterman perdit à s'éloigner d'un tel guide.

Indépendamment des grandes planches dont Rubens faisait hommage au frère de son ancien maître, nous avons vu qu'il annonçait l'envoi d'un recueil de *Palais de Gênes* « en soixante-dix planches environ » et l'on sait qu'effectivement le livre fameux des *Palazzi di Genova* fut publié à Anvers en 1622 [1]. L'approbation est du 26 avril (6 kal. maii) et le chanoine Beyerlinck, censeur des livres, la rédige en termes flatteurs pour son ami Rubens « l'Apelle de la Belgique. »

Le maître avait donné tous ses soins à la publication de l'ouvrage, pour lequel il avait, disait-il, la chance de pouvoir utiliser le travail d'autrui. C'était chose fort naturelle si l'on considère que son séjour à Gênes, en 1607, n'avait été que de deux mois et que, sans doute, il n'aurait pu, en ce court espace de temps, dessiner les cent trente-neuf plans, coupes et élévations qui composent le volume [2].

A part la vignette du titre, gravée par Corneille Galle sur un dessin de Rubens, et où est représentée, dans un cartouche orné des bustes de Minerve et de Mercure, une poule couvant avec la devise : *Noctu incubando diuque,* vignette qui ne se rencontre pas à la première édition, une seule planche du recueil est signée du nom *Nicolaes Ryckemans, sculp.* [3].

[1] A la première édition le titre du recueil est: *Palazzi di Genova*, titre complété en 1663 par les mots : « *Raccolti e dessignati da Pietro Paulo Rubens, Anversa Giacomo Meursio* 1663. » La première partie seule vit le jour en 1622 (voy. *Weigel Kunst Catalog.*, IV, p. 51). Par suite d'une faute d'impression, M. Arm. Baschet (*Pierre-Paul Rubens, peintre de Vincent de Gonzague, duc de Mantoue*, GAZETTE DES BEAUX-ARTS, XXIV, p. 335), avait dit 1613.

[2] M. ALFRED MICHIELS : *Rubens et l'École d'Anvers*, 4e édition. Paris, 1877 (p. 148), n'est pas de cet avis. Il est vrai que l'auteur écrit sans avoir le livre sous les yeux, puisqu'il le dit publié en 1613 et fait grand état de la (prétendue) devise de Rubens : *Noctu incubando diuque*, qui est tout bonnement celle de l'imprimeur de l'ouvrage!

[3] M. AUG. SCHOY, dans son *Histoire de l'Influence italienne sur l'architecture dans les Pays-Bas* (Bruxelles, F. Hayez, 1879, p. 324), assure que les planches de Ryckemans ne furent gravées que vingt-trois ans après la mort de Rubens, en 1663, et qu'elles copiaient alors des planches originales de Corneille Galle. C'est une erreur. Le nom de Corneille Galle ne figure



Les planches n'ayant pas, en somme, une grande originalité, il se peut que plusieurs graveurs aient participé à l'ouvrage. Il est difficile de discerner une main quelconque dans ces travaux assez peu artistiques. La planche 42 : *Facciata del Palazzo del sig. Antonio Doria marchese de S. Steffano,* est d'un caractère plutôt hollandais que flamand. Disons, au surplus, que pour des travaux de l'espèce, Rubens pouvait trouver à Anvers de nombreux graveurs en état de le seconder.

Mais Ryckemans ne semble pas avoir été pris au hasard et l'œuvre de Rubens contient de lui des planches plus importantes que ses façades des palais de Gênes.

Tous les auteurs font naître à Anvers le maître qui nous occupe et la plupart, aussi, donnent l'année 1600, comme date de sa naissance. M. Immerseel [1] reculait cette date jusqu'en 1620, erreur qu'il est à peine nécessaire de redresser au moment où nous signalons de la main de Ryckemans un travail de 1622.

L'année 1600, même, ne peut être admise qu'avec réserve, car le nom de Ryckemans : *Nicolaes Ryckemannus, sculp.* apparait sur le titre de l'ouvrage : *Serenissimorum potentissimorumque Principum Habsburgi-Austriacorum Stemma..... Iconibus, Emblematibus, Insignibus illustratæ Studio ac labore Theodorici Piespordii, Serenissimis Belgarum principibus a Secretis Bruxellæ.* Or, sur le titre même de l'ouvrage, on lit : *Incidi cœptum 1 junii anno* MDCXV. *Perfectum ultimo decembris* MDCXVI.

La préface de l'ouvrage est datée également de 1616, à la première édition, et de 1620 à la seconde. Bien qu'il n'y ait aucune modification à la planche de titre ni au texte, le nom de Ryckemans ne paraît avoir été inscrit qu'au second état du frontispice.

Il n'en est pas moins vrai que voilà démontrée la présence du graveur à

sur *aucune* planche d'*aucune* édition des Palazzi. Par contre, le nom de Ryckemans figure dès la première édition (1622) sur la première planche du Recueil. Nous disons la *première* planche, car, en réalité, dans les exemplaires complets, cette planche signée ouvre la série de soixante-douze feuilles composant la première suite du volume.

[1] *De Levens en Werken der Hollandsche en Vlaamsche kunstschilders, beeldhouwers en graveurs.* Amsterdam, 1848, t. III, p. 47.



Bruxelles vers 1616 — assurément avant 1620 — et Ryckemans se trouve, dès lors, être l'aîné de Pontius que Nagler et tant d'autres auteurs prétendent lui donner pour maître.

Nous accepterions plus volontiers la version de l'*Histoire de la gravure d'Anvers* [1] qui fait de Ryckemans un élève de Pierre de Jode (le vieux), et la chose est d'autant plus possible, que Nagler renseigne une suite de douze sujets de la Bible, gravés par Ryckemans, d'après ce maître. Nous ne connaissons pas cette suite et ne nous prononçons pas sur la valeur de l'assertion de l'auteur allemand.

L'ouvrage de Piespord renferme de nombreux blasons, des encadrements d'architecture et d'ornement, des éléments décoratifs de toute nature, fort précis, et qui ont pu attirer sur le graveur l'attention de Rubens lorsque le maître songea à faire graver les palais de Gênes.

Quant au titre lui-même, il est de grandes dimensions et représente un fût de colonne surmonté du triple diadème impérial, royal et électoral. Aux angles de la planche des masses de nuages, d'où soufflent les quatre vents. Le burin ne manque pas d'une certaine adresse [2].

Le nom de Ryckemans ne figure pas aux registres de S$^{t}$-Luc et nous ignorons sur quelles preuves se fondent les auteurs flamands et hollandais pour faire naître ce graveur à Anvers. Il n'y en a pas d'autre sans doute que sa présence parmi les graveurs de Rubens.

Un fait mérite pourtant d'attirer l'attention, c'est que trois des estampes exécutées par Ryckemans portent, à la suite de son nom, les mots *sculp. et excud.* EDAM [3]. La présence du graveur dans une localité secondaire de la Hollande fait naître des doutes au sujet de sa qualité d'Anversois.

Quelle part Rubens eut-il aux estampes gravées par Nicolas Ryckemans?

[1] *Histoire de la gravure d'Anvers. Catalogue de la collection Terbruggen : maîtres anversois, peintres et graveurs qui ont été membres de la gilde de Saint-Luc*, 1874-1875, p. 150.

[2] M. Alvin a donné la description de cet ouvrage : *Catalogue Wierix*, 1830$^{ter}$ (deuxième supplément, p. 12).

[3] Ces planches sont l'*Adoration des Mages* (B. 12; S. 57); *l'Immaculée conception* (S. 2); *Achille à la cour de Lycomède* (B. 2; S. 7). C'est à tort que M. Schneevoogt assure que l'*Adoration des Mages* porte au premier état: *fecit et excud. Antv.*

Si nous ne voyons sur aucune des pièces du maître la mention des priviléges conférés à Rubens en Hollande comme en France, en reprenant la liste des œuvres offertes par Rubens à sir Dudley Carleton au mois d'avril 1618, nous y trouvons mentionnés « *Le Christ et les douze Apôtres* par mes élèves » d'après les originaux appartenant au duc de Lerme, tous retouchés par » moi » et « *Achille déguisé en femme :* cette peinture remarquable par » son éclat est de mon meilleur élève, achevée de ma main et remplie de » jeunes filles de la plus éclatante beauté. »

Ryckemans a gravé et publié des planches de ces mêmes tableaux [1]. Il les a exécutées d'après les œuvres originales, et ne peut être envisagé comme un copiste, malgré l'existence d'une suite des *Apôtres* gravée par son contemporain Pierre Isselburg de Cologne et de la grande planche de Corneille Visscher : *Achille à la cour de Lycomède,* œuvre très-clairement postérieure à celle de Ryckemans et gravée sous la direction de Soutman, que nous soupçonnons fort d'avoir été, en 1618, le « meilleur élève » désigné par Rubens.

Aucun document ne nous permet d'expliquer la présence de Ryckemans à Edam à l'époque de la publication de trois de ses œuvres les plus importantes d'après Rubens. Les registres baptistaires de la ville hollandaise ne remontent qu'à l'année 1656. D'ailleurs le mot Edam qui suit le nom du graveur peut être la simple abréviation d'*Edamensis.*

L'existence de plusieurs des toiles reproduites, dans l'atelier du chef de l'École anversoise, à une époque précise, ne permet pas de supposer que les gravures eussent été exécutées à son insu.

D'autre part, Rubens ne manque pas de faire figurer son triple privilége sur la première planche des *Palazzi di Genova* et l'absence de la même mention sur les autres planches de Ryckemans pourrait faire admettre une production antérieure à 1620.

Nous ferons remarquer aussi que les œuvres de Ryckemans se présentent,

[1] Ce n'est qu'au second état que le nom de Gaspard Huberti apparaît sur l'*Achille* et que celui d'Engleb. Koninck, éditeur d'Amsterdam, est ajouté au *Christ* et aux *Apôtres*. L'*Immaculée conception* est publiée par Ryckemans avec le mot Edam. Il en est de même de l'*Adoration des Mages* où les noms de Gaspard Huberti et de Van Merlen apparaissent au deuxième et au troisième état.





par le procédé, comme absolument contemporaines de celles de Vorsterman.

Nous signalerons même entre les planches de Vorsterman et celles de Ryckemans l'analogie des inscriptions. Les mots *P. P. Rubens pinxit* ont évidemment été tracés par la main d'un même graveur de lettres, sur les planches des deux graveurs.

Médiocre dessinateur, Ryckemans n'est point maladroit de son burin. La grande *Adoration des Mages* (B. 12; S. 57) a d'incontestables qualités d'effet et certaines parties ne seraient pas désavouées par Vorsterman.

« L'éclatante beauté » des jeunes filles de la cour de Lycomède ne s'est guère traduite dans l'estampe qui, pourtant, n'est pas dénuée de qualités.

Le *Christ au tombeau,* d'après une toile connue sous le nom de « Christ à la paille [1] » doit être considéré comme la meilleure des œuvres de Ryckemans. Bien qu'elle ne soit pas exempte de sécheresse, cette planche est gravée avec sentiment et elle a beaucoup d'harmonie. Elle n'eut qu'un seul état et parut sans aucun nom d'éditeur.

La place de Ryckemans est sans doute parmi les *Dii minores* de l'école de Rubens. Éclipsé par Vorsterman et Pontius, entre lesquels il semble se classer chronologiquement, il se caractérise du moins par une originalité assez franche.

Entre toutes les reproductions de la suite des *Apôtres* de Rubens, les planches issues du burin de Ryckemans sont encore les meilleures et son *Christ à la paille* est l'unique reproduction contemporaine qui existe de ce tableau justement admiré. Nous ne citons que pour mémoire les bustes du Christ et de la Vierge (B. 23-24; S. 68-69), planches rares, mais insignifiantes.

Quoi qu'il en soit, Ryckemans mérite plus d'attention que la valeur intrinsèque de ses œuvres n'en réclame, dans un ensemble aussi brillant que la réunion des estampes gravées d'après Rubens, du vivant du maître.

Mariette [2] désignait trois éditions du *Christ et les Apôtres* de Ryckemans. Son annotation, plus précise que celle de Basan et de Schneevoogt, démontre qu'après la publication faite par le graveur lui-même, deux éditeurs hollan-

[1] Musée d'Anvers, n° 300.
[2] *Op. cit.*, V, p. 57.

dais : *Koningh* et *De Wit* entrèrent successivement en possession des planches.

C'est encore un indice dont il y aura lieu de tenir compte dans la confection d'une monographie du maître, si pareil honneur lui échoit un jour.

---

A en croire les biographes, ce serait à l'école de Pontius que devraient se rattacher les deux Lauwers, Nicolas et Conrad, venus de Leuze (Hainaut), leur lieu natal, pour travailler à Anvers. Nicolas ayant vu le jour en 1620, d'après Immerseel [1], et Conrad en 1623, d'après Heller, les deux frères ne pourraient réellement prendre place qu'à la suite de Pontius et des Bolswert s'il n'y avait dans les notices qu'on leur consacre autant d'erreurs que de mots.

Père et fils et non frères, Nicolas et Conrad Lauwers naquirent à Anvers, le premier en 1600, le second en 1632 [2], et déjà en 1619-1620, l'on voit Nicolas Lauwers admis à la maîtrise de S^t^-Luc, alors que Pontius, dont il reçut prétendument les conseils, faisait encore son apprentissage.

Par son admission à la maîtrise, Lauwers devient contemporain de Vorsterman et nul doute que les deux artistes n'aient travaillé côte à côte.

Mais, toute comparaison que l'on pourra établir entre leurs œuvres, tournera manifestement au désavantage de Lauwers, surtout dans les travaux qu'il est permis de considérer comme datant de sa jeunesse.

La planche du *Christ mort sur les genoux de la Vierge* (B. 104 ; S. 376) rattache complétement le graveur à l'ancienne école d'Anvers. L'intelligence du sujet a échappé au maître; ses types sont vulgaires et le dessin de sa planche est d'une extrême faiblesse.

La Madeleine qui s'incline pour arroser de ses larmes la main du Sauveur, est un des travaux les plus malhabiles que l'on puisse citer parmi les planches gravées d'après Rubens de son vivant.

Lauwers fut lui-même l'éditeur de cette gravure qui parut sans aucune mention de privilége.

[1] *Op. cit.*, II, p. 161.

[2] P. Génard : *Les grandes familles artistiques d'Anvers; Revue d'Histoire et d'Archéologie*. Bruxelles, 1859, t. I, p. 319.



Rubens l'admit, cependant, à reproduire une toile importante : l'*Adoration des Mages* peinte pour l'église des Capucins de Tournai [1]. La participation du grand peintre à l'exécution de cette planche est prouvée par son triple privilége : *Cum privilegio Regis Christianissimi, Principum Belgii et Ordinum Bataviæ.*

Peu artiste, au fond, médiocrement au fait de la variété des travaux nécessités par une planche de grandes dimensions et peuplée de personnages, Lauwers aurait pu s'acquitter plus maladroitement de sa tâche. Certaines parties de l'œuvre sont gravées avec talent, d'un burin assez moelleux, et l'on voit que l'auteur cherche la transparence, en réservant dans les plus grands noirs des intervalles de tailles, dont l'effet serait meilleur, sans la persistance monotone du système.

Quant aux types et aux extrémités, les efforts de Rubens ne sont pas parvenus à en inspirer au graveur la juste compréhension.

Lauwers fut plus heureux dans sa planche du *Christ montré au peuple* (B. 74; S. 256); mais si l'œuvre est de ses meilleures, elle en est sans doute redevable à une retouche magistrale de S. à Bolswert, dont le nom a déjà remplacé, au deuxième état, celui de Lauwers. La substitution se fit très-probablement du consentement de ce dernier, car les deux maîtres étaient liés, comme le prouve ce fait que Bolswert fut appelé, en 1630, à servir de parrain à une fille de Lauwers [2].

La planche de Lauwers n'avait pas d'abord la vigueur que les grands travaux de Bolswert lui donnèrent par la suite. Certaines parties furent même éclaircies à l'aide du brunissoir. On pourrait croire à une collaboration des deux graveurs, antérieure à l'état de la planche où le nom de Bolswert apparait. Lauwers serait l'auteur des grandes masses reflétées dans lesquelles son système de tailles éclaircies n'est pas mal appliqué, mais nous ne pensons pas qu'il eût été capable de buriner avec la vigueur qui se montre dans l'estampe, les personnages de l'avant-plan.

L'*Ecce homo* eut cinq états et parut successivement sous les adresses de

[1] Ce tableau est actuellement au Musée de Bruxelles.

[2] Génard : *op. cit.*, p. 320.

Lauwers, de Bolswert, d'Huberti, de Van Merlen; finalement sans adresse. Dès le premier tirage il porte cette mention, peu fréquente dans l'œuvre de Rubens : *Cum privilegio Consilii Sanctioris et Brabantiæ*. Le privilége émanait ainsi directement du Conseil privé et du Conseil de Brabant qui revendiquaient parfois le droit de conférer des priviléges de l'espèce.

Pourtant Rubens ne s'était pas désintéressé de la reproduction de cette œuvre, comme on le constate au Cabinet de Paris, par une épreuve qui porte de nombreuses retouches de sa main. Ces retouches ne furent point étrangères au succès de Bolswert dans son travail de correction.

Jugé dans l'ensemble de son œuvre, d'ailleurs peu considérable, Nicolas Lauwers ne resta point stationnaire. S'il en arriva, réellement, à pouvoir produire la grande planche du *Triomphe de la Loi nouvelle* (B. 7; S. 16), sa place serait fort proche de Bolswert. Un doute se glissera pourtant dans l'esprit de quiconque voudra rapprocher les planches grandioses du *Triomphe de l'Église* et de la *Destruction de l'idolâtrie*, gravées toutes deux par S. à Bolswert, de ce *Triomphe de la Loi nouvelle* que Lauwers signa en la double qualité de graveur et d'éditeur.

Le système est à ce point celui de Bolswert, les procédés et les effets sont si manifestement à lui, que la présence du nom de Lauwers, au bas de la planche, cause un peu de surprise.

Lauwers, qui publia d'excellents travaux de Bolswert, obtint peut-être son concours pour l'exécution d'un travail qui fait disparate dans son œuvre personnel, autant par le style que par l'effet.

La collaboration des deux maîtres peut être admise sans difficulté si l'on considère que toute la série des tapisseries de Rubens allait paraître à la fois et dans un format uniforme, ayant été commandée par Pierre Hannecart, sénateur anversois, pour être offerte à l'archiduc-gouverneur Léopold-Guillaume.

L'*Iconographie* de Van Dyck contient de Nicolas Lauwers un seul portrait : *Lelio Blancatio*, chevalier de Malte, assez bonne planche, d'un travail petit et sec. Il enrichit l'œuvre de Jordaens d'une estampe d'après la composition de *Jupiter et Mercure chez Philémon et Baucis*, qui ne rachète la médiocrité du dessin et l'aridité de la taille, que par une assez grande puissance

d'effet. Deux de ses planches d'après Gérard Zeghers : *Sainte-Cécile* et surtout la *Tabagie* ont assez de notoriété. Cette dernière forme le pendant du *Reniement de Saint-Pierre* de S. à Bolswert. L'analogie est assez grande entre les deux œuvres pour que l'on soit tenté de croire que Bolswert n'a pas été absolument étranger à l'exécution de l'une et de l'autre.

Lauwers fut élu doyen de la gilde de S^t-Luc en 1635 et forma des élèves : Henri Snyers et Gilles de la Forgie travaillèrent chez lui en 1635, Nicolas Pitau en 1644, Marin Vigilet en 1651, J.-B. Vervoort en 1652 [1]. Il mourut sans doute cette même année.

Sa dernière planche serait donc une grande thèse dédiée à Léopold-Guillaume d'Autriche, par son auteur Théodore d'Immerseel, comte de Bouchove. Le récipiendaire s'était présenté le 3 septembre 1652 à Louvain.

La composition de cette thèse est de Diepenbeke. La planche a des parties excellentes. Il y a, notamment, au haut de la droite, une draperie traitée d'une main vraiment habile.

Nicolas Lauwers fut égalé par son fils et, dans la suite des graveurs de Rubens, non contemporains du maître, Henri Snyers, son élève, vint occuper une place tout à fait distinguée.

Plus souvent éditeur que graveur, Lauwers le père doit autant de notoriété aux estampes issues de ses presses qu'à celles issues de son burin.

Bolswert fut son auxiliaire favori et les planches de ce graveur qu'il contribua à faire connaître, rivalisent en importance avec celles que Martin Van den Enden et Gilles Hendrickx mirent au jour.

Comme graveur, il pouvait transmettre à ses élèves les enseignements d'une expérience précieuse, dans un art dont la partie technique réclame de longues études, mais son rôle devait se borner là. Nous ne pensons pas qu'il eût compris Rubens avec assez d'intelligence pour redire à ses continuateurs le style du maître.

Snyers est, en réalité, l'élève de Van Diepenbeek et les plus grands succès de Nicolas Pitau furent remportés sous la direction de Philippe de Champagne.

[1] Voir les *Liggeren* de S^t-Luc, t. II, au nom de ces divers artistes.

A un moment de sa carrière Lauwers semble avoir été enthousiaste de Mellan. Il fit dans la manière de ce maître et d'après Rubens, deux petits portraits forts médiocres des frères Héliodore et Marcelin, religieux de l'ordre de S^t-François à Baréa en Espagne. Nous n'avons pu apprendre d'aucun auteur quelles furent les relations du grand peintre avec ces personnages.

---

La succession directe — l'on pourrait dire officielle — de Vorsterman, échut à un jeune Anversois, son élève, qui devait un jour prendre place parmi les représentants les plus distingués de l'École de gravure flamande. C'était Paul du Pont, mieux connu sous le nom latinisé de Pontius qu'il paraît avoir assumé dès ses premières œuvres, sans le garder d'une manière invariable.

Il n'est pas généralement connu que Pontius fut l'élève de Vorsterman et des auteurs se sont même avisés de le citer avant son maître.

A l'époque où M. Carpenter publiait son livre sur Van Dyck, il ne savait de Pontius que ce simple fait qu'il avait été le collaborateur de Rubens et de Van Dyck. Il ajoutait — se renseignant nous ignorons à quelle source — que Rubens s'était donné beaucoup de peine pour faire de Pontius un dessinateur à peu près correct [1].

Bien que dans l'ensemble de son œuvre Pontius doive être considéré comme un graveur exceptionnel, les circonstances mêmes sous lesquelles se développa son talent, pourraient justifier l'assertion de l'écrivain anglais.

Né en 1603 [2], Pontius n'avait pas atteint sa quatorzième année à l'époque où commença son apprentissage chez un maître fort obscur, le peintre Osayas Beet [3].

Il ne dut recevoir à cette première école qu'une très-superficielle initiation et vint travailler de bonne heure chez Vorsterman, que nous trouvons seul

[1] *Op. cit.*, p. 119.
[2] MEYSSENS : *Images de divers hommes d'esprit sublimes*, etc.
[3] Le 3 décembre 1616 : *Liggeren*, I, p. 528.

mentionné comme ayant dirigé ses études, dans le texte du portrait que Meyssens fit paraître à Anvers du vivant même du graveur.

En 1623, selon toute apparence, Vorsterman avait passé en Angleterre et, dès avant le commencement de 1622, nous savons que ses travaux avaient été interrompus. Pontius ne put donc recevoir ses conseils que de 1618 à 1621. A dix-huit ans il se trouvait émancipé et, comme ses premières planches d'après Rubens virent le jour quand il avait à peine vingt et un ans, on s'explique qu'il lui restât beaucoup à apprendre.

Ses progrès, cependant, furent extraordinairement rapides et en 1630 il était en possession d'un talent, pour ainsi dire sans rival, dans les Pays-Bas.

« Pontius, dit l'auteur des *Merveilles de la Gravure,* a poussé la science » du clair-obscur plus loin qu'aucun autre graveur de l'école de Rubens [1]. »

Le jeune maître ne devait acquérir qu'à la longue la sûreté du dessin qui pût lui permettre d'appliquer tous ses soins à l'expression de ses modèles. Sous ce rapport, bien qu'il ait enrichi l'œuvre de Rubens de planches excellentes, il fut, d'une manière générale, plus complétement heureux dans ses interprétations de Van Dyck, entreprises à une époque plus avancée de sa carrière.

Quelques-unes de ses estampes, d'après ce maître, se classent vraiment hors ligne et Pontius peut être envisagé comme le graveur par excellence de Van Dyck, de même que nous verrons un autre élève de Vorsterman, Marin Robin, devenir le traducteur le plus parfait de Jordaens.

Pontius eut sur les graveurs que l'on voit travailler aux côtés de Rubens le grand avantage de débuter et de poursuivre sa carrière dans le système exclusif de l'école du grand peintre.

Proportion gardée, son œuvre contient un nombre moins grand de planches médiocres que celui de la plupart de ses confrères. Ses progrès sont réguliers; il s'élève de bonne heure, et sans effort perceptible, au point extrême du plus rare talent et achève, sans trop faiblir, une existence relativement courte.

[1] Duplessis : *op. cit.*, p. 154.

Les premières planches de Pontius sont datées de 1624 et nous le montrent travaillant déjà sous la direction de Rubens.

On ne peut douter que l'année même du départ de Vorsterman, le grand peintre n'eût jeté les yeux sur Paul du Pont pour travailler, sous sa surveillance, à la diffusion de ses œuvres. La *Chaste Suzanne* (B. 34 ; S. 90) qui fut sans doute le premier travail personnel du graveur, parut dès l'année 1624 revêtue du triple privilége octroyé à Rubens.

Jugé dans cette œuvre de jeunesse, la somme des défauts de Pontius égalait au moins, à cette époque, celle de ses qualités. Son burin, assez raboteux, obtient sans grand effort un relief tout flamand, mais il dessine mal et semble plus pressé de produire que de châtier la forme.

La composition de Rubens, infiniment moins gracieuse, au reste, que celle dont il confia la gravure à Vorsterman, nous est connue déjà par une planche de Michel Lasne.

Pontius n'y ajoute aucune qualité nouvelle; ses types sont vulgaires. Peu habile à varier sa taille, il donne aux arrière-plans une importance exagérée, enlevant par là au groupe principal une partie de son effet. Sous la direction de Rubens, il pouvait et devait mieux faire.

Pourtant, le maître n'hésita point à confier à son nouveau collaborateur, la reproduction d'une de ses œuvres les plus grandioses : l'*Assomption de la Vierge* dont il avait, depuis peu d'années, orné la cathédrale d'Anvers. Il n'eut point à regretter sa confiance et l'estampe de Pontius est une œuvre surprenante, surprenante surtout comme émanant d'un artiste à peine âgé de vingt et un ans !

Mariette assure que Rubens avait fourni à son graveur un excellent dessin [1] et l'on connaît une contre-épreuve retouchée avec beaucoup de soin par le grand peintre [2].

Pontius n'en garde pas moins l'honneur d'avoir produit un travail brillant et très-varié. Bien qu'il dût s'écouler encore deux ans avant son admission à

[1] MARIETTE : *Abecedario*, V, p. 92.

[2] Cette épreuve figura à l'Exposition de l'œuvre de Rubens organisée à Anvers en 1877, sous le n° 205 du catalogue. Elle appartient à l'Université de Gand.

la maîtrise, il eût sans doute trouvé, dès cette époque, bien peu de graveurs disposés à se mesurer avec lui.

Non cependant que sa planche soit sans défaut; à côté de parties excellentes, les têtes et les extrémités trahissent encore assez d'inexpérience. Mais Rubens ne fut pas trop sévère dans sa retouche et put respecter la majeure partie du travail de son graveur.

Il est digne de remarque, au reste, que Pontius eut l'honneur d'être copié plus tard par un graveur français du plus rare mérite : Antoine Masson, et que ce praticien ne rendit sa planche que de la manière la plus maladroite.

Rubens n'était pas homme à laisser longtemps ses collaborateurs inactifs et l'année 1624 n'était point révolue que, pour la troisième fois, il faisait appel au burin de Pontius.

Mandé à Bruxelles au mois de septembre, le peintre y avait reçu pour mission de reproduire les traits du prince de Pologne [1]. Il fit une œuvre excellente.

Ah! que M. Fromentin, qui parle de Rubens portraitiste, en termes si sévères, se fût relâché de sa rigueur s'il s'était mieux souvenu de quelques effigies célèbres laissées par le grand peintre!

Ce n'est point apparemment « le premier venu » que ce jeune cavalier coiffé du vaste *sombrero* que surmonte l'aigrette polonaise. Ce portrait que l'on peut voir au palais Durazzo à Gênes où, chose à peine croyable, il passe pour être le portrait de Rubens lui-même, est une des œuvres capitales d'une galerie fort riche, pourtant, en tableaux des premiers maîtres [2].

Les contemporains du prince durent être satisfaits de la ressemblance à en juger par les nombreuses copies qui nous sont restées de la planche de Pontius.

Le jeune graveur avait été vite en besogne et sa planche était achevée

[1] Gachard : *op. cit.*, p. 26.

[2] Bien que l'œuvre soit d'une authenticité irrécusable, elle n'est sans doute qu'une répétition. Dans l'estampe de Pontius le prince Wladislas Sigismond est vu jusqu'à la taille. Il est simplement en buste dans le portrait de Gênes.

avant l'expiration de l'année 1624. Il s'était montré soigneux, mais paraît avoir éprouvé des difficultés sérieuses dans la reproduction des mains.

Pontius collabora, sans doute en 1625, à l'ouvrage que Rubens avait commencé sur les camées antiques et dont il soumettait les premières épreuves à M. de Valavés avec la lettre que nous avons reproduite. On peut lui attribuer le *Triomphe de Germanicus* et le *Quadrige,* mais au fond, ces œuvres ont peu d'importance. Il faut rappeler, toutefois, que d'après le titre l'ouvrage est positivemeut issu de la collaboration de Vorsterman et de Pontius.

En 1625 Rubens fit en France un séjour prolongé. L'absence du maître ralentit les travaux de Pontius qui était alors son seul graveur.

Dans une lettre à Dupuy, le peintre dit au sujet d'un portrait de Spinola qu'il vient d'achever : « la gravure en est différée à cause de mes autres » occupations [1]. » Il tenait donc essentiellement à contrôler ses graveurs et son absence vient expliquer qu'aucune planche datée de 1625 ne figure parmi les estampes de Pontius.

Il se peut encore qu'une partie de cette année fût consacrée à la préparation d'une planche importante qui vit le jour en 1626 et marque un progrès considérable dans la manière du graveur : *Saint Roch, patron des pestiférés* (B. 44 ; S. 133).

La composition grandiose de Rubens est célèbre à juste titre.

Agenouillé au haut de la toile, saint Roch reçoit d'un ange sa glorieuse mission. A ses pieds, des malheureux frappés de la peste implorent le secours divin. Le mélange d'espoir et de souffrance des agonisants a été traduit par Rubens avec une intensité de sentiment dramatique que lui-même a rarement égalée. Il fallait plus qu'un habile buriniste pour rendre une telle page, il fallait pénétrer assez avant dans la pensée et le sentiment du grand peintre pour égaler, non-seulement la puissance de son coloris, mais la force d'expression contenue dans chaque trait du pinceau.

Pontius fut à la hauteur de sa tâche et peu de graveurs ont laissé dans l'œuvre de Rubens un spécimen plus remarquable de leur talent.

Il a su rompre l'uniformité de sa taille, varier ses travaux, être à la fois

[1] Ém. Gachet : *op. cit.*, p. 141. (Lettre du 2 septembre 1627.)

léger et puissant et utiliser même avec un certain bonheur, les ombres reflétées de Nicolas Lauwers. Enfin, dans les parties architecturales, dans les masses de nuages, donnant une libre carrière à sa nature vigoureuse, il creuse le cuivre avec une énergie qui le rapproche de Bolswert, le buriniste le plus puissant de l'école de Rubens.

La planche est exécutée d'après un dessin qui fit autrefois partie du cabinet Crozat et auquel, d'après Mariette, Rubens n'avait eu aucune part.

Pontius était désormais à la hauteur des plus grands travaux et ce fut sans doute ainsi que le jugèrent les doyens de la corporation de S^t-Luc, en lui conférant la maitrise, peut-être sur le vu du *Saint Roch*. Peu de mois après, il recevait à son tour, pour élève, le graveur François Van den Wyngaerden.

Rubens ne sollicita l'intermédiaire d'aucun éditeur pour la publication des planches de Pontius et le graveur lui-même n'apparaît que rarement en cette qualité.

L'inscription des priviléges appartenant en propre au grand peintre n'est pas seulement une approbation donnée au travail du graveur; elle indique bien réellement que le peintre avait rempli les formalités nécessaires à la publication des planches qui se vendaient à son profit.

En novembre 1626 il écrit à Dupuy [1] « j'ai envoyé différentes estampes
» à M. Tavernier [2], d'après sa demande et sur les instances de M. de Valavès.
» Il ne m'en a jamais accusé réception. Veuillez lui faire demander par un
» de vos gens si elles sont arrivées entre ses mains. »

L'envoi des estampes de Rubens équivalait donc à un véritable dépôt.

Le fait, en lui-même, n'a rien que d'ordinaire. Pourtant, il doit être signalé, car le lecteur se rappellera que Vorsterman fut presque toujours chargé par Rubens de la publication des planches qu'il avait gravées d'après son maitre.

Le privilége de Rubens fait défaut sur la *Flagellation* que Pontius grava d'après une toile peinte en 1617 pour l'église des R. P. Dominicains d'An-

[1] Émile Gachet : *op. cit.*, p. 85.
[2] Tavernier était un éditeur flamand fixé à Paris où il jouissait d'une grande notoriété.

vers. Ce fut un éditeur hollandais, Van der Stock, qui publia cette planche de la bonne époque du graveur et que l'on pourrait croire contemporaine du *Saint Roch.* Elle passa plus tard aux mains de l'éditeur Hendrickx.

En 1627, Pontius fit paraître une grande planche de la *Descente du Saint-Esprit* (B. 119; S. 428), œuvre vigoureuse composée exclusivement de figures drapées [1]. La composition ne se distingue pas par un grand style et n'offre qu'un intérêt médiocre.

Mariette s'enthousiasme d'une planche de l'année suivante : le *Christ au tombeau,* dans laquelle, à son jugement, Pontius aurait éclipsé Vorsterman. « Il (Pontius) a voulu imiter la manière de Vorsterman, mais ce dernier n'a » rien gravé de si léger. » Le *Christ au tombeau* deviendrait dès lors une des plus belles — sinon la plus belle — des planches du maître.

A l'époque où il exécutait ce travail, Pontius avait travaillé déjà sous la direction de Van Dyck dont quelques auteurs fixent le retour à Anvers à l'année 1626. Le corps du Christ est certainement traité avec une délicatesse qui justifie les éloges de Mariette et pourrait faire croire à l'influence de Van Dyck. Nous n'étendrons pas cependant aux diverses parties de l'œuvre le commentaire élogieux de l'écrivain français. Il y a certes des perfections plus hautes dans le *Christ au tombeau,* ou dans le *Bienheureux Herman Joseph,* gravés d'après Van Dyck. Les types y ont une distinction dont l'absence est à peine compensée par les qualités matérielles de certaines parties de la planche gravée d'après Rubens.

Le tableau qui servit de modèle à Pontius avait été peint pour l'église des Capucins à Bruxelles, comme le dit une inscription sur la planche elle-même. Il orne aujourd'hui le Musée de cette ville [2].

S. à Bolswert fut appelé à graver une seconde fois la même œuvre et la comparaison des deux planches est fort intéressante. Elle révèle une différence matérielle assez curieuse.

Pontius eut, pour se guider, un dessin remarquable qui fait partie de la collection du Louvre. Dans ce dessin, de même que dans la gravure, la main

[1] Ce tableau est au Musée de Munich, n° 290 du catalogue Marggraff (1872).
[2] Catalogue Fétis, n° 288.

de saint Jean repose sur l'épaule de la Vierge. L'attitude n'est plus la même dans la gravure de Bolswert, conforme, en cela, au tableau du Musée de Bruxelles.

Il est permis de se demander si la pose de l'apôtre donna matière à des critiques, comme ce fut, dit-on, le cas pour la belle planche de Bolswert d'après le *Christ « à l'éponge »* de Van Dyck, et si de là naquit une nouvelle reproduction du *Christ au tombeau*.

Il n'y a d'autre analogie entre les planches des deux graveurs que celle de la composition et l'on pourrait croire qu'ils ont pris à tâche d'éloigner autant que possible l'idée d'un rapprochement de leurs œuvres. Pontius n'a pas grand style et alourdit ses personnages plus que de raison; Bolswert, au contraire, ne garde de Rubens que l'effet général, pour côtoyer, autant que possible, l'imagerie religieuse. A cet égard la planche est une des plus curieuses de son œuvre.

L'estampe connue sous le titre de *Combat de l'esprit contre la chair* (B. 12; S. 31) vit le jour en 1628. Elle n'a qu'une importance accessoire et, comme donnée, nous reporte à un demi-siècle en arrière. Sa destination n'est guère explicable en l'absence d'un texte latin qui a échappé à Basan et Schneevoogt et qui sortit des presses plantiniennes sous le titre de : *Bellum intestinum hominis interioris et exterioris.*

Le poëme est imprimé en placard et la gravure en est, à proprement parler, l'illustration.

Le guerrier chrétien est suspendu entre ciel et terre; les démons cherchent à l'attirer dans les profondeurs infernales tandis que les anges l'élèvent vers les béatitudes célestes. C'est une très-vieille donnée.

La pièce est fort rare dans son état primitif et ne figure pas dans le recueil formé par l'imprimerie plantinienne. Le Cabinet de Paris possède le seul exemplaire complet que nous ayons rencontré.

Ce fut la dernière planche que Pontius ajouta en 1628 à l'œuvre de Rubens. Au mois d'août l'immortel artiste partait pour l'Espagne et son retour n'eut lieu qu'en mai 1629 [1]. Encore ne fit-il que traverser la Bel-

[1] Gachard : *op. cit.*, p. 117.

gique, allant s'embarquer à Dunkerque pour l'Angleterre où il resta jusqu'au 6 mars 1630 [1]. Son absence totale fut donc de près de deux années.

Pendant cette longue période la gravure des œuvres du maître se trouva virtuellement suspendue et plusieurs de ses collaborateurs purent trouver à s'employer auprès de Van Dyck. Ce fait est clairement établi par des planches nombreuses qui virent le jour à Anvers et reproduisent des toiles de ce grand peintre.

L'éloignement de Rubens était, du reste, un obstacle matériel à la reproduction de ses œuvres; il le déclare fréquemment lui-même [2].

Les années qui suivirent le retour de Van Dyck dans sa patrie constituent dans la carrière du jeune peintre une période d'extraordinaire activité. Si l'un de ses contemporains a pu affirmer, même sous la foi du serment, qu'il lui arrivait de peindre des tableaux d'après des estampes de Pierre de Jode [3], Van Dyck n'en créa pas moins, à cette époque, des toiles admirables, sans parler des portraits de l'*Iconographie* et de ses inimitables eaux-fortes.

Pontius fut un de ses collaborateurs les plus assidus et le portrait de l'éminent chalcographe, exécuté à l'eau-forte par Van Dyck, doit dater de cette époque de leurs relations.

Agé de vingt-six ans, Pontius nous apparait avec une physionomie gracieuse et intelligente. Une légère moustache ombrage à peine sa lèvre.

On ne saurait assigner aux estampes gravées d'après Van Dyck un ordre positif. Nous savons que la *Sainte Rosalie* date de 1629, et qu'en 1630 le *Bienheureux Herman Joseph* était achevé [4]. Ces deux toiles furent reproduites par Pontius avec le plus rare talent.

[1] Gachard, *op. cit.*, p. 188.

[2] Sainsbury : *op. cit.*, lettre CLXXVII, p. 188.

[3] J. Breughel, fils de Breughel de Velours, né à Anvers en 1601 : L. Galesloot : *Un procès pour une vente de tableaux attribués à Van Dyck*. Anvers, 1868, p. 10. Le fait est absolument exact. Van Dyck copia notamment d'une manière textuelle la *Madeleine repentante* de Sprangér, gravée par Pierre de Jode le vieux; cette composition fut gravée à son tour par Arnold de Jode d'après Van Dyck.

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers*, p. 455.

D'autre part, la *Vierge et l'enfant Jesus* [1] et le *Christ mort* que Van Dyck peignit pour le Béguinage d'Anvers, parurent avec des dédicaces du peintre à l'une de ses sœurs et à son ami l'évêque Triest. La publication de ces planches est antérieure au deuxième voyage du grand portraitiste en Angleterre.

Pontius ne grava pas moins de trente portraits pour l'*Iconographie*. « Le » maître lui-même retouchait les épreuves qui lui étaient soumises dit, en » parlant de Van Dyck, M. Duplessis, et il ne consentait à laisser paraître » une estampe, il n'autorisait l'artiste à y mettre son nom que lorsqu'il » jugeait qu'il n'y avait pas possibilité de pousser plus loin l'exactitude de » la reproduction [2]. »

Ces lignes, écrites à propos des portraits, s'appliquent d'une manière non moins précise à la reproduction des tableaux du peintre et l'on connaît assez de grisailles et de dessins rehaussés qu'il prépara de sa main pour servir de guide à des graveurs.

Certes, pour un graveur, ce n'était point déchoir, de travailler sous la direction d'un peintre tel que Van Dyck, alors même que ses travaux antérieurs avaient été dirigés par Rubens. Si le maître et l'élève procédaient d'une manière identique, leur tempérament était assez dissemblable pour obliger des interprètes à chercher des combinaisons plus particulièrement adaptées au style de l'un et de l'autre. L'intervention du peintre lui-même avait, dès lors, une importance majeure.

Pontius, nous l'avons dit, fut pour Van Dyck le graveur par excellence et Mariette estime avec toute raison que l'on ne saurait voir de plus belle estampe que la *Vierge apparaissant au bienheureux Herman Joseph* [3].

Ce n'est pas un des caractères les moins remarquables du génie de l'émiment graveur que l'adaptation si parfaite de son style et de sa manière aux œuvres de Van Dyck.

A peine semble-t-il se souvenir des vigoureuses oppositions exigées par la traduction des toiles de Rubens. Son burin acquiert pour Van Dyck des

[1] Delmarmol, n° 1359.
[2] *Eaux-fortes d'Antoine Van Dyck*, p. 5.
[3] *Abecedario*, II, p. 190.

douceurs imprévues; il charme par sa grâce, comme naguère il étonnait par sa vigueur.

Le chef-d'œuvre de Pontius est le *Christ mort* que Van Dyck dédia à sa sœur Gertrude, religieuse au couvent du Falcons à Anvers. On sait par Mariette que cette planche fut exécutée d'après une grisaille [1].

Le graveur introduit la plus intelligente variété dans ses travaux et la délicatesse de modelé du corps du Christ étendu, à l'entrée de la grotte du sépulcre, ne saurait être assez admirée.

La Madeleine, d'autre part, est traitée avec autant de correction que de fermeté.

D'après la tradition, Van Dyck aurait donné à cette figure les traits de sa sœur. Le profil est gracieux, en effet, et l'on pourrait, sans trop d'effort d'imagination, y retrouver de l'analogie avec la figure bien connue du peintre lui-même.

Quel fut l'éditeur des estampes gravées par Pontius d'après Van Dyck? Les mots *cum privilegio* inscrits sur toutes les épreuves pourraient se rapporter au peintre lui-même et, du reste, les frais d'exécution étaient faits par lui, comme l'indique cette phrase du titre de son recueil de portraits : « ..... *ab A. Van* » *Dyck expressæ, ejusq. sumptibus æri incisæ.* »

Si Van Dyck confia personnellement à Martin Van den Enden le soin de publier ses portraits, comme on l'assure, nous cherchons le motif qui l'eût détourné d'en user de même pour les magnifiques planches que Pontius grava d'après ses grandes toiles. Nous le trouverions peut-être dans le départ du peintre pour l'Angleterre et les portraits seraient alors postérieurs aux sujets religieux. D'autre part, il importe de remarquer que Martin Van den Enden débutait à peine comme éditeur à l'époque où Van Dyck travaillait à Anvers et que son inscription à la gilde de S$^{t}$-Luc ne date que de 1630-1631.

Aucune des estampes que Pontius ou Pierre de Jode le jeune entreprirent de graver d'après les grandes toiles de Van Dyck, alors même que le peintre les revêt d'une dédicace, ne porte le nom de Van den Enden, et si

[1] *Abecedario*, II, p. 185.

l'adresse de ce marchand se rencontre sur des planches gravées par Bolswert, c'est que, sans doute, la publication de celles-ci n'eut lieu que postérieurement à l'apparition des œuvres de Pontius et de De Jode. Nous pensons que, d'une manière générale, Van Dyck doit être considéré comme le propre éditeur de ses planches.

Les portraits de l'*Iconographie* sont rarement datés et l'ensemble, tel qu'il nous apparaît, est nécessairement le fruit d'une très-longue élaboration.

Le portrait de Le Roy, remanié par Pontius, eut sa nouvelle édition dès l'année 1631 et, même en 1645, l'éditeur Meyssens demandait encore au graveur un portrait de la duchesse Marie d'Arenberg pour le joindre à un recueil dont on lui attribue l'entreprise en concurrence de celui de Hendrickx. Le portrait de Balthasar Gerbier ne fut gravé par Pontius qu'après 1634 puisqu'il porte la mention : *Ætatis suæ 42, anno 1634;* le portrait de Rockox, enfin, fut exécuté en 1639, le personnage ayant alors 79 ans; ce qui est indiqué sur la planche dès son premier état.

On sait avec quelle perfection rare Pontius reproduisit les effigies si distinguées que Van Dyck nous a laissées de ses contemporains illustres comme savants, comme artistes et comme guerriers. La suavité de son burin est incomparable dans la plupart de ces planches où vraiment il se pénètre des intentions du dessinateur, au point d'annihiler sa personnalité, de traduire Van Dyck, comme l'eût fait Van Dyck lui-même légitimant presque l'injuste et trop fréquente omission du nom du graveur au bas des épreuves des meilleurs tirages.

Le grand peintre voulut reconnaître le dévouement de son collaborateur en lui donnant une place dans son panthéon de gloires contemporaines et ce fut Pontius lui-même qui, cette fois, rendit sa propre image par le burin.

Le retour de Rubens à Anvers fut le signal de la reprise des travaux de Pontius d'après les œuvres de l'illustre maître.

Il faut dater de cette époque la gravure de certains portraits exécutés, sans doute, en Espagne et dont les exemplaires eurent un caractère en quelque sorte privé. On ne peut s'expliquer autrement la rareté des épreuves tirées de ces planches dont Rubens retoucha plusieurs fois les premières

impressions. Mariette connut ces estampes qui sont au nombre de trois : une femme et deux hommes représentés en buste dans des encadrements ornés [1].

Le Cabinet impérial de Vienne possède les épreuves complètes de ces planches avec les noms des personnages et la signature de Pontius [2].

Les hommes sont désignés comme *D. Manuel de Moura Cortereal, marquis de Castel Rodrigo* et *D. Christobal, marquis de Castel Rodrigo.* Le portrait de la femme ne porte aucun nom. Basan disait que c'était la mère du « précédent » marquis de Castel Rodrigo; pour Delmarmol c'était l'épouse du même seigneur.

La dame est vue de face, portant au cou une large fraise, et sur la poitrine un collier de pierreries. La planche est signée : *P. Pontius, sculp.* [3]. Les trois pièces portent l'écu de Castel-Rodrigo à *six os de mort posés en fasce 2 par 2, les apophyses affrontées; au chef d'argent à la croix alézée de gueules.*

Don Manuel porte le même écu : *parti d'argent à sept tours 3, 1, 3.* Il est chevalier du Christ et porte à sa ceinture une clef.

Le pourpoint de don Christobal est orné de l'épée de l'ordre de St-Jacques.

« Toutes les épreuves que j'ai eu l'occasion de voir de ces trois » portraits, tant celles de M. de Beringhen que celles de M. Boule, de » M. Chubéré et les nôtres, dit Mariette, étaient toutes retouchées par » Rubens même [4]. »

Les planches sont gravées avec une grande netteté et dans une manière qui les ferait plutôt attribuer à Bolswert ou à Pierre de Jode le jeune qu'à leur véritable auteur.

Rubens fit reproduire sous sa direction par Pontius le portrait du comte-duc d'Olivarez, son puissant protecteur [5], d'après un original de Velasquez.

[1] MARIETTE : *Abecedario*, V, p. 125.
[2] Le cabinet de Paris possède les épreuves avant toute lettre.
[3] Hauteur 310 millimètres, largeur 215.
[4] *Abecedario*, V, p. 125.
[5] WILLIAM STIRLING : *Annals of the artists of Spain*. London, 1848, p. 535.

Il compléta l'œuvre par un encadrement grandiose de figures allégoriques dans le genre de celui qu'il avait donné au portrait du comte de Bucquoy. La planche est une des plus magistrales du graveur. Le modelé de la face est excellent et obtenu par un travail d'une douceur qui rappelle les bons travaux de Vorsterman.

Gevartius composa pour ce portrait des vers latins à la louange du ministre espagnol à qui Rubens fit la dédicace de sa planche.

Un peu plus tard, et peut-être sur un ordre venu d'Espagne, le graveur fut obligé de prononcer et d'allonger la barbe, particularité qui caractérise aux yeux des iconophiles les états postérieurs de la planche.

Pontius avait marché à pas de géant. Heurté d'abord dans ses oppositions, poussant la vigueur plus loin que Rubens ne semble l'avoir aimée chez ses graveurs, il arriva par degrés à vaincre toutes les difficultés et à résoudre cet idéal de toute estampe de faire oublier la main du graveur pour ne montrer que l'ouvrage du peintre [1]. Il eut ce rare bonheur de se voir successivement guidé par trois maîtres exceptionnels; les deux plus grands peintres que la Flandre ait possédés et le plus éminent des graveurs néerlandais : celui que de son temps même nous avons vu qualifier de « Lysippe de la gravure [2]. »

Deux planches importantes de Pontius sortirent des presses anversoises avant l'expiration de l'année 1630 : *Thomyris faisant plonger dans le sang la tête de Cyrus* et le *Portrait de Rubens.*

La première planche fut gravée d'une manière complète d'après un dessin conservé à la galerie grand-ducale de Weimar et que Mariette, qui en fut le possesseur, envisageait avec toute apparence de raison comme exécuté entièrement par Rubens [3]. Pontius sut éviter les noirs trop intenses et résoudre avec talent le difficile problème des figures reflétées. Le groupe des suivantes et des pages de la reine des Scythes est, sous ce rapport, des plus heureux.

[1] Emeric David : *op. cit.,* p. 53.
[2] Voir le portrait de Vorsterman gravé d'après Van Dyck par son fils.
[3] Telle n'est pas l'opinion de M. Villot : *Notice des tableaux du Musée du Louvre.* Paris, 1869, 2e partie, p. 230.



Phototypie Jos. Maes.

## THOMIRIS.

*Grisaille de Rubens, appartenant à Mr le Chevalier de Burbure à Anvers.*

Mariette déclare la *Thomyris* une des plus belles estampes exécutées d'après les tableaux de Rubens [1].

Le grand peintre interpréta deux fois, et avec une rare excellence le dramatique épisode que Pontius fut appelé à graver. On connaît l'horreur de cette donnée. Une mère vengeant la mort de son fils, assistant impassible au trépas de l'assassin qui, même privé de vie, doit s'imprégner encore du sang qui n'a pu le désaltérer dans le cours de son existence.

Le tableau du Louvre est célèbre [2]. Thomyris y est représentée assise sur un trône élevé, le sceptre à la main. La scène se resserre dans un cadre étroit.

L'autre composition, au contraire, la seule qui fût reproduite [3] en gravure, se développe en largeur. Elle appartient à lord Darnley et figura à l'exposition des trésors d'art de Manchester.

La toile du Musée de Paris peut être citée parmi les œuvres importantes que le maître ne fit point graver. Il en avait sans doute projeté la reproduction, car il existe une magnifique grisaille qui figura à l'exposition de son œuvre faite à Anvers en 1877 [4]. Aucun graveur n'a jusqu'ici voulu se mesurer avec les collaborateurs directs du grand peintre dans la reproduction d'un de ses meilleurs tableaux.

La planche de Pontius, sans nom d'éditeur, parut avec les trois priviléges de Rubens et ce ne fut que beaucoup plus tard, et déjà usée, qu'elle passa dans le fonds de Gaspard Huberti. Van Merlen la posséda à son tour et la fit copier par Ragot. D'autres graveurs français gravèrent encore la *Thomyris*. Elle faisait partie de la galerie du Palais Royal.

Le *Portrait de Rubens* est, sans doute, une des planches intéressantes de l'œuvre de Pontius. A ne considérer que la puissance et l'harmonie de l'effet,

[1] *Abecedario*, V, p. 117.

[2] École flamande, n° 433.

[3] Schneevoogt indique par erreur l'estampe de Pontius comme exécutée d'après le tableau du Louvre.

[4] Supplément au catalogue n° 18. L'œuvre appartient à M. le chevalier de Burbure, membre de l'Académie à Anvers, à la gracieuse obligeance duquel nous devons de pouvoir joindre à notre travail la reproduction ci-contre.



la planche est des meilleures. Le grand peintre s'est représenté de trois quarts coiffé de son chapeau typique, la moustache relevée, le manteau rejeté sur l'épaule. Rien de plus précieux que cette effigie. Elle a fixé à jamais les traits du maître.

Le graveur a voulu pousser la planche jusqu'à l'extrême limite de son savoir; il a caressé et presque poli le cuivre, aminci son travail qui, dans les chairs, a l'inconsistance du pointillé.

En somme, à force d'affiner le trait, il est tombé dans la sécheresse et l'on ne peut se dissimuler qu'il ne soit cassant dans les contours.

Rubens apporta plusieurs modifications à ce portrait avant d'en autoriser la publication. Il réduisit la moustache, d'une crânerie exagérée et dont la pointe envahissait la joue jusque contre l'œil; il élargit l'ombre portée par le chapeau pour réduire sans doute le développement du front déjà dégarni, et augmenta un peu le volume de la chevelure. Ces modifications ressortent de l'examen des épreuves rarissimes des Cabinets de Paris [1] et d'Amsterdam.

Pontius a interprété avec plus de charme certains portraits de Van Dyck. Pourtant il faut reconnaître à son portrait de Rubens des qualités nombreuses et surtout un éclat que la gravure atteint rarement.

D'après Schneevoogt [2], Rubens était âgé de trente ans à l'époque où fut peint ce portrait. L'erreur exige à peine une rectification.

A trente ans, en effet, Rubens était encore en Italie et il suffit de rappeler le portrait de Munich où le peintre s'est représenté avec sa première femme pour rendre inacceptable une version peut-être fondée sur la date M. DC. XXX inscrite au haut de la planche.

D'après Smith le portrait de la collection royale d'Angleterre qui servit de modèle à Pontius aurait été peint par Rubens à l'âge de quarante-deux ans environ, ce qui est plus près de la vérité.

On sait, en effet, par une lettre de William Trumbull à sir Dudley Carleton, en date du 1er mars 1622 [3], que lord Danby avait été chargé par le

[1] DE LABORDE, n° 134.
[2] *Op. cit.*, p. 156, n° 1.
[3] SAINSBURY, p. 62.

prince de Galles de demander à Rubens son portrait et le peintre lui-même relate le fait dans une lettre à M. de Valavès du 10 janvier 1625 [1]. « Monsieur le prince de Galles est le prince le plus amateur de la peinture » qui soit au monde... Il m'a demandé par l'agent d'Angleterre résidant à » Bruxelles avec telle insistance mon portrait qu'il n'y eut aucun moyen » de le pouvoir refuser, encore qu'il ne me semblât pas convenable » d'envoyer mon portrait à prince de telle qualité, mais il força ma » modestie. »

C'est bien là le portrait que Pontius a gravé et nous acquérons ainsi la preuve que Rubens était âgé pour le moins de quarante-cinq ans lorsqu'il reproduisit ses traits à la demande du prince de Galles [2].

Selon Michel [3], l'estampe de Pontius serait la reproduction d'un dessin à la plume fait par Rubens en 1630 et que le biographe avait vu chez les Jésuites d'Anvers. Pour ne rien omettre, enfin, nous ajouterons que Mols consigne dans ses notes [4] l'observation suivante : « Il est douteux que ce » dessin soit l'original d'après lequel Pontius a exécuté son estampe. »

Le dessin, vendu avec les œuvres appartenant aux Jésuites lors de la suppression de l'ordre en 1773, fut acquis pour la galerie de Vienne; jusqu'à ce jour il y est resté introuvable.

Pontius fut lui-même l'éditeur de sa planche qu'il signa : *Paulus Pontius sculpsit et excudit cum privilegio.* Le nom de Rubens est inscrit en grands caractères sur l'encadrement [5]. Le maître ne l'accompagne pas de ses armoiries selon l'usage assez fréquent alors [6].

Les progrès réalisés par Pontius pendant l'absence de Rubens se tra-

[1] *Apud,* Ruelens : p. 28.

[2] Nous rectifions ici notre propre erreur. Dans un article sur *Les graveurs de Rubens* (l'*Art*, t. X, p. 229), nous disions que Rubens avait cinquante-trois ans à l'époque où il peignit ce portrait.

[3] *Histoire de la vie de Rubens.* Bruxelles, 1771, p. 102.

[4] *Anecdotes pittoresques ou nouvelle description des églises d'Anvers en 1775.* Bibliothèque de Bruxelles, MSS. 5737, p. 139, note *d.*

[5] Les épreuves avant la lettre sont rares. Le Musée Plantin à Anvers en possède une.

[6] Rubens ne reçut qu'en décembre 1630 le diplôme qui l'autorisait à joindre à son blason un quartier tiré des armes d'Angleterre : Van Hasselt, p. 148.

duisirent d'une manière éclatante dans son *Christ crucifié* dit « au coup de poing [1], » travail qui le ramenait, dans une certaine mesure, au style des œuvres dont Van Dyck avait dirigé la gravure. Il trouva des finesses inaccoutumées pour rendre une peinture grandiose par son expression.

La distension violente des muscles du thorax est rendue avec un talent extrême. Bien que le tableau soit d'une grande vigueur [2] la planche n'a pas les noirs intenses que nous verrons dans certaines œuvres de Bolswert. La liaison se fait sans effort entre les blancs vifs du linge qui ceint les reins du Christ, les chairs éclairées par la lueur blafarde des éclairs et les vigueurs du ciel où flottent de sombres nuages. L'expression poignante de la tête renversée redit avec éloquence cette phrase de l'évangile de St-Luc que Rubens écrivit de sa propre main sur la planche [3] : *Clamans voce magna Jesus ait Pater in manus tuas commendo spiritum meum...*

Le travail des chairs mérite d'être considéré. Le trait du burin très-mince se relie par un pointillé à peine perceptible aux grandes lumières des tibias et des muscles antérieurs de la cuisse.

La planche — toujours sans adresse d'éditeur — porte la date de 1631. Mariette assure qu'elle fut rarement bien imprimée [4], ce qui tient peut-être à l'usure qui devait suivre rapidement la grande finesse du travail.

Le dessin qui servit de modèle à Pontius, appartint à M. de Crozat et plus tard au graveur Wille qui l'avait payé un haut prix [5].

Un examen sérieux de l'ensemble des travaux de Pontius démontre un fait remarquable. La marche ascendante du talent du graveur s'arrête à 1631 et si, à dater de cette époque, ses productions ne sont pas dépourvues totalement des qualités d'effet qui caractérisent ses œuvres antérieures, il se relâche visiblement dans sa poursuite de l'expression et du style pour s'appliquer à des manœuvres de burin d'un goût peu relevé.

Le passage était des plus dangereux; Pontius entrait directement en lutte

[1] A cause d'une lutte qui s'engage autour du crucifix entre les anges et les démons.
[2] Musée d'Anvers, n° 281 du catalogue.
[3] Épreuve du Cabinet de Paris.
[4] Mariette : *Abecedario*, V, p. 86.
[5] Mariette : *loc. cit.*

avec un compétiteur que l'on voit, à ce moment, appliqué à la traduction des œuvres de Rubens et qui méritait d'ailleurs par le plus rare talent d'attirer l'attention du maître. Il s'agit de S. à Bolswert [1]. Peut-être même l'influence de ce graveur fut-elle pour une part dans le changement de voie que nous avons signalé chez Pontius. Rien de plus fréquent que ces exemples dans la carrière des artistes.

Quoi qu'il en soit, à dater de 1631, le chef de l'École flamande ne confie plus avec la même régularité à Pontius la reproduction de ses toiles; c'est à des intervalles assez éloignés que paraissent les planches nouvelles de celui-ci d'après Rubens. Cela est si vrai, qu'en 1631 le graveur pouvait disposer librement de son temps pour graver d'après Gérard Zeghers une immense *Adoration des Mages* qui fut dédiée par le peintre à Alvarez de Basan, marquis de S<sup>ta</sup>-Cruz.

Cependant, c'est de 1632 que datent trois estampes intéressantes d'après Rubens : les portraits de Philippe IV, de la reine Élisabeth de Bourbon, sa femme (B. 16; S. 172-173), et le *Portement de la croix* (B. 75; S. 262), dont le peintre fit plus tard, pour l'abbaye d'Afflighem, un vaste tableau, considérablement modifié, qui se trouve aujourd'hui au Musée de Bruxelles [2].

Remarquable par une très-grande hardiesse de burin, la dernière de ces planches est pourtant uniforme à force même de vigueur; les plans y sont insuffisamment déterminés.

Dans les portraits des souverains espagnols, Pontius s'éloigne notablement de ses effigies antérieures d'Olivarez et de Rubens lui-même. Le pourpoint de velours noir, que porte le roi, est comme sabré de hachures traversant diagonalement la poitrine, tandis que la face elle-même est ombrée à grands traits courbes.

L'effigie de la reine n'est pas moins prestement enlevée.

En somme, ces œuvres sont dignes d'admiration, mais il n'est point possible de se dissimuler que le graveur abandonne la voie de sage progrès et de calme recherche qu'il avait suivie jusqu'alors.

[1] M. Nägler avait saisi comme nous cette rivalité.

[2] N° 285 du Catalogue. — Esquisse au Musée d'Amsterdam.





En 1636 Pontius fut appelé à graver le titre d'une thèse soutenue à Douai par Robert de Vitry de la compagnie de Jésus. L'invention seule de la planche était de Rubens [1]; le dessin émanait de Van Diepenbeke et représentait le *Concours de Neptune et de Minerve.* On reconnait à peine la main de Pontius dans ce travail flasque et pâle qui serait une œuvre ordinaire pour Natalis.

Il est plus énergique, cependant, dans une composition de même nature, et peut-être antérieure, où saint François d'Assise : *Seraphicus Atlas,* supporte trois sphères que domine la Vierge.

Six planches datées de 1638 démontrent que Rubens ne renonça jamais entièrement à la collaboration de Pontius.

La plus sérieuse de ces œuvres est la *Présentation au temple* (B. 34; S. 48) qui reproduit, un peu amplifié, l'un des volets de la *Descente de croix.* Rubens suivit avec sollicitude la confection de cette planche qu'il publia lui-même, revêtue de ses priviléges.

Le Cabinet de Paris conserve une épreuve, sans doute unique, d'un premier état auquel furent apportées des modifications importantes. Le maitre refit entièrement sur l'épreuve la main de l'enfant qu'on voit à droite, tenant un flambeau. Cette main, dont le pouce et l'index étaient d'abord seuls visibles, a été dégagée jusqu'au poignet [2].

La vigueur du travail de Pontius semblera peut-être excessive à ceux qui se rappelleront la toile gracieuse de la cathédrale d'Anvers. La taille est ouverte et uniformément lourde et le graveur est amené ainsi à pousser ses noirs à outrance. De plus, son dessin est très-incorrect.

Pontius contribua la même année, par l'adjonction des bustes de *Sophocle,* de *Socrate,* d'*Hippocrate,* de *Scipion* et de *Néron* (B. 6; S. 25 : 1, 2, 4, 7 et 12) au recueil des bustes antiques entrepris par Rubens, travail dans lequel il eut pour collaborateurs Vorsterman et Witdoeck. Il déploya tout à l'aise dans ces œuvres sa dextérité de burin.

Ces planches furent les dernières qu'il produisit sous la direction de Rubens. Lorsque, deux ans après la mort du grand peintre, le chanoine de Taxis de

[1] *P.-P. Rubens C[omponit?].*

[2] Ce premier état n'est pas cité par Basan et Schneevoogt.

la cathédrale d'Anvers l'appela à reproduire l'incomparable toile du *Massacre des Innocents,* l'œuvre grandiose que l'on admire de nos jours au Musée de Munich ne donna lieu qu'à une planche imparfaite dont l'adroite facture supplée médiocrement à l'absence de style.

Mariette rangeait cette œuvre parmi les dernières du graveur qui pourtant, à cette époque, n'avait travaillé encore pour aucun éditeur régulier : Meyssens ou Hendrickx [1], sans parler des travaux d'une certaine importance, qu'il produisit encore plus tard.

A notre connaissance Pontius ne fit qu'une seule infidélité à l'école néerlandaise et la tentative fut malheureuse. Il grava d'une pointe aride un *Christ au tombeau* du Titien, planche rare, même au second état, où les figures sont allongées. G. Zeghers, Van der Horst, Jean Van den Hoeck, Abraham Van Diepenbeke lui durent un certain nombre de reproductions.

Médiocre paysagiste, il lui arriva de recourir au burin plus léger de Wenceslas Hollar pendant le séjour de ce dernier aux Pays-Bas, pour compléter deux planches d'après Pierre van Avont [2].

Jordaens aussi le chargea de reproduire deux de ses toiles, peut-être à l'époque où se relâchèrent les relations du graveur avec Rubens. La *Fuite en Égypte* a des qualités puissantes et rend avec une véritable adresse la manière du maître. La Vierge est traitée avec un talent remarquable.

On doit moins louer le *Roi de la fève,* d'un travail plus sec, et où la pointe du burin se fait trop sentir pour rendre l'onctueux modelé de l'illustre peintre. L'œuvre a pourtant des parties excellentes et qui font songer à Corneille Visscher.

A l'exception de deux ou trois sujets religieux d'après Rubens, Pontius semble avoir consacré les dernières années de sa carrière à la gravure des portraits. Sa troisième manière est appliquée avec assez de bonheur à ce genre de travaux.

En 1639, déjà, il avait rendu d'un burin brillant et ferme le portrait de Rockox qui n'eut pas moins de sept états et dont l'auteur serait plutôt Rubens que Van Dyck, dont le nom ne figure sur la planche que bien tard,

[1] A l'exception de ses portraits, aucune planche de Pontius ne fut éditée par Martin Van den Enden.

[2] Parthey : *Wenzel Holler,* n[os] 276 et 277.

et peut-être par une spéculation d'éditeur. Sans trop chercher l'expression, Pontius obtient souvent dans ses portraits une vigueur remarquable.

Médiocre dans une effigie de la duchesse Marie d'Arenberg, gravée en 1645 pour l'éditeur Meyssens, d'après une peinture de Van Dyck, il sut faire preuve d'une véritable virtuosité de burin dans un grand portrait de l'archiduc Léopold-Guillaume d'après F. Luycx (1647) et dans une série de planches gravées d'après Anselme Van Hulle.

Ce peintre gantois, qui fut successivement au service du prince d'Orange et de l'empereur Ferdinand, ne recula pas devant l'œuvre immense de peindre d'après nature tous les plénipotentiaires réunis à Munster pour le congrès de 1648 [1].

Jugé dans ce travail, le peintre était vraiment habile. Le burin des meilleurs graveurs flamands lui fut prêté pour la reproduction des portraits qui forment un recueil des plus intéressants.

Pontius, son élève Conrad Waumans, Corneille Galle le jeune, Pierre de Jode, M. Borrekens fournirent les planches qui sont au grand complet au nombre de cent trente et une. Pontius eut, pour sa part, à graver onze personnages parmi lesquels nous retrouvons ce même Philippe Le Roy que Van Dyck avait peint vingt années auparavant et qui fut reproduit en gravure dans la planche à laquelle collaborèrent Vorsterman et Pontius.

Aucune des effigies que notre graveur insère dans le volume, ne porte une date postérieure à 1648, et il dut aller vite en besogne pour suivre d'un pas si leste l'auteur des peintures. Mais Pontius burinait largement et l'on compterait sans grande fatigue les tailles espacées dont il couvre un visage, sans presque les croiser.

Remarquons, à ce propos, que tous les graveurs qui collaborent au livre d'Anselme Van Hulle adoptent une manière uniforme et leurs planches se

[1] Il y joignit même le portrait de la célèbre duchesse de Longueville, venue à Munster, avec son mari, et dont le rôle s'explique par ces jolis vers :

*Ces héros assemblez dedans la Westfalie*
*Et de France et du Nord, d'Espagne et d'Italie,*
*Ravis de mes beautés et de mes doux attraits,*
*Crurent en voiant mon visage*
*Que j'estois la vivante Image*
*De la Concorde et de la Paix*
*Qui descendoit des Cieux pour appaiser l'orage.*



distinguent difficilement en l'absence de signatures, telles qu'on les trouve au premier état. En réalité, ces praticiens usent de ce que l'on pourrait appeler une *recette* et la circonstance est des plus curieuses à noter.

Lorsque Jean Meyssens publia en 1649 ses images d'artistes[1], il eut pour associés presque tous les interprètes de Van Hulle. Pontius fut du nombre et lui donna les portraits de Van Dyck — représenté jeune et imberbe — de Van Diepenbeke, et de Gonzalès Coques. Ces planches sont assez brillantes, mais le cèdent aux portraits des ambassadeurs.

Les dernières planches que Pontius grava d'après des œuvres de Rubens furent exécutées pour le compte de l'éditeur Gilles Hendrickx. Le style du grand peintre y est, hélas! étrangement travesti.

*La Vierge adorée par plusieurs saints et saintes* (B. 17; S. 48), d'après l'œuvre suave placée sur le tombeau du maître, à l'église S^t-Jacques d'Anvers; l'*Adoration des Bergers* (B. 10; S. 35), un tableau secondaire de la Galerie de Munich; le *Couronnement de la Vierge* (B. 16; S. 41)[2] ne peuvent être considérés qu'avec un sentiment de tristesse lorsque l'on songe aux nobles travaux de l'auteur. Mariette a même pu dire du *Couronnement de la Vierge* que si l'on n'y lisait le nom de Pontius, il serait impossible de croire que la planche fût de ce graveur. L'œuvre est sans date; peut-être ne fut-elle suivie d'aucune autre. On le souhaiterait à la gloire du maître.

Une des dernières planches datées que nous connaissions de Pontius est de 1654. C'est un curieux et rare portrait de Christine de Suède, représentée en armure, d'après Juste d'Egmont, un des élèves de Rubens. L'œuvre avait été peinte l'année même de l'abdication de la reine, à qui Pontius dédia sa planche.

Le burin ne manque ni de vigueur ni d'éclat et l'on peut s'étonner, en présence de tant d'adresse, de l'infériorité des dernières œuvres où le graveur interprète Rubens.

En 1656, le 11 juillet, Pontius dédiait à l'abbé de S^t-Michel d'Anvers, N. van Couwerven, un *Saint Norbert*, encore tracé d'une main ferme.

[1] *Images de divers hommes d'esprit sublime*, etc. Anvers, 1649. Ces planches furent plus tard insérées dans le *Gulden Cabinet* de De Bie.

[2] Musée de Bruxelles, n° 289.



En 1657, il continuait de figurer sur les contrôles de la chambre de rhétorique d'Anvers : *la Giroflée* [1], affiliée à la gilde de S[t]-Luc, et nous avons de lui un portrait gravé la même année pour le recueil de Meyssens : Baudouin Van Eck, d'après Gonzalès Coques, une planche qui ne manque ni de finesse ni d'expression. Il expirait le 16 janvier 1658 âgé de moins de 55 ans.

Pontius ne travailla-t-il qu'en Belgique ? Nous n'oserions trop l'affirmer. Non qu'il ait reproduit des œuvres d'écoles étrangères, mais à cause de la présence des noms d'éditeurs hollandais sur certaines de ses planches. L'éditeur Van den Stock publie son grand portrait du prince Frédéric Henri et l'éditeur Banheining lui confie la reproduction du portrait de Vorstius, professeur de botanique à l'Université de Leyde, d'après Gérard Petri (Peeters), portrait assez rare. On ne rencontre l'adresse de Banheining que sur des œuvres produites en Hollande. Le séjour de Pontius à l'étranger ne peut avoir été que de courte durée.

« Graveur admirable », disait de son vivant l'inscription du portrait du maître placé dans le recueil de Meyssens. Nul ne contestera la légitimité de l'éloge.

Associé dès ses jeunes années à l'œuvre des plus grands peintres de son pays, il sut trouver des formes nouvelles d'expression pour un art dont aucun maître ne fit mieux valoir les ressources.

Continuateur de Vorsterman, il est d'autant plus digne d'admiration qu'il vient ajouter encore au fonds si riche de son maître, des richesses nouvelles. Flamand de naissance et de tempérament, il traduit avec leur coloris propre et sans même jeter sa personnalité dans la balance, les deux coloristes les plus puissants de son pays.

Aucun graveur, à cet égard, ne saurait être étudié avec plus de fruit et les nombreuses copies que les contemporains mêmes de Pontius firent de ses œuvres, établiraient seules, au besoin, leur importance aux yeux des hommes du métier.

Il fut le plus éminent des graveurs de souche anversoise et — chose singulière — un des très-rares compatriotes que s'associa Rubens.

[1] *De Violiere.*

---



## CHAPITRE IX.

Les frères BOLSWERT. — Ils arrivent en Belgique artistes complets. — Leurs travaux en Hollande. — Boétius, l'aîné, appartient à l'école d'Abraham Bloemaert. — Schelte, le cadet, est déjà en 1612 un habile graveur. — Les Bolswert à Bruxelles : leur collaboration à l'*Académie de l'Espée*. — Date probable de leur arrivée à Anvers. — Travaux de Boétius auprès de Rubens. — Sa mort. — S. A BOLSWERT. — Son prénom défini par lui-même. — Incertitude de ses relations avec Rubens. — Relations avec les éditeurs d'Anvers : Martin Van den Enden, Nicolas Lauwers. — Il retouche les planches de Witdoeck. — Planches importantes exécutées après la mort de Rubens. — Entrée de l'archiduc Léopold Guillaume à Gand (1635). — Dernière œuvre.

---

La forme d'expression nouvelle, et si complétement originale, que revêt la gravure flamande au temps de Rubens, se traduit avec une éloquence singulière dans l'œuvre de deux graveurs, doués d'un sentiment esthétique moins délicat que Vorsterman, mais plus constamment heureux dans les reproductions qu'ils livrent au public.

Nés en Hollande et formés l'un et l'autre aux enseignements de l'école d'Utrecht, les frères Bolswert, jugés dans leurs travaux indépendants de Rubens, semblent si éloignés du grand peintre, que rien n'annonce le rang exalté qu'ils viendront occuper parmi les graveurs adonnés à la transcription de ses œuvres.

Les Bolswert, qui avaient vu le jour en Frise, durent, très-probablement, se fixer dans le Brabant vers 1619, mais ils n'y vinrent point, comme on l'a dit, pour apprendre la gravure, car ils jouissaient dès longtemps en Hollande d'une réputation fondée sur des travaux d'un incontestable mérite.

Trois peintres alors célèbres : le grand portraitiste Michel Miereveld, Abraham Bloemaert et le malinois Vinckeboons, fixé à Amsterdam, leur avaient, dès longtemps, fourni des modèles interprétés du burin le plus adroit [1].

Suivant l'usage fréquent en Hollande au XVII<sup>e</sup> siècle et, imitant en cela l'exemple d'un confrère et compatriote illustre : Willem Jacobzoon Delff, les Bolswert s'en tinrent de bonne heure au nom de leur lieu natal. Les pièces de leur jeunesse sont presque toujours signées : *Boetius Adam Bolsuerd* ou *B. Adams Bolswert* et *S. A. Bolswert* [2]. Plus tard la seconde initiale devient minuscule et n'est plus, en réalité, qu'une préposition indiquant un lieu d'origine. Parfois, enfin, elle est omise.

On rattache Boëce de Bolswert, l'aîné des frères, à l'école de Corneille Bloemaert, oubliant que ce graveur n'avait vu le jour qu'en 1603 et se trouvait être ainsi de vingt années plus jeune que l'élève qu'on prétend lui donner. Il faut admettre, au contraire, avec M. Renouvier, que Boëce s'était formé à l'école d'Abraham Bloemaert et le nombre de dessins que cet artiste confia à son graveur démontre assez qu'il le tenait en singulière estime.

Boétius prit, du reste, à ses débuts, la manière complète de Bloemaert le père, lorsque celui-ci maniait la pointe et, sur la petite *Junon,* gravée par le maître [3], Bolswert est indiqué comme simple éditeur, ce qui crée entre eux un nouveau rapport.

On fixe à 1580 l'année de la naissance de Boétius à Bolswert [4] qui parait avoir habité Harlem en 1612 comme l'indiquerait une inscription du registre baptistaire de la paroisse catholique de cette ville [5].

Nous signalons, du reste, comme venant à l'appui de cette supposition,

[1] En 1610 parurent les *Désordres de la guerre*, gravés par Boétius à Bolswert d'après Vinckeboons.

[2] Un acte scabinal passé à Anvers en 1634 à la mort de l'aîné des frères, désigne ses héritiers collatéraux comme enfants d'*Adam van Bolswert. Adams* devrait donc, selon M. de Busscher, signifier : *Adamssone :* fils d'Adam. (Article Bolswert : *Biographie nationale*, Bruxelles 1868.) Nous ferons observer, cependant, que certaines pièces sont signées *Adam.*

[3] Andresen, n° 2.

[4] W. Eekhoff : *De Stedelijke Kunstverzameling van Leeuwarden.* Leeuwarden, 1875, p. 289.

[5] Van der Willigen : *op. cit.*, p. 87.



une planche du Cabinet d'Amsterdam, datée de 1610, et donnant le portrait d'Adalbert Eggius, vicaire à Harlem.

Déjà l'année précédente Bolswert avait gravé une vue intérieure de la Bourse d'Amsterdam, planche en travers, qui ne mesure pas moins de 60 centimètres sur 43, et porte une dédicace aux magistrats de la ville. Cette estampe est signée sur un ballot tenu par un génie : *B. Adams Bolsuerd*, et datée de 1609. Un privilége de dix années était accordé à l'éditeur Colyn et la planche qui précédait de deux ans l'achèvement de l'édifice qu'elle représente, peut être envisagée comme une œuvre en quelque sorte officielle [1].

De même que Bloemaert, les Bolswert professaient le culte romain et cette circonstance peut expliquer en partie leur venue dans les Pays-Bas catholiques.

En Hollande, nous l'avons dit, ils suivent exclusivement les œuvres de Bloemaert, de Vinckeboons et de Miereveld. Une suite de quatre feuilles, datée de 1610, œuvre de Boétius, retrace les misères de la vie du paysan, à cette époque troublée par des guerres incessantes, et célèbre les douceurs de la trêve récente par un festoiement général.

L'œuvre a pour dessinateur David Vinckeboons et pour titre : *Boeren-verdriet.* Le burin y est large et brillant et rappelle en tout les procédés de Swanenburg.

Voilà pour l'aîné des frères.

En 1612, Bolswert le cadet, grave d'après le même Vinckeboons une planche capitale : l'*Entrée du Christ à Jérusalem*, et ce travail est publié par Boétius.

La circonstance que Michel Miereveld se sert du burin de Boétius à Bolswert pour reproduire ses portraits, est digne de remarque.

Elle range, évidemment, le graveur parmi les maîtres les plus considérés de la Hollande dans la gravure des portraits, et nous montre les deux frères en relations directes avec Guillaume Delff, qui devint en 1618, le gendre de Mie-

[1] M. Frederik Muller, à Amsterdam, possède les deux seuls exemplaires que nous connaissions de cette planche importante.





reveld [1] en même temps que son graveur ordinaire. Ce rapport met en relief une analogie incontestable de système et de manière et achève de démontrer l'erreur des biographes qui prétendent nous montrer les frères Bolswert venant se former à l'école d'Anvers.

En 1614 parut, toujours en Hollande, la suite des scènes agrestes que Boétius grava d'après Abraham Bloemaert et dont il signa le titre : Boétius *Adam* (et non *Adams*) Bolsuerd.

Fixé à Amsterdam, il présentait le 17 juin de l'année suivante une requête aux États de Hollande, à l'effet de pouvoir publier avec un privilége les portraits du comte palatin Frédéric V et de son épouse la princesse Élisabeth, fille de Jacques I[er] d'Angleterre, qu'il venait de graver d'après Miereveld. La demande fut accueillie et le privilége de cinq ans octroyé.

Les planches virent le jour la même année et, le 12 septembre, les États accordaient une somme de 72 florins au graveur pour vingt-six exemplaires de son travail [2].

Au mois d'avril de l'année 1616, un nouveau privilége de quatre ans est accordé à Bolswert pour la publication d'un portrait du comte Guillaume-Louis de Nassau, stathouder de la Frise, toujours d'après Miereveld [3].

Ces portraits sont des œuvres du plus haut mérite et M. Kramm envisageait le dernier comme un des ornements de sa riche collection d'estampes [4].

Bolswert possédait les qualités voulues pour graver avec succès les travaux de Miereveld : la correction, la vigueur, un modelé habile.

Par contre, à cette époque de la carrière du maître, on peut signaler dans sa manière une sécheresse du burin dont il ne se départit complétement que sous la direction de Rubens.

Il est permis de fixer à l'année 1618 l'arrivée probable de l'aîné des Bolswert en Belgique. Ce n'est point toutefois à Anvers qu'il grave

[1] D. Francken : *L'œuvre de Willem Jacobszoon Delff.* Amsterdam, 1872, p. 9.
[2] Dodt : *Archief*, etc., VI, pp. 375 et 376.
[3] Dodt : *Archief*, etc., VI, p. 388.
[4] C. Kramm : *De levens en werken der Hollandsche en Vlaamsche Kunstschilders, enz.*, I, p. 118.



les planches de la *Sylva anachoretica,* publiée deux fois en 1609 par Henri Aertssens et par Jérôme Verdussen, car, en 1612 déjà, le recueil avait eu en Hollande une première édition dont Bolswert lui-même était l'éditeur.

Les figures, assez grandes, sont gravées comme l'exigeait la manière de Bloemaert, rondement et avec une vive opposition de lumière et d'ombre. Elles durent occuper pendant un temps raisonnable leur auteur, car elles sont nombreuses et soignées.

Quoi qu'il en soit, en 1620, nous voyons Boétius à Bolswert reçu maître de la gilde de S<sup>t</sup>-Luc d'Anvers après avoir été, au mois de janvier de cette même année, inscrit à la Sodalité des célibataires dont il fut préfet en septembre 1622 [1].

La *Via vitæ æternæ* d'A. Sucquet parut à Anvers chez Martin Nutius en 1620, et l'approbation est du mois de juillet 1619. L'ouvrage ne contient pas moins de trente-trois planches de Bolswert. En 1622 Henri Aertssens donnait, de son côté, un petit volume intitulé: *Vitæ passionis et mortis J. C. mysteria..,.. per Joannem Bourghesium S. J., figuris æneis expressæ per Boetium A. Bolswert.* Il y avait là encore soixante-seize petites pièces très-compliquées.

Le séjour du graveur à Anvers ne semble avoir été que temporaire, car plusieurs de ses ouvrages des années suivantes sont datés de Bruxelles. C'est encore dans cette ville qu'il obtient le 1er mars 1627 l'approbation pour un petit livre mystique, entièrement son œuvre, texte et planches, et qu'il dédie « aux jeunes filles vertueuses. » Ce livre, publié chez Henri Aertssens à Anvers, a pour titre : « *Duyfkens en Willemynkens Pelgrimagie tot haren Beminden binnen Jerusalem* [2]. »

Les images sont triviales et rendent les aventures et les mésaventures des deux sœurs dont l'une seulement finit par atteindre son fiancé dans la ville sainte.

La même année parut une édition française des *Pia Desideria* du P. Herman Hugo, sous le titre de « *Pieux désirs imités des latins du R. P. Herman*

[1] *Liggeren*, etc., I, p. 567.

[2] Il y a de cet ouvrage une édition française bien connue sous le titre de *Voyage de Colombelle et de Volontairette.*



*Hugo par P. J. Jurisc., mis en lumière par Boëce à Bolswert* M. DC. XXVII. *Ils se vendent à Paris chez Seb. Cramoisy*, in-12; *imprimé à Anvers chez Cnobbaert M. DC. XXVII*, approuvé à Bruxelles, le 28 avril 1624, par Florent de Montmorency, provincial des Jésuites, et dès le 11 novembre 1623 par Henri Smeyers, censeur des livres.

Les planches de ce travail, très-brillantes et nettement gravées, sont dans le goût des Wiericx. Les sujets, pour être mystiques, sont parfois très-risqués dans leur interprétation.

On en peut dire autant, du reste, des planches du recueil de Sucquet mentionné plus haut.

Évidemment, à l'époque où Bolswert produisait ces travaux insignifiants, il n'avait pas été encore appelé à l'honneur d'interpréter les toiles de Rubens et, en vérité, les œuvres qu'il mettait au jour sur le sol flamand ne le désignaient guère à l'attention du maître.

Que, du reste, celui-ci n'avait pas connaissance des planches antérieures de Bolswert, nous l'induisons de ce passage d'une lettre écrite à Pierre Dupuy sous la date du 12 novembre 1626 [1]. « Ces portraits de maître » Michel, gravés en Hollande, à ce que vous me dites, n'ont pas encore paru » ici, ce qui me contrarie fort, car je suis bien curieux de les voir. »

C'est en 1625-1626 seulement que le plus jeune des Bolswert est admis, à son tour, à la gilde de S[t]-Luc d'Anvers et, antérieurement à cette date, les deux frères avaient travaillé à Bruxelles, comme le démontre leur collaboration à la magnifique *Académie de l'Espée* de Gérard Thibault d'Anvers, ouvrage dans lequel, sur plus d'une planche, ils font suivre leur nom du mot *Bruxellæ* ou *Bruxellis*.

Ce fut pendant l'exécution des planches destinées à ce recueil qu'ils semblent avoir transféré définitivement leur domicile à Anvers et la preuve nous en est fournie par les planches mêmes du livre II [2], où figure pour la première fois, à la suite de leur nom, le mot *Antverpiæ*.

[1] GACHET, p. 80 : « *Questi rittrati di maestro Michel tagliate in rame in Ollanda come V. S.* » *mi dice, non sono comparsi in queste parti, che molto mi dispiace, perche sarei curiosissimo* » *per vederli.* » Il s'agissait des portraits de Michel Miereveld.

[2] N[os] 3 et 9.



Les amateurs de beaux livres attacheront toujours un grand prix au traité d'escrime de Girard Thibault, si bien illustré par Crisp. De Passe, A. Matham, Isselburg, Delff, Lastman, Rob. de Beaudoux, Van Panderen, etc...

Les noms de tous ces graveurs rappellent, comme on le voit, une date un peu antérieure à celle que porte le livre, et nous constatons, effectivement, que le privilége accordé à l'auteur par le roi de France est du mois de décembre 1620, tandis que le privilége trentenaire des États de Hollande n'est accordé qu'en juin 1627 à ses héritiers.

Vient maintenant le point de savoir si les Bolswert furent les collaborateurs de Rubens avant leur établissement à Anvers. Nous ne le croyons pas.

Bien que l'aîné des frères fût affilié à la gilde de St-Luc dès l'année 1620-1621, on ne le voit point travailler d'après Rubens à l'époque où celui-ci fait appel au burin de Vorsterman et de Pontius. Boëce de Bolswert n'a d'ailleurs enrichi l'œuvre du maître que d'un petit nombre d'estampes, et ce fait même paraît établir qu'il n'entra en relation avec le grand peintre que dans les dernières années d'une carrière qui prit fin en 1633 [1].

On n'a point rendu à Boétius à Bolswert, comme graveur de Rubens, la justice que mérite un talent supérieur. Sa réputation parmi les collaborateurs du peintre ne peut se fonder, il est vrai, que sur quelques planches; mais si l'on tient compte de cette circonstance qu'il avait précédé son frère de plusieurs années, si l'on considère surtout la science et l'harmonie de ses travaux, ne peut-on légitimement lui attribuer une part considérable des éloges dont on s'est montré si prodigue pour son frère? Est-il juste, enfin, d'admettre d'une manière absolue que S. à Bolswert a seul compris que la gravure au burin pouvait exprimer l'effet d'une peinture tout en suivant fidèlement la composition et le dessin?

Pour nous, les deux Bolswert dans leurs rapports avec Rubens doivent être confondus dans une même admiration, et l'on peut, sans diminuer en rien la valeur des travaux de l'un, rendre hommage aux qualités de l'autre, envisagé comme interprète du génie anversois.

[1] En 1632-1633 ses héritiers payent à la gilde de St-Luc une somme de 3 florins 8 sous pour contribution mortuaire. *Liggeren*, II, 44.



En citant les travaux de Boétius à Bolswert ne rappelle-t-on pas, au reste, quatre des planches les plus estimées de l'œuvre de Rubens : le *Jugement de Salomon,* la *Résurrection de Lazare,* la *Cène* et le *Christ en croix* dit « Coup de lance ? » Les trois dernières planches, surtout, atteignent un rare degré de perfection. Le graveur y épuise les ressources du procédé, faisant du burin, autant qu'il est possible, l'auxiliaire du pinceau.

A en juger par le style autant que par la manière, le *Jugement de Salomon* ouvre la série des planches que Boëtius à Bolswert joignit à l'œuvre de Rubens.

A l'époque de la publication de cette estampe, que Rubens revêtit de son triple privilége, l'œuvre originale ornait à l'hôtel de ville de Bruxelles la salle où se rendaient les arrêts de la justice et elle périt, sans doute, dans l'incendie allumé par le bombardement de 1695 [1].

Bien que l'estampe ne porte aucune date, il faut renvoyer son exécution, tout au moins sa publication, jusqu'après 1629, par la raison que la dédicace est faite à deux magistrats bruxellois : Franciscus Van der Ee, *prætor,* c'est-à-dire Amman, et Englebert de Taye, ancien *consul,* c'est-à-dire bourgmestre, magistrats que Bolswert qualifie de *Juris bonique publici servantissimis Dominis suis,* rappelant sans doute, le séjour qu'il avait fait à Bruxelles.

Englebert de Taye se démit de ses fonctions municipales en 1629 à l'époque de son accession à la noblesse [2] et les termes de la dédicace : ..... *Engleberto de Taye ..... consuli reliquoq. senatui urbis Bruxellensis,* s'expliquent par là.

Nous voyons donc se fortifier la supposition que les Bolswert n'entrèrent en relation avec Rubens qu'après le transfert définitif de leur domicile, de Bruxelles à Anvers, transfert assez bien établi par les mentions de l'*Académie de l'Espée.*

[1] Mols : *État des tableaux de P.-P. Rubens existant aujourd'hui* (1775), MS. de la Bibliothèque royale de Bruxelles, p. 455, assure que le tableau brûlé représentait *Cambyse et le Juge prévaricateur.* L'un et l'autre tableau peuvent avoir péri. Le texte de notre gravure porte : « *Schema hoc Salomonici judicii ad aram Themidis...* » La grande salle du Palais de Justice de Rouen est ornée d'une copie de ce tableau donnée comme une création de Mignard.

[2] Henne et Wauters : *Histoire de la ville de Bruxelles.* Bruxelles, II, p. 545.



Bien que le *Jugement de Salomon* (B. 24; S. 57) occupe dans l'œuvre gravé de Rubens une place distinguée, cette planche le cède encore aux trois autres que B. à Bolswert exécuta d'après le grand peintre anversois. Sans doute, il s'est approprié avec une adresse remarquable le style et la manière du peintre, il s'est pénétré de son esprit au point de transformer sa propre manière, mais le burin n'a pas perdu pour cela toute la rigidité acquise à la copie des œuvres d'un Mierveld. L'excellent modelé des chairs, la vigoureuse distribution du clair et de l'ombre, ne donnent pas le change sur l'accentuation parfois cassante de certains contours et l'on se rappelle cette observation de Mariette [1] que « ce Bolswert mettait plus dans la » manière de Vorsterman que son frère, » entendant ainsi que le burin a une précision de trait qui n'existe pas toujours chez S. à Bolswert.

Bolswert fut lui-même l'éditeur de cette estampe, que Rubens revêtit de son propre privilége. Elle fut copiée plus tard par Ragot, avec les autres œuvres du graveur.

Lorsque le bourgmestre Rockox offrit aux Récollets d'Anvers un autel de marbre, du nouveau style importé d'Italie par Rubens, il fit appel au grand peintre pour compléter l'œuvre par une de ses toiles. Ce fut à cette occasion que le grand artiste exécuta son admirable *Crucifiement* connu sous le nom du « Coup de lance », actuellement au Musée d'Anvers [2].

L'impression que produit, même de nos jours, et après de malheureuses retouches, cette œuvre extraordinaire, ne peut être comparée qu'à celle que le spectateur éprouve en présence des plus grandioses conceptions de l'École italienne.

Le Sauveur, vu de profil, a, sous le pinceau de Rubens, une majesté admirable et d'autant plus frappante, qu'elle contraste avec les contorsions qu'une intolérable douleur provoque chez l'un des larrons. Chose horrible! il est parvenu à dégager un pied; la tête du clou a traversé les chairs sanglantes et le supplicié agite en criant le membre meurtri tandis qu'un soldat,

[1] Tome V, p. 86.
[2] *Catalogue*, n° 265.

placé sur une échelle appuyée à la croix, lui porte un coup de barre de fer. Ce n'est là qu'un épisode du drame.

La Vierge à la fois si simple et si grande dans sa douleur, l'admirable élan de la Madeleine, implorant la pitié des bourreaux en faveur du Christ, tout concourt à faire de cette toile une des œuvres les plus émouvantes de l'art flamand.

Entreprenant de faire graver un tel tableau, Rubens eut recours au burin de Boétius à Bolswert, et c'est en considérant la planche de ce maître que Mariette fait le rapprochement que l'on connaît, entre la manière de l'auteur et celle de Vorsterman.

A cause de ce que l'écrivain français appelle la « sujétion des armes », la composition a été reproduite dans le sens de la peinture, chose assez peu fréquente chez les graveurs anciens. Le dessin avait donc été retracé à rebours par l'emploi du miroir.

Ce qui doit frapper le connaisseur dans la planche de Bolswert, c'est l'admirable distribution de la lumière. Le graveur donne à sa planche un éclat prodigieux tout en prenant sur certaines couleurs un parti décisif.

Les draperies bleue et rouge de la Vierge et de saint Jean, placés à l'avant-plan, absorbent la somme principale de lumière et, ne pouvant aspirer à rendre la différence des couleurs mêmes, le graveur a compris que l'effet de sa planche devait dépendre du relief qu'il donnerait à un groupe capital qui ne pouvait être sacrifié, même à la figure du Christ inondée de la lumière qui tombe d'un ciel fulgurant.

Boétius est, parmi les graveurs de Rubens, celui dont l'entente de l'effet s'est le mieux manifestée et nous ne pouvons que le répéter : les éloges que tant d'écrivains attribuent légitimement à son frère, comme harmoniste et comme dessinateur, peuvent bien lui revenir en partie. Que si Renouvier constate le grand progrès que le second Bolswert fait faire à la gravure au burin, rappelant, à ce propos, les hardiesses et les raffinements des écoles antérieures, l'on ne fait que compléter la pensée du savant iconographe en rappelant que le frère même du graveur avait fondé sur un vaste savoir pratique des innovations qu'il devait appliquer d'une manière plus étendue dans un œuvre aussi riche que varié.

Boétius fut encore l'éditeur du *Crucifiement,* sans doute au nom de Rubens, comme le démontrent les priviléges obtenus par le maître. La planche qui, dès l'année 1631, eut sa seconde édition, eut en outre, de nombreuses copies dont la meilleure parut chez Mariette.

La *Résurrection de Lazare* fut la troisième des grandes planches publiées par Boétius à Bolswert d'après le grand peintre anversois.

L'estampe reproduit un tableau célèbre de la galerie de Berlin.

Lazare sort du tombeau et Marthe se précipite pour lui délier les mains.

Le graveur a rendu en maître les expressions diverses : l'espoir, la reconnaissance, l'amour, la surprise et l'effroi qui se peignent sur le visage des témoins du prodige. Les détails sont irréprochables et le burin, dont nous constations naguère la sécheresse, parvient ici à rendre cet étonnant mélange de force et de légèreté dont le pinceau de Rubens donne le fréquent exemple.

On n'a jamais contesté que la *Résurrection de Lazare* ne fût au nombre des plus belles planches gravées d'après Rubens.

Mariette a exposé avec éloquence et savoir, les modifications que l'œuvre de Rubens subit de la part du graveur, pour assurer l'effet de sa reproduction.

« Je préjuge, dit-il, que Rubens, conservant les principales figures de sa
» composition, l'aura étendue dans le dessin qu'il avait fait pour donner au
» graveur et dans lequel je vois plusieurs changements dans la distribution
» des lumières, faits avec toute l'intelligence possible et nécessaire pour
» mettre dans l'estampe une harmonie qui n'y eût point été si l'on s'en fût
» tenu à l'effet que produit la couleur dans le tableau. Je n'en veux que ce
» simple exemple : le bras du Christ qui dans l'estampe est le bras gauche,
» est teinté et du même ton que le reste de la figure ; au contraire, dans le
» tableau, ce bras est vêtu d'une draperie blanche qui le fait paraître très-
» clair. Ce bras se tirait en clair sur le fond, qui est un ciel en cet endroit ;
» dans l'estampe où ce n'est pas le ciel qui sert de fond à ce bras et où il y
» a des figures, il fallait faire masse et éviter la tache qu'aurait produite ce
» clair. En homme intelligent Rubens a donc éteint ce grand clair et il en
» est ainsi de toutes les autres parties du tableau.

» Exemple mémorable! s'écrie alors Mariette, et qu'on ne peut trop » exhorter les peintres et les graveurs d'avoir continuellement sous les » yeux! Ils apprendront qu'une estampe doit être traitée pour les lumières » autrement qu'un tableau, que ce qui réussit dans l'un ferait dans l'autre » un effet tout contraire et ils en concluront, s'ils sont autant jaloux de leur » réputation que Rubens l'a été de la sienne, qu'il ne faut pas plaindre la » peine, qu'il faut, comme ce grand peintre, préparer aux graveurs la » besogne telle qu'elle doit être pour eux, et qu'il vaudrait mieux n'être » point gravé que de l'être mal, comme il arrive presque toujours à ceux » qui s'en reposent sur les graveurs et qui négligent ou qui ne savent pas » les diriger [1]. »

Les éloges mérités que le célèbre iconographe donne à l'estampe de Bolswert, en tant qu'elle reflète les intentions de Rubens, ne sauraient être sans injustice attribués au peintre seul.

Nous savons de longue date que Rubens n'épargnait aucune peine pour obtenir de ses tableaux des reproductions excellentes, mais, au fond, c'est beaucoup s'aventurer de refuser toute initiative personnelle à un graveur tel que Bolswert, mis en position de traduire l'effet des toiles d'un peintre dont le style a été si bien rendu par son burin.

Si le doute était possible sur la haute puissance de Boétius à Bolswert, il ne résisterait point à l'examen d'une planche capitale qui, malheureusement, va clore la série des grands travaux issus de la collaboration de Rubens et de son graveur : la *Cène*, gravée d'après une toile peinte pour l'église de S$^t$-Rombaut à Malines et qui, par une de ces bizarreries fréquentes de la destinée des œuvres d'art est, de nos jours, conservée au Musée de la ville même où Léonard avait créé son glorieux *Cenacolo*.

Rubens, que nous savons familiarisé avec le chef-d'œuvre de Santa Maria delle Grazie, paraît s'être donné pour tâche de s'écarter dans l'ensemble, comme dans tous les détails, de la conception de son glorieux prédécesseur. Il ne développe pas sa composition, mais la restreint, au contraire, dans l'espace le plus étroit. C'est la lumière des torches qui éclaire le repas où

[1] *Abecedario*, V, p. 82.

s'assemblent le Christ et les apôtres, et Judas, qui dans l'œuvre de Léonard, se détourne de nous, se révèle ici par un regard sinistre qu'il porte vers le spectateur et qui échappe aux disciples empressés de protester contre la prophétie du Maître.

Bien que la *Cène* de Rubens ne puisse être comptée parmi ses meilleures toiles [1], le grand artiste y atteint une remarquable puissance d'effet et, sans doute, placée sur l'autel d'une église, l'œuvre pouvait être assez frappante.

Étudiée dans ses détails, elle n'a, pour nous, rien d'attrayant; les robustes apôtres assis aux côtés du Christ ont plus d'énergie que de distinction.

La planche de Bolswert rend le tableau de Rubens comme le maître l'avait conçu, et, de plus, le graveur est parvenu, à force d'art, à rendre lumineuse une estampe qui semblait devoir être la plus sourde de l'œuvre du peintre, à modeler dans les masses les plus obscures, sans effort, sans lourdeur, surtout sans dureté.

La taille de Bolswert extrêmement serrée a, dans les têtes, une finesse que le maître n'obtient dans aucune de ses planches antérieures et, si la *Cène* de Rubens jouit d'une notoriété que son importance artistique ne lui assignait pas entre tant de chefs-d'œuvre, elle le doit, en bonne partie, au talent du graveur.

Nous n'hésitons pas à affirmer qu'aucune toile de Rubens ne fut reproduite avec plus d'art et de perfection.

Bolswert publia encore ce travail qui fut copié, plus tard, par Ragot avec assez d'adresse et dont il existe, aussi, de très-nombreuses réductions [2].

Une cinquième planche, moins importante, à la vérité, que les précédentes, mais des mieux placées au point de vue d'une comparaison, vient

[1] Il paraîtrait d'ailleurs, à en croire Michel (*op. cit.*, p. 147), que le tableau était, en grande partie, l'œuvre de Van Egmont.

[2] On a vu à l'exposition des gravures d'après les œuvres de Rubens, organisée à Anvers en 1877, une estampe en neuf feuilles, par un graveur français, De Vaulx, d'après la *Cène* de Rubens. Les personnages atteignaient les trois quarts de la grandeur naturelle. Cette pièce remarquable appartient à la Bibliothèque royale de Belgique. On n'en connaît que ce seul exemplaire.



assigner à Boétius à Bolswert son rang légitime parmi les graveurs de Rubens. C'est le buste de Jules César, joint par le grand peintre à la série des têtes antiques qu'il publia en 1638.

La planche de Bolswert est sans date et ne prit place dans le recueil qu'après la mort de son auteur. Mise en parallèle avec les travaux de trois des meilleurs collaborateurs de Rubens, de trois hommes qui furent les confidents si intimes de sa pensée : Vorsterman, Pontius et Witdoeck, elle se signale, de prime abord, par une distinction, une fermeté et une douceur d'effet qui relègue absolument au second plan les autres pièces de la suite dont il s'agit.

Rubens n'avait pas en vue d'interpréter, comme des sculptures, ses marbres antiques. Il était conforme à ses théories de les animer, d'en prononcer les traits caractéristiques, de faire revivre, en un mot, les personnages [1]. Il anime le regard, donne aux cheveux et aux sourcils plus de légèreté que n'en comporte la sculpture, et prête, en définitive, à ses têtes, l'aspect de la cire.

Bolswert, dessinateur consommé, rend le visage de César avec une admirable correction et distribue sa lumière avec une entente qui justifie assez notre supposition touchant la part qu'il faut lui attribuer dans l'intelligente interprétation des œuvres que Rubens fournit comme modèles à son burin.

Il parut à Anvers, en 1639, chez l'éditeur Aertsens, un petit livre portant pour titre : *Amsteldams eer ende opcomen door de mirakelen aldaer geschied, etc., anno 1345, door Boétius à Bolswert.* Cet opuscule qui renferme quelques planches extrêmement médiocres, est dédié à Rubens. On a pris texte de la coïncidence des noms du grand peintre et d'un de ses graveurs, pour faire de Rubens même l'inventeur de ces grotesques compositions. L'épître dédicatoire dit formellement qu'il s'agit ici d'un simple hommage rendu à l'artiste qui, sans être citoyen d'Amsterdam, est en réalité « le citoyen de partout ». Quant au nom de Bolswert, nous ne sommes pas à

[1] Voir à ce sujet le curieux chapitre *De imitatione Statuarum* reproduit par De Piles dans son *Cours de peintre par principes*, d'après le MS. de Rubens possédé par l'auteur.

même de contester la légitimité de son inscription sur le volume, tout en faisant remarquer que l'année 1639, date de la publication, est postérieure de six années à la mort du maître [1], et que le peu de valeur des planches s'accorde bien mal avec son mérite. L'auteur de l'opuscule dont il s'agit était le théologien hollandais, L. Marius.

Agé d'un peu plus de cinquante ans à l'époque de sa mort, Boétius semble avoir vécu avec son frère dans une communion étroite de vues et de sentiments.

L'œuvre des deux Bolswert, considéré dans ses points d'attache avec Rubens, n'en forme vraiment qu'un seul et, dès avant l'expatriation des deux artistes, on les voit suivant les mêmes maîtres et associant leurs noms dans les mêmes travaux.

Nous savons que dès l'année 1612, Boétius mettait au jour la planche de son frère : l'*Entrée du Christ à Jérusalem,* tableau de D. Vinckeboons, reproduit avec un talent qui prouve assez que le cadet, pas plus que l'aîné, n'avait besoin d'aller sur les rives de l'Escaut pour apprendre la gravure [2].

Une œuvre non datée, mais certainement antérieure à la précédente : le *Combat du Mardi-Gras contre le Carême,* nous montre, cette fois, Boétius livrant à son frère une composition fort intéressante de sa propre main. La planche est burinée absolument dans le goût de Swanenburg.

Il y a cette différence entre les travaux des deux Bolswert, que l'aîné se montre dans une plus grande diversité de sujets et de manière que le cadet. On rencontre en bien plus petit nombre de celui-ci, des travaux du genre de ceux que son aîné reproduit d'après Bloemaert, et dans lesquels l'eau-forte tient une place importante.

M. Michiels affirme que Schelte à Bolswert « sut allier avec une adresse » étonnante le travail du burin et celui de l'eau-forte [3]. » Nous ne pensons

[1] Boétius à Bolswert mourut à Bruxelles, le 25 mars 1633. VERACHTER et TERBRUGGEN : *Histoire de la gravure d'Anvers*, p. 152.

[2] M. MICHIELS : *l'Art flamand dans l'est et le midi de la France.* Paris, 1877, p. 180, note 2, assure que cette planche est de 1634. L'historien de la peinture flamande n'avait eu sous les yeux que le deuxième état qui porte, effectivement, cette date, ajoutée par C.-J. Visscher avec son propre nom. Le premier état est de 1612.

[3] *Histoire de la peinture flamande*, VIII, p. 384.



pas qu'aucune planche confirme cette assertion et Emeric David, dont l'auteur invoque l'autorité à quelques lignes de là, écrit lui-même que « *Bolswert,* Pontius et Witdoeck ont employé *le burin pur* [1] », ce qui est absolument vrai.

A l'époque où l'on constate la présence à Bruxelles de Boétius à Bolswert, son frère y travaillait également et les deux maîtres donnèrent à l'*Académie de l'Espée* des planches qu'il serait difficile d'assigner plutôt à l'un qu'à l'autre, en l'absence d'une signature.

Pour ce qui concerne le plus jeune des Bolswert, cette signature a une double importance, car elle va nous expliquer ce prénom étrange de *Schelte,* peu usité, en Frise même, et que les savants éditeurs du registre de la gilde de St-Luc d'Anvers traduisent par *Schetsélon.*

Le frontispice même du livre de Girard Thibault est signé *Schelderic A. Bolswert sculp. Bruxellæ.* et la planche XXIX de la première partie, répète le même prénom qui figure, en outre, écrit peut-être de la main du graveur, sur le portrait de Thibault, gravé d'après D. Bailly, au cabinet des estampes de la Bibliothèque nationale.

Le prénom Schelte n'est ainsi qu'une variante de *Childéric.*

Sur la planche IX de la deuxième partie du livre de Thibault, nous voyons pour la première fois le nom de Bolswert le cadet, suivi de l'indication *Antverpiæ* et la date probable de l'exécution de cette gravure concorde avec celle de l'admission de son auteur à la gilde de St-Luc, au début de 1626 [2].

Jugé dans les travaux antérieurs à sa collaboration à l'œuvre de Rubens, S. à Bolswert nous apparait comme un praticien consciencieux, calme, brillant et régulier, dans une taille qui a pour défaut de trop s'étaler, hollandais, sous ce rapport, plutôt que flamand et pouvant occuper un rang intermédiaire entre Swanenburg et Guill. Delff.

Les estampes de Bolswert sont très-rarement datées, et l'on en est encore réduit à des suppositions sur la nature des rapports du graveur avec le grand peintre qu'il reproduit d'une manière si parfaite.

[1] *Op. cit.*, p. 71.
[2] *Liggeren,* I, p. 625.

Corneille de Bie a consacré des lignes élogieuses aux deux frères « Adams Bolswert » dans son *Gulden Cabinet* [1], sans nous fournir, malheureusement, aucune donnée sur leur vie.

Peu d'iconographes croient pouvoir se dispenser de nous dire que Schelte vivait dans l'intimité de Rubens ce que démontre, au besoin, le grand nombre d'œuvres que le grand peintre lui donne à reproduire. Il y a ceci de curieux, cependant, que parmi les nombreux dessins de Rubens qui servirent à l'exécution de gravures d'après ses tableaux, l'on ne relève que de très-rares compositions sur lesquelles s'est exercé le talent de Bolswert et, même dans la précieuse collection d'épreuves retouchées que conserve le Cabinet de Paris, il n'est qu'une seule pièce de sa main.

Un autre fait, non moins intéressant, se révèle par la recherche des relations de Rubens et de Bolswert le cadet : le maître n'inscrit ses priviléges que sur trois ou quatre estampes du graveur : *La Pêche miraculeuse* (B. 48; S. 141), la *Conversion de Saint Paul* (B. 129 ; S. 468), la *Chasse au lion* (B. 21 ; S. 31-1); ces deux dernières gravées, évidemment, comme pendants.

On voit donc qu'une grande obscurité plane encore sur les relations de Bolswert et de Rubens, et le degré de savoir atteint par le graveur avant l'apparition de ses travaux d'après le chef de l'École anversoise, va devenir un obstacle de plus au classement des planches qu'il ajoute à l'œuvre du maître : il pouvait produire, dès l'abord, des œuvres empreintes de l'expérience d'une longue pratique.

Il ne serait point impossible qu'avant son arrivée en Belgique, Bolswert se fût essayé à la traduction d'une composition de Rubens, mais, si tel fut le cas, le peintre resta, sans doute, étranger à l'exécution du travail qui n'est que la transcription presque littérale d'une gravure de Christophe Jegher, ou plus justement, du dessin qui fut taillé en bois par ce maître.

Il existe, en effet, une copie sur cuivre et dans le sens de l'œuvre originale du *Silène* de Jegher (B. 67 ; S. 139); copie signée *S. A. Bolswert*,

[1] *Het Gulden Cabinet van de edele vry Schilder Const.* Antwerpen, J. Meyssens, 1661, pp. 476-477

mais la médiocrité de cette œuvre doit la faire ranger parmi les travaux primitifs du graveur, sinon parmi les pièces apocryphes. Son but paraît avoir été bien plus l'imitation des grandes tailles de Jegher, que l'interprétation d'une œuvre de Rubens; elle apparaît, en un mot, comme une simple étude. Le deuxième état de la planche porte l'adresse de Dewit, éditeur hollandais et cette circonstance, jointe à sa médiocrité, fortifie la supposition d'un plagiat.

L'immense talent de S. à Bolswert ne permettrait d'accepter comme authentique une œuvre semblable qu'à condition de la mettre absolument en dehors des travaux exécutés avec la participation et l'approbation de Rubens.

On assure qu'une fois établis à Anvers, les frères Bolswert y firent un commerce très-fructueux d'estampes [1].

Nous devons remarquer, toutefois, que, en dehors de leurs travaux personnels, les deux frères ne mirent en vente qu'un nombre de planches très-borné. Schelte n'apparaît même que comme l'éditeur de quelques-unes de ses propres œuvres et c'est de lui que le célèbre éditeur anversois Martin Van den Enden reçut les éléments de ses publications principales.

Recherchant la succession logique des estampes gravées à Anvers par Schelte à Bolswert, nous rangeons en première ligne les œuvres publiées par lui-même et, comme postérieures, les planches éditées chez Martin Van den Enden, Nicolas Lauwers et Gilles Hendrickx. Ce dernier réédita, du reste, un bon nombre d'œuvres qu'il tenait de son prédécesseur Van den Enden.

A en juger par le style, une des premières planches gravées d'après Rubens par Bolswert le cadet, est le *Christ au tombeau,* la composition qui fut gravée également, en 1628, par Paul Pontius. Nous avons examiné, en parlant de ce maître, les raisons qui permettraient de croire à l'antériorité de sa planche. Il faut pourtant se borner à cet égard à des conjectures; la production des deux planches a dû être presque simultanée.

Rien de plus curieux que leur rapprochement.

Le plus simple coup d'œil démontre que les deux graveurs ont suivi des

[1] *Biographie nationale,* t. II, p. 655.

modèles différents. Pontius s'inspirait d'un dessin encore conservé à Paris et dont la reproduction dut lui coûter de sérieuses difficultés. Bolswert, au contraire, avait pour se guider une œuvre approfondie qui fit en son temps grand honneur à Rubens et que l'on peut apprécier au Musée de Bruxelles [1].

Les deux maîtres ont, sans doute, d'éminentes qualités, mais l'on ne peut méconnaître que Bolswert se signale comme le moins heureusement doué sous le rapport des facultés esthétiques.

Pontius se forme à l'école des peintres, Bolswert à celle des graveurs.

Une circonstance plus frappante et qui laisse des bases bien fragiles à l'assertion des auteurs qui veulent voir en Bolswert un élève, voire même l'élève préféré de Rubens, est celle que le graveur, malgré son savoir et son adresse, ne s'est pénétré en aucune sorte des caractères de la toile du chef de l'École anversoise. Pas un des personnages de la composition n'a ce type tranché que conservent, à travers tout l'œuvre du grand peintre, le Christ, la Vierge, la Madeleine et saint Jean.

Le *Christ au tombeau* de Bolswert, malgré son effet brillant, doit être considéré comme une des planches les plus inintelligentes du graveur. On n'y trouve point les priviléges de Rubens, et le premier état n'a d'autre inscription que celle-ci : *Schelte à Bolswert, sculp. et excud. cum privilegio.*

Plus tard, lorsque déjà le cuivre était très-usé, Bolswert le retoucha et y mit une dédicace à Georges Maigret, provincial des Augustins d'Anvers [2]. Il appartenait alors à l'éditeur J. Meyssens et avait beaucoup perdu.

On peut ranger, encore, avec une quasi-certitude, parmi les travaux datant des premières années du séjour de Bolswert à Anvers, quatre planches, de moyenne dimension, d'après des peintures exécutées par Rubens pour l'église des Jésuites. Ce sont les figures en pied de *Saint Ignace,* de *Saint François-Xavier,* de *Sainte Catherine* et de *Sainte Barbe.*

Les deux Pères de la Compagnie de Jésus sont représentés debout et en contemplation devant une gloire céleste. Saint Ignace, revêtu de la dalmatique,

[1] *Catalogue,* n° 288. Le tableau est considérablement détérioré.

[2] En 1624 il avait publié déjà l'*Iconographia magni Patris Augustini* dont Georges Maigret avait donné le texte.





pose la main sur un livre où est écrite la devise de son ordre : *Ad majorem Dei gloriam;* saint François-Xavier qui porte une aube à larges plis se croise les mains sur la poitrine.

Les deux planches qui sont l'œuvre exclusive de Schelte à Bolswert furent dédiées par lui et son frère à Jacques Boonen, l'archevêque de Malines, le prélat qui fut frappé d'interdit par le pape Innocent X avec le grand protecteur des arts, l'évêque Antoine Triest, dont il a été plusieurs fois question dans ce travail.

Les deux planches sont postérieures à l'année 1622, car les inscriptions rappellent la canonisation des saints représentés, à la date du 22 mars de la même année.

Le *Saint Ignace* et le *Saint François* peuvent être rangés au nombre des planches brillantes de Bolswert, mais on ne saurait contester qu'à cette époque même, le maître n'eût beaucoup à apprendre encore pour s'élever à la hauteur du style de Rubens. Plus tard, une planche nouvelle montre les deux saints réunis et, dans cette version, Bolswert, complétement dégagé de ses préoccupations d'école, réalise de véritables merveilles.

La manière de S. à Bolswert, en 1622, ne pouvait, du reste, avoir aucun rapport avec le style des planches qu'il exécuta plus tard d'après Rubens et parmi lesquelles se rangent les œuvres qui nous occupent.

Les planches de *Sainte Barbe* et de *Sainte Catherine* (B. 6 et 13; S. 18 et 29) appartiennent encore à la catégorie des œuvres publiées par le graveur lui-même. Elles ont une supériorité incontestable sur les précédentes et la *Sainte Catherine,* particulièrement, a la rondeur des contours et la grâce générale qui rangent cette création parmi les plus aimables du pinceau de Rubens.

Sans avoir atteint encore l'adresse du procédé par laquelle, seul parmi les graveurs, il saura allier l'extrême vigueur à l'extrême finesse, Bolswert s'engage dans une voie excellente et, s'il y a lieu de signaler encore à sa manière un défaut, ce sera de rester dans une banalité de type dont il ne se débarrassa jamais assez complétement, et qui eut pour résultat de nous donner parfois, de sa main, des copies plus brillantes que fidèles des tableaux de Rubens.

Parmi les premières planches gravées d'après le peintre anversois par S. à Bolswert, il faut ranger les *Vierges* B. 34; S. 69 et B. 36; S. 79 et l'*Immaculée conception* (B. 1; S. 1).

Ces estampes, qui sont de moyenne dimension, acquièrent par leur rapprochement avec les planches antérieures, une signification plus haute que ne leur donnerait une étude isolée.

Si admirable que soit, sous le rapport de la distribution de la lumière, la planche citée en première ligne, rien, au fond, n'est moins « rubénien » que ce type de madone. Au surplus, le progrès matériel est évident. Le graveur sait manier sa taille comme nul ne l'avait appris jusqu'alors. Il est maître absolu du métier. Un pas encore, il saura, réalisant l'adage souvent rappelé : à force d'art, dissimuler l'art lui-même.

Certaines œuvres de Bolswert, en réalité, sont aussi proches de la perfection que peut les obtenir le burin.

Une *Sainte Famille* de quatre personnages, figures en pied, tableau capital qui se trouve actuellement à Madrid (B. 55; S. 133) [1], ne laisse rien à reprendre sous le rapport du modelé et de l'effet. Le burin accomplit des prodiges pour rendre les formes délicates de l'enfant Jésus. La perfection technique de l'œuvre est telle que l'auteur ne pourrait procéder plus avant dans son système, sans être accusé de maniérisme.

Deux compositions de Rubens vinrent, comme à point nommé, ouvrir à Bolswert la voie des œuvres de grand style. Ces planches, déjà mentionnées, furent la *Conversion de saint Paul* (B. 129; *add. et corr.;* S. 468) et la *Chasse au lion* (B. 21; S. 31-1). Parmi les énergiques travaux du grand peintre, il en est peu de plus mouvementés.

Vorsterman et Pontius n'eussent point interprété, sans doute, ces vigoureux ensembles, comme le fait Bolswert. Nous avons vu Soutman donner à des épisodes semblables une force d'expression au moins égale, jointe à une simplicité de moyens assurément plus grande. Le système de Bolswert, à aucune époque de sa carrière, ne comporte les élans ni l'imprévu d'une com-

[1] *Catalogo de los quadros del Real Museo de Pintura, por* Pedro D. de Madrazo. Madrid, 1850, n° 451.



position fougueuse. La grande valeur de ses travaux résulte d'une admirable disposition de la taille, colorée, parfois, autant que pourrait l'être une peinture même.

Rubens surveilla sans doute lui-même l'exécution des deux planches de Bolswert dont il est question, et, nous l'avons dit, elles furent du petit nombre de celles qui reçurent les priviléges du maître, parmi les très-nombreuses reproductions que Bolswert fut admis à faire de ses travaux.

Bien que l'École flamande de gravure eût brillé d'un vif éclat depuis plusieurs années, Rubens rencontrait pour la première fois une collaboration où se fondaient, dans une mesure presque égale, les principes de la vieille école et ceux de la nouvelle, qu'il est permis de considérer comme son œuvre.

Les deux Bolswert furent très-probablement, pour ce motif, ses graveurs préférés, et si l'on rencontre un si petit nombre de leurs épreuves d'essai, retouchées de sa main, c'est qu'il savait pouvoir se fier à l'expérience de praticiens consommés, pour rendre, autant qu'il était susceptible de l'être par le burin, l'effet de ses puissantes peintures.

La *Pêche miraculeuse* (B. 48; S. 141) qui fut revêtue des priviléges de Rubens, était considérée par Mariette non-seulement comme une des planches les plus parfaites de l'œuvre, mais comme « une des plus belles qui » aient jamais été exécutées d'après aucun maître [1]. »

Rubens avait peint ce tableau en 1618 pour l'église de Notre-Dame à Malines, et ce fut un de ses chefs-d'œuvre, pour la vigueur du coloris et de l'effet. Le grand peintre avait-il dessein de faire mieux encore en agrandissant sa composition? On pourrait l'induire de la supériorité incontestable de l'estampe de Bolswert, considérée au point de vue de la mise en scène.

Se souvenant peut-être d'une composition de Raphaël : le *Christ dans la barque,* Rubens voulut donner pour fond à sa toile la mer et le ciel, et, pour rendre l'effet particulier qu'il avait rêvé, il développa sa composition latéralement, permettant ainsi à l'œil d'embrasser un horizon plus étendu que dans le tableau. Bolswert fut appelé à rendre la composition

[1] *Abecedario,* V, 106.

ainsi modifiée et l'opinion de Mariette, que nous venons de rappeler, prouve qu'il sut être à la hauteur de sa tâche. La *Pêche miraculeuse* serait, effectivement, le travail que l'on citerait avec le plus d'autorité, s'il était nécessaire encore d'établir les ressources inépuisables de la gravure au burin.

L'inscription de l'éditeur Martin Van den Enden à la gilde de S[t]-Luc, comme marchand (*const vercooper*), l'année 1630-1631, ne permet pas de fixer à une date plus reculée la production des planches de Bolswert dont il fut l'éditeur. Ces planches sont les plus nombreuses de l'œuvre du maître et, aussi, les plus importantes.

L'apparition d'un éditeur des estampes de Rubens est un fait nouveau dans l'histoire de la chalcographie anversoise. Il ne s'explique pas sans peine.

Les instances faites par le grand peintre pour obtenir des priviléges qui pussent garantir ses travaux contre les reproductions illicites, s'accordent mal avec la présence d'intermédiaires, exploitant pour leur compte personnel, des planches inspirées par ses toiles.

Martin Van den Enden n'obtint jamais les priviléges concédés par la France et la Hollande aux planches que Rubens faisait graver lui-même; à coup sûr il n'en usa point. Le plus souvent, on le voit se prévaloir exclusivement du privilége royal, c'est-à-dire de celui de l'Espagne, nécessairement valable dans les Pays-Bas catholiques.

Que les planches publiées par Van den Enden étaient bien sa propriété, les dédicaces que nous y lisons le prouvent à suffisance, et l'une de ses publications offre même cette singularité, qu'il la dédie successivement à deux personnes.

L'*Éducation de la Vierge* d'après Rubens, gravée par Bolswert, est dédiée d'abord à « *Noble dame Anne de Milliairy et Tamison,* » puis, à « *dame » Anne de Hellinckx, épouse de Louis Lecomte d'Orville, seigneur de » S[t]-Jean.* »

A la vérité, les estampes gravées par Bolswert pour le compte de Van den Enden pourraient être postérieures à la mort de Rubens; nous ne mettons toutefois aucun empressement à accepter l'hypothèse, par la raison que déjà, en 1645, Gilles Hendrickx s'était établi comme éditeur et exploitait l'ancien

fonds de Van den Enden, ainsi que le démontre la suite des « *Icones* » de Van Dyck. Bolswert n'a pu, semble-t-il, exécuter dans l'intervalle le grand nombre d'œuvres approfondies que Van den Enden publie de sa main.

La carrière du graveur reste entourée d'une grande obscurité. Nous la savons active, par le grand nombre de travaux qu'il livra à plusieurs éditeurs anversois; nous la savons longue, par le fait qu'en 1653 il mettait au jour une de ses planches les plus importantes : l'*Entrée à Gand de l'archiduc Léopold Guillaume*, et qu'il survécut encore de plusieurs années à cette œuvre considérable.

Pour le surplus, Rubens ne le mentionne ni ne le désigne dans aucune de ses lettres.

Aucune modification fondamentale ne se produit dans la manière de Bolswert durant sa présence à Anvers. Très au courant de la pratique de son art, il passe sans effort de Rubens à Van Dyck, de Van Dyck à Jordaens et de ce dernier, encore, à Zeghers et Quellin. Il n'a aucune des défaillances que l'on signale chez Vorsterman ou Pontius, et son œuvre, pris dans l'ensemble, est extraordinairement soutenu sous le rapport de l'effet et du style.

Schelte à Bolswert est le graveur le plus brillant de l'École flamande. Nul ne s'entend comme lui à fondre dans la pleine lumière une taille qui naît de l'ombre la plus vigoureuse. Il ne songe même pas à rechercher des combinaisons spéciales pour les diverses parties d'une estampe, et c'est à peine s'il admet un pointillé discret pour fondre les plans d'un visage.

Sous ce rapport, il diffère sensiblement de ses confrères anversois, et l'on ne peut se dissimuler que sa méthode est, techniquement, la plus sûre et la plus correcte.

Par tant de qualités, Bolswert semblait appelé à fonder une école; cependant, on ne lui connaît point d'élèves, et, considérant la remarquable unité de son œuvre, l'on peut difficilement admettre qu'il eût des collaborateurs.

En feuilletant l'ensemble des productions du maître, d'importance d'ailleurs fort inégale, on constate une certaine monotonie de procédé qui explique le grand nombre de planches qu'il put mettre au jour. Pas un effet qui ne soit prévu.



FRAGMENT DU CHRIST À L' ÉPONGE D'APRÈS VAN DYCK

(CABINET D'AMSTERDAM)

Renouvier constate, avec raison, la régularité et la douceur de son burin [1]. Moins artiste que Vorsterman, il le surpasse, envisagé au point de vue des perfections matérielles exigées de la gravure.

Quelques estampes d'après Rubens sont, sous ce rapport, d'incomparables modèles. La *Nativité* (B. 15; S. 60), la *Sainte Famille* (B. 44; S. 96) atteignent jusqu'aux limites extrêmes des ressources du burin, en matière de coloris.

Bolswert s'est rarement séparé des maîtres anversois : Rubens, Van Dyck, Jordaens, Gérard Zeghers.

Abordant Van Dyck, il adapte son burin à la manière du peintre, avec un bonheur extrême. Le grand *Couronnement d'épines*, le *Christ en croix*, dit « Christ à l'éponge », la *Mater dolorosa* sont des types accomplis.

C'est à Martin Van den Enden que revient l'honneur de la publication de ces œuvres grandioses.

Nous avons signalé les modifications qui furent apportées à la planche du *Christ à l'éponge*, en parlant du *Christ au tombeau*, gravé d'après Rubens par Pontius. Mariette ne crut jamais à l'existence d'une première épreuve où saint Jean pose la main sur l'épaule de la Vierge et avant la dédicace au marquis d'Aytona : « M. Huquier qu'on faisait auteur de cette anecdote, dit » Mariette, m'a dit qu'il ne voudrait pas en être caution. Il l'avait ouy » raconter au vieux Eisen, mais il n'en estoit pas beaucoup persuadé, ni » moi non plus, et je commence à croire que les premières et meilleures » épreuves sont celles sans la main, avec la dédicace au marquis d'Aytona, » que peu après, on voit la main et que l'on supprima et la dédicace fut » remise de nouveau. Je crois tout le reste une histoire faite à plaisir pour » la rendre plus intéressante. On dit même que la planche fut traduite au » tribunal de l'inquisition et que le graveur aurait mal passé son temps s'il » ne se fût accommodé aux circonstances en supprimant la main [2]. »

Malgré les doutes de Mariette, la planche existe bel et bien. M. Ambroise Firmin Didot la possédait, et son épreuve est aujourd'hui au Cabinet de Paris [3].

[1] *Types et manières*, etc., p. 118.
[2] MARIETTE : *op. cit.*, II, p. 182.
[3] Coll. A. Firmin Didot, Dessins et estampes. Avril-mai 1877, p. 67, n° 600.

Le Cabinet d'Amsterdam qui possède également le premier état, a, de plus, un essai extrêmement curieux du groupe de la Vierge et saint Jean.

Les termes de la dédicace de cette belle œuvre à François de Moncade, marquis d'Aytona, avec le titre de lieutenant du cardinal-infant dans les Pays-Bas, fixent la date de son exécution entre le début de l'année 1634 et le milieu de l'année 1635.

Ce fut, en effet, le 30 décembre 1633 que Moncade fut appelé à gouverner les provinces belges au nom du frère de Philippe IV, et il mourut le 11 août 1635.

Il est permis de dire qu'à cette époque Bolswert était arrivé à l'apogée de son talent et, dans aucune de ses œuvres, la souplesse du burin et l'harmonie du ton ne se trouvent unies à un pareil degré.

Abandonnant la construction parfois trop méthodique de sa taille, il traite les divers plans de la scène avec un abandon et une variété de touche qui donnent à son œuvre l'ensemble des qualités d'une peinture. Pontius, lui-même, ne rendit jamais Van Dyck avec plus d'harmonie.

Les noirs de Bolswert sont d'une qualité toute particulière : larges et pleins, sans aucune dureté et partout d'une extraordinaire transparence.

Martin Van den Enden devait avoir à sa disposition des imprimeurs de de la plus grande habileté, pour obtenir cette perfection de tirage.

Weber [1] suppose qu'il était lui-même l'imprimeur des planches qu'il éditait, et le savant catalographe allemand rangeait sur la même ligne Gilles Hendrickx qui lui succéda.

Nous croyons, quant à nous, que Hendrickx était depuis plusieurs années le collaborateur de Van den Enden lorsqu'il reprit son commerce, et les registres baptistaires d'Anvers révèlent qu'à la date du 25 avril 1633, lorsque l'on présenta au baptême à Notre-Dame, le premier enfant de Martin Van den Enden, le parrain était précisément Gilles Hendrickx.

L'importance des œuvres issues de l'association de Bolswert avec Van den Enden ne semble avoir mis aucun obstacle aux relations du graveur avec

[1] *Catalogue des Estampes anciennes qui composent le magasin de Herman Weber*, Bonn, 1852, p. 41.

d'autres marchands. Dès l'année 1630 il est parrain d'une fille de Nicolas Lauwers [1], le graveur-éditeur anversois, et nous avons même hasardé la supposition que sa main vint parfois compléter les planches de son ami.

Il est très-certain que l'*Ecce Homo* d'après Rubens (B. 74; S. 256), devait en bonne partie sa puissance d'effet aux vigoureuses reprises de Bolswert, dont le nom ne fut substitué à celui de Lauwers qu'après un premier tirage.

Martin Van den Enden paraît avoir cédé ses affaires à Hendrickx, entre les années 1641 et 1645, comme on l'a inféré de la première date, inscrite sur un portrait de l'abbé Scaglia, avec le nom de l'éditeur originel, et de la deuxième, inscrite avec celui de Hendrickx, sur le titre de l'*Iconographie* de Van Dyck, à laquelle appartient ce portrait [2].

La plupart des planches de Bolswert furent réimprimées par le nouvel éditeur qui en commanda au maître plusieurs autres. Ce fut pour Hendrickx que Bolswert grava le *Serpent d'airain* (B. 16; S. 33), une de ses œuvres les plus vigoureuses, le *Crucifiement* d'après Van Dyck (Delm. 1309), dans lequel il resta fort au-dessous du « Christ à l'éponge », *Diane au retour de la chasse* d'après Rubens (B. 26; S. 24), les *Trois croix* d'après le même maître (B. 86; S. 328), le *Crucifix* (B. 85; S. 292), le *Mariage de la Vierge* (B. 1; S. 14) et les cinq grands paysages de la suite B. 26; S. 52, œuvres grandioses et qui doivent classer leur auteur parmi les plus habiles graveurs de paysages.

Il importe de faire remarquer qu'à l'époque où ces planches voyaient le jour, Rubens avait disparu depuis plusieurs années de la scène artistique.

Dira-t-on que les travaux de Bolswert trahissent l'absence de la direction du puissant génie flamand? Tous les iconophiles seront d'accord pour classer parmi les œuvres les plus admirables du graveur, l'*Annonciation à la Vierge*, (B. 3; S. 1) encore publiée par Van den Enden, mais déjà postérieure à la

[1] P. Génard : *Les grandes familles artistiques d'Anvers;* Revue d'*Histoire et d'archéologie*, I, p. 320.

[2] Weber : *op. cit.*, p. 8. Van den Enden vivait encore le 20 juin 1654, époque à laquelle il se fit annoter comme bourgeois forain (*buiten poorter*) à Anvers, fixant ainsi sa résidence *extra muros*. *Liggeren*, II, p. 315.

mort de Rubens, comme l'indique la dédicace même. Jamais Bolswert ne fit mieux voir les ressources de son talent que dans cette œuvre capitale.

Comme graveur de paysages, l'éminent artiste arrive à des résultats surprenants. Il fallait un sentiment exquis de l'effet pittoresque, joint à la plus prodigieuse dextérité de burin, pour assurer le succès de l'entreprise téméraire de graver, sans aucun emploi de l'eau-forte, tous les plans d'un paysage : le ciel, les rochers, les avant-plans, la végétation et les fabriques.

Bolswert aborde cette tâche sans la moindre hésitation, et garde à ses paysages une légèreté qu'aucun des graveurs qui l'ont suivi n'a égalée, ni par l'emploi de l'eau-forte, ni par celui de la roulette.

Parmi les œuvres les plus connues du maître, dans le genre spécial qui nous occupe, figure le *Chariot embourbé* (B. 27; S. 53; n° 5), planche que Martin Van den Enden dédia au peintre Corneille de Wael et dont les copies nombreuses disent tout le succès [1].

Bolswert sut conserver aux paysages de Rubens le charme pénétrant de ces sites brabançons que le maître affectionnait, et au milieu desquels était situé son château de Steen. Presque toujours les motifs sont des plus simples. Un pont rustique franchit l'étroit cours d'eau qui bouillonne; l'oiseleur tend ses filets près de la haie vive; les petits saules élèvent leur feuillage gracieux au bord de la mare et, sur le tout, plane la douce lumière du nord que les paysagistes néerlandais ont rendue avec un sentiment si profond de la nature.

Si Bolswert est, à travers tout son œuvre, un maître de grand style, c'est vraiment par ses paysages qu'il fait connaître la délicatesse du sentiment artistique qui le ferait qualifier, non moins légitimement que Vorsterman, « le peintre du burin. »

Cette circonstance a frappé la plupart des auteurs qui se sont occupés de l'illustre maître; elle a même donné naissance à une méprise singulière.

Watelet [2], tout en réfutant l'opinion de ces écrivains qui s'imaginent

[1] Il n'est pas sans intérêt de citer parmi ces copies une planche qui a échappé à Basan et Schneevoogt et qui émane du célèbre graveur anglais William Faithorne. Elle servit sans doute d'étude à ce maître habile.

[2] *Dictionnaire des arts, de peinture, sculpture et gravure.* Paris, 1792, II, p. 557.



Rubens collaborant par le burin aux planches de Bolswert, admet, cependant, certaines œuvres comme reprises par le maître, au crayon ou au pinceau. A l'appui de cette opinion il désigne la *Sainte Cécile* (B. 24; S. 50) : « je n'examine pas, dit-il, si c'est la plus belle planche du graveur, il suffit » pour mon objet, qu'elle soit belle et d'un effet très-pittoresque. Il me » semble très-probable que c'est Rubens qui a frappé les fortes teintes des » sourcils, des yeux, des narines et de la bouche de la sainte; touches har- » dies qui donnent à la tête une vie extraordinaire et qui ont obligé le gra- » veur à fouiller profondément son cuivre, devenant lui-même plutôt peintre » que graveur. »

M. Renouvier, reprenant la supposition de Watelet, ajoute que « nulle » part, en effet, on ne voit mieux que dans cette figure les nuances de la » beauté du maître que l'on pourrait dire quelquefois *faisandée* [1]. »

Mais voici la méprise : Watelet et Renouvier n'avaient sous les yeux que le troisième état de la *Sainte Cécile*, estampe sur laquelle le nom de Bolswert a été substitué par Gilles Hendrickx à celui de Hans Witdoeck, le véritable auteur de la planche, originairement publiée par J. de Berti. Lorsque Hendrickx reprit le cuivre qui avait beaucoup servi, il chargea Bolswert de le remettre en état.

Par d'adroites retouches la tête, primitivement assez médiocre, acquit une grâce moins habituelle à Witdoeck qu'à Bolswert. Il n'en est pas moins vrai que la planche était usée lorsqu'elle passa par les mains de celui-ci, et le nom de l'éditeur Hendrickx établit, à suffisance, que la retouche brillante attribuée à Rubens, était l'œuvre personnelle du graveur.

Le fait de la reprise par Bolswert d'une planche antérieure d'un de ses confrères n'est pas isolé, du reste. Non-seulement nous l'avons vu retoucher l'*Ecce Homo* de Lauwers, mais il existe dans l'œuvre de Jean Witdoeck une autre planche : l'*Adoration des Bergers* (B. 11; S. 36), vaste composition publiée par J. de Berti, qui devint plus tard la propriété de Van den Enden, et que des retouches de Bolswert transformèrent complétement.

[1] Renouvier : *op. cit.*, p. 118.

En somme, peu d'estampes de l'œuvre de Bolswert peuvent servir à prouver la participation de Rubens à l'exécution de ses travaux.

Il est, parmi ses cuivres, des chefs-d'œuvre universellement reconnus comme tels, et que le grand peintre ne vit jamais.

Les grandioses reproductions des allégories que Rubens avait peintes pour l'archiduc Ferdinand [1] : la *Destruction de l'idolâtrie* (B. 6; S. 13), le *Triomphe de l'Eucharistie* (B. 8; S. 30), sont de ce nombre, car les planches de cette suite, publiée par Nicolas Lauwers, sont dédiées par Pierre Hanneckaert, magistrat anversois, à l'archiduc Léopold Guillaume. Or, P. Hanneckaert n'entra au conseil qu'en 1645 et mourut entre le mois de mai 1655 et le mois d'août 1656.

Le roi Philippe IV avait ordonné, en 1648, à l'archiduc Léopold d'envoyer en Espagne les œuvres dont il s'agit [2] et ce fut, très-probablement, pour en conserver le souvenir aux Pays-Bas, que les gravures commandées par P. Hanneckaert virent le jour.

Le vigoureux talent de Bolswert ne faiblit pas avec l'âge. Une des planches les plus admirables du maître : le *Christ en croix adoré par saint Dominique et sainte Catherine de Sienne,* d'après Van Dyck (Delm., 1321), ne fut entreprise qu'au début de 1652, alors qu'il avait atteint sa *soixante-cinquième* année.

Le tableau avait été peint par Van Dyck pour les Dominicaines d'Anvers en 1629, en satisfaction d'un vœu exprimé à son lit de mort par le père du peintre. Réunies en conseil, au mois de décembre 1651, les Révérendes Mères résolurent de faire graver leur tableau par le burin de S. à Bolswert. Elles prirent en même temps la décision, peu fréquente, sans doute, de faire exécuter par le fils de Nicolas Lauwers [3] une copie de la planche à produire [4]. Érasme Quellin fut chargé de dessiner le tableau.

Bolswert s'acquitta de sa tâche en très-grand maître, adaptant avec un

[1] WAUTERS : *Essai historique sur les tapisseries et les tapissiers de haute et basse lice de Bruxelles ; Bulletin des Commissions royales d'art et d'archéologie,* XVI, p. 295.

[2] WAUTERS : *op. cit*, p. 296.

[3] Conrad Lauwers.

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers,* note au n° 343.

goût des plus délicats sa taille colorée à la manière de l'original, sans chercher, surtout, à rentrer dans le style du *Christ à l'éponge*.

Pourtant Van Dyck avait repris presque intégralement le Christ et le groupe d'anges du haut.

Le ciel est un chef-d'œuvre de science artistique et parmi les graveurs au burin, il est rare de voir joindre avec une égale adresse la force à la légèreté.

Nous n'avons jamais rencontré la copie de Lauwers, tout au moins sous la signature du maître [1].

Peu de temps après l'exécution de la planche commandée par les Dominicaines, Bolswert était appelé à graver une allégorie fort intéressante sur le mariage de Guillaume-Frédéric avec Albertine-Agnès de Nassau. Cette œuvre, qui avait pour véritable objet de mettre en lumière le talent de versification des élèves du collége de Turnhout, est des plus rares. La date de l'événement qu'elle commémore, fixe son exécution à l'année 1652.

Bientôt après, l'édilité gantoise commandait à Bolswert un des travaux les plus importants de sa carrière : l'*Entrée à Gand de l'archiduc Léopold Guillaume*, d'après Érasme Quellin.

L'estampe, imprimée en quatre feuilles, ne mesure pas moins de 1 mètre 30 centimètres de large sur 95 centimètres de haut.

La convention relative à cet objet a été publiée [2]. Elle est en date du 21 mars 1653 et impose à Quellin l'obligation de confier l'exécution de la planche au meilleur graveur d'Anvers.

Le choix ne pouvait être douteux : Bolswert obtint le travail. Il exigea deux mille cinq cents florins.

Mathieu Borrekens qui s'était mis sur les rangs, avait offert d'exécuter la planche pour 1500 florins.

Une des clauses du contrat obligeait Bolswert à égaler, à dire d'experts, « ses récentes productions » : la *Destruction de l'idolâtrie* et le *Triomphe*

[1] La planche originale de Bolswert avec le cuivre de la copie de Lauwers furent vendus en 1785 au prix de 257 florins, soit 550 francs environ. (Catalogue du Musée d'Anvers, *loc. cit.*)

[2] *Biographie nationale*, II, p. 664.



*de la religion*. Enfin, le tirage fut confié à Michel Cools d'Anvers, imprimeur en taille-douce [1].

L'œuvre était parfaite avant la fin de l'année. Le graveur y avait pleinement tenu ses engagements et les échevins gantois furent de cet avis, car ils lui octroyèrent une gratification en sus du prix convenu.

Il n'est pas dans l'œuvre de Bolswert de planche plus correcte ni plus vigoureuse. Il n'en est pas de plus rare, le cuivre n'ayant jusqu'à ce jour même donné qu'un nombre fort restreint d'épreuves.

M. De Busscher décrit la composition comme suit [2] :

« Quellin représente le héros passant sous l'arc triomphal érigé par la » Flandre. Il est accompagné d'un cortége de vertus : la Modération, la » Prudence, la Force, la Justice. Accueilli par la Pucelle de Gand, symbole » de la métropole flamande, il est acclamé par des génies, personnifiant par » leurs écussons les villes reconquises, tandis que la guerre et ses furies » fuient épouvantées. »

Bolswert survécut encore de six années à ce travail considérable et nul doute qu'elles ne furent activement utilisées.

Ses œuvres ne portant aucune date, l'on manque des éléments nécessaires à leur arrangement chronologique.

Ce fut peut-être dans les dernières années de sa vie que Bolswert exécuta pour Antoine Bonenfant (Goetkint), un éditeur flamand fixé à Paris [3], quelques planches dont les meilleures sont la *Vierge au Perroquet* et la *Décollation de saint Jean*, d'après Rubens; d'autres d'après le Parmesan : la *Vierge en adoration devant l'enfant Jésus,* sujet traité deux fois, et une *Galatée,* estampes qui ne rappellent en rien le style du graveur et qu'on hésite à lui attribuer, malgré la présence de son nom [4].

Mariette considère comme une des dernières planches de Bolswert une

[1] Ce Michel Cools est inscrit comme *Const drukker* (imprimeur d'art) à la gilde de S^t^-Luc et admis franc-maître en 1631. Il est donc contemporain de Martin Van den Enden et a peut-être imprimé ses planches. Il mourut en 1661.

[2] *Biographie nationale*, p. 666.

[3] En 1630-1631 Antoine Goetkint était encore à Anvers. *Liggere*, I, p. 625.

[4] Bibliothèque du palais Corsini à Rome.

composition de Rubens : la *Continence de Scipion* (B. 17; S. 35), œuvre dont il fait ressortir la médiocrité.

Si la supposition de l'écrivain français est correcte, Bolswert ne se serait ressenti des effets de l'âge que tout à la fin de sa carrière.

Il mourut à Anvers au mois de décembre 1659, âgé de 73 ans, la date de sa naissance donnée par la plupart des auteurs étant admise comme correcte.

Malgré son remarquable talent, Bolswert ne semble avoir formé aucun élève. Pas un jeune homme ne se présente à la gilde de St-Luc d'Anvers comme faisant son apprentissage chez lui. Nous ne saurions entreprendre de donner l'explication du fait.

A l'époque de la mort du maître, il est vrai, l'École flamande de gravure était plus riche de souvenirs que d'espérances et déjà la protection de Louis XIV attirait à Paris les graveurs de grand style.

La peinture flamande n'offrait plus que de rares modèles au burin des chalcographes, et Edelinck qui, à la mort de Bolswert, avait 20 ans, ne tarda pas à prendre le chemin de la France où plusieurs de ses compatriotes avaient trouvé déjà fortune et renom.

Si Bolswert a montré aux graveurs de tous les temps un admirable exemple à suivre, l'on ne peut dire que ses contemporains de l'École d'Anvers mirent aucun empressement à marcher dans la voie qu'il leur ouvrait. Nous avons constaté dans la manière de Pontius certaines altérations mises sur le compte du voisinage de Bolswert, mais des graveurs tels que Pierre de Jode le fils ou Jean Witdoeck se montrèrent, certainement, plus attachés à des systèmes indépendants auxquels on ne peut méconnaître qu'ils durent souvent des succès légitimes.

Parmi les planches qui forment la suite désignée sous le nom d'*Iconographie* de Van Dyck, il existe un portrait de Schelte à Bolswert, gravé par Adrien Lommelin et publié par Gilles Hendrickx.

Le personnage, vu à mi-corps, et presque de face, semble âgé d'environ 40 ans. Le grand manteau qui l'enveloppe ne laisse paraître qu'une main, la main gauche; elle est pendante et des plus maladroitement agencées. La

planche a pour titre : SCELTE A. BOLSWERT, *Calcographus Antverpiæ*. Aux angles inférieurs du cuivre se lisent, à gauche, les noms du peintre et du graveur; à droite, le nom de l'éditeur.

A quelque point de vue que l'on envisage ce travail, sa médiocrité a quelque chose de particulièrement choquant.

Voici un maître de premier ordre, peint par un des plus grands portraitistes de son temps, gravé dans la ville même où se sont écoulées ses années les plus fécondes; voici une planche publiée par un éditeur dont le nom doit, en majeure partie, son illustration aux glorieux travaux du personnage représenté, et tout cela, pour aboutir à une œuvre aussi indigne de tous ceux qui concourent à sa production que de l'ensemble où elle figure!

Mieux encore; c'est à peine si l'on peut envisager ce portrait comme rendant la physionomie de Bolswert.

C'est qu'en effet, malgré sa médiocrité, cette planche de Lommelin est une des curiosités de la gravure et ce qui la rend intéressante, est précisément ce qui fait douter de la sincérité de son titre.

Au rebours de ce portrait de Le Roy, auquel travaillèrent de compagnie, Vorsterman et Pontius, cette œuvre-ci, gravée par une main unique, représenta successivement deux personnages! Il y avait à Anvers pénurie de graveurs!

La planche fut employée d'abord pour l'effigie d'un personnage assez obscur : Hubert Du Hot. Cet état, d'une extrême rareté, subit une modification importante : la tête de Du Hot fut effacée pour faire place à celle de Schelte à Bolswert, qui pourrait bien être de pure fantaisie. Pour le surplus, pas une date, pas la moindre mention biographique.

Il était écrit que jusqu'au bout le maître nous apparaîtrait environné de mystère.

---

# CHAPITRE X.

Les usurpateurs des privilèges de Rubens. — De la profession de graveur et du droit de propriété des estampes en Belgique, au XVII[e] siècle. — Procès de Jean-Baptiste Barbé contre Nicolas Lauwers. — Témoignage de Rubens concernant son propre procès devant le Parlement de Paris. — Rubens n'est point défendeur au procès, comme on l'a cru, mais est lui-même l'introducteur de l'instance. — Lettres du maître des 21-31 mai, 16 août 1635 et du 16 mars 1636, relatives à cet objet.

---

A défaut d'élèves, les Bolswert eurent des copistes nombreux et généralement adroits.

Sans parler de F. Ragot qui copia les planches de Boétius avec une adresse qui fait dire à Mariette que ses copies se soutiennent auprès des originaux [1], Ragot qui eut du moins la bonne foi de signer ses copies, on trouve dans l'œuvre de Rubens un nombre assez considérable de pièces fausses dont les auteurs et les éditeurs poussèrent même l'audace jusqu'à contrefaire l'adresse de Martin Van den Enden.

Ils espéraient, en usurpant cette marque célèbre, donner à leurs pièces imparfaites assez de valeur pour tromper les amateurs novices.

Les copistes s'attachèrent avec une prédilection marquée aux planches de S. à Bolswert et malgré la difficulté de la tâche qu'ils s'imposaient, leur rôle peut s'expliquer. S. à Bolswert est, à travers tout son œuvre, un maître d'une rare franchise. Il n'a point de secrets et n'abandonne rien aux hasards d'une morsure plus ou moins adroite. Avec une habileté ordinaire on pou-

[1] *Abecedario*, IV, p. 235.

vait donc arriver à rendre, tout au moins, l'aspect général de ses planches, et les copistes se montrèrent parfois assez patients pour tromper même des yeux exercés.

Schneevoogt n'a pas toujours discerné les planches contrefaites, et il confond certaines épreuves entièrement fausses avec des tirages de planches usées et dont il n'avait pas, dès lors, à faire mention.

La *Nativité* (B. 7; S. 19), copiée dans le sens de l'original par un anonyme, n'est point citée. Il en est de même de l'*Adoration des Mages : « Et procidentes adoraverunt eum »* (B. 15; S. 60), du *Retour d'Égypte* (B. 29; S. 116), copiés en contre-partie et donnés comme émanant de Bolswert lui-même. Ni la *Sainte Famille* (B. 44; S. 96), ni la *Vierge* (B. 34; S. 69) en contre-partie ne sont mentionnées.

D'autre part, parmi les planches connues de Schneevoogt, il faut citer la *Sainte Famille* (S. 134) et la *Vierge* (S. 63) qui peuvent être données comme des copies trompeuses au point d'être facilement prises pour des planches originales.

Le nom de Martin Van den Enden figure sur toutes ces planches et l'éditeur anversois fut, sans doute, le premier à pâtir de la contrefaçon; il ne pouvait avoir de motif pour mettre lui-même au jour ces copies.

On peut se demander, toutefois, si Rubens ne s'émut pas de voir ses œuvres travesties par des mains maladroites alors même que dans certains cas Martin Van den Enden eût été le possesseur des planches, ce qui, pour nous, ne semble pas douteux.

Nous allons rapprocher, à ce sujet, un certain nombre de documents qui projettent sur la question un peu de lumière, en attendant que des découvertes, que nous appelons de tous nos vœux, permettent de faire un travail approfondi sur cette affaire de la propriété des estampes de Rubens, aussi mal connue que mal définie jusqu'à ce jour.

L'exercice de la profession de graveur ne semble avoir été dans les Pays-Bas l'objet d'aucune disposition spéciale.

Affiliés à la corporation de S[t]-Luc, les graveurs s'y trouvaient confondus avec les individus exerçant d'autres métiers relevant de la gilde, et leur accession ne donna lieu à aucune réglementation particulière.

Le travail était sans doute régi par les dispositions communes aux autres branches de l'art et les priviléges qui, de temps en temps, étaient conférés aux graveurs par le souverain ou le conseil privé, avaient — nous l'avons dit déjà — un caractère purement restrictif. Jamais aucune estampe ne nous montre une mention semblable à celle que portent les livres et les imprimés, car, en réalité, les graveurs n'étaient point tenus de soumettre leurs planches à l'approbation des censeurs.

Lorsque, le 20 mars 1773, l'impératrice Marie-Thérèse affranchit les beaux-arts de la tutelle des métiers, elle crut devoir déclarer que les graveurs seraient dispensés de solliciter des lettres d'octroi pour publier leurs ouvrages, tout en ordonnant que ces ouvrages seraient soumis au *visa* des officiers fiscaux. Ces dispositions pourraient faire croire à l'existence de mesures restrictives antérieures. On observera, cependant, que l'ordonnance ne prononce l'abrogation d'aucun règlement particulièrement désigné et qui aurait été jusque-là en vigueur. Et en effet, il n'y avait eu jusque-là aucune disposition restrictive du droit des graveurs de publier leurs planches, et le *visa* imposé par l'impératrice était chose toute nouvelle. Le conseil de Brabant, consulté par le prince Charles de Lorraine, sur son projet tendant à affranchir les beaux-arts de la tutelle des métiers, déclarait que la gravure constituait un art libre et qu'il suffisait aux graveurs de se pourvoir d'un octroi du conseil pour débiter leurs estampes, ce que d'ailleurs le conseil proposait au lieutenant-gouverneur de maintenir. De là la réserve introduite par l'impératrice dans l'ordonnance de 1773 [1].

Mais le conseil privé, consulté à son tour par le prince Charles, déclarait n'avoir jamais ouï parler de l'obligation imposée aux graveurs de solliciter l'octroi et déclarait, de plus, qu'il ne convenait en aucune façon d'insérer une pareille disposition dans le règlement : 1°, disait le conseil, « *parce que nous ne connaissons aucun édit qui défende aux graveurs de vendre leurs ouvrages sans octroi* .....

[1] Voir à ce sujet Galesloot : *Documents relatifs à la formation et à la publication de l'ordonnance de Marie-Thérèse des 20 mars et 13 novembre 1773.* Anvers, Buschmann, 1867, p. 41.



Au XVII[e] siècle la gravure pouvait donc être qualifiée légitimement, comme elle l'était par quelques-uns, d'*art franc* : « *vrye conste* ». Mais, interprétant cette franchise à leur façon, des spéculateurs allaient jusqu'à prétendre qu'il leur était permis de copier impunément toutes les estampes qui voyaient le jour, même au mépris des privilèges formels accordés aux auteurs.

Nous avons fait mention déjà d'une action intentée en 1633 par Jean-Baptiste Barbé à Nicolas Lauwers en usurpation de privilège [1]. Une enquête ayant été ordonnée par le conseil du Brabant, l'échevin Paul Halmale et le secrétaire Philippe Van Valkenissen furent délégués par le magistrat d'Anvers à l'effet de procéder à une instruction sur les faits qui motivaient la plainte.

On vit comparaître, successivement, comme témoins : Rubens, Gérard Zeghers, Théodore Rombouts et les principaux graveurs d'Anvers : Vorsterman, Pontius, Théodore et Jean Galle, Cnobbaert, Guill. Collaert, Jean Voet, etc. Ils furent unanimes à proclamer les droits de Jean-Baptiste Barbé, résultant de privilèges prohibitifs obtenus par lui et par son beau-père « feu M. Jérôme Wiericx » et émirent l'avis « qu'il convenait que semblables » octrois fussent soigneusement garantis afin de prévenir le dommage » et préjudice que les impétrants auraient à souffrir; outre que l'illustre et » noble art de la gravure serait avili par l'œuvre des copistes adonnés à la » contrefaçon méchante des inventions et images privilégiées et répandues » à grand nombre parmi le peuple et le clergé (lequel, pour sa part, ne fait » aucune distinction entre les originaux et les copies), contrefaçons vendues à vil prix — les copistes se livrant encore à d'autres métiers — l'inventeur et l'impétrant se trouvent lésés dans leur honneur et renommée et » privés du fruit de leur labeur et invention; que de bons et célèbres maîtres laisseraient de produire par la crainte de voir leurs œuvres imitées par » les copistes et les gâcheurs (*brodders*); que les susdits copistes ne sont » point fondés à dire qu'ils ont besoin de modèles pour s'exercer au métier, » car il y a suffisamment de patrons à prendre dans les œuvres des bons

[1] Voir à ce sujet : *Bulletin des archives d'Anvers*, IV, pp. 460 et suivantes.

» maîtres anciens, meilleurs éléments d'instruction, alors même que les » maîtres modernes ne seraient point lésés, etc. [1] ... »

A cette déclaration signée de Rubens, Zeghers, Vorsterman, Du Pont, etc., vint s'ajouter celle de Guillaume Collaert, Pierre Backereel et Théodore Van Merlen qui firent connaître que les copistes avaient voulu obtenir d'eux l'attestation que la gravure étant une *profession libre*, le droit de reproduction ne pouvait être prohibé, attestation que les déposants s'étaient refusés à donner.

Enfin, Pierre Lancvelt et Gérard Zeghers vinrent encore déclarer qu'il était à leur connaissance que des individus n'étant pas graveurs mais libraires, merciers, etc., employaient de jeunes garçons payés à la journée, à copier des estampes.

Au cours de l'instruction, Rubens eut occasion de parler de ses propres démêlés avec les copistes de ses estampes, affaire encore toute récente et qui, d'après le grand peintre, devait fixer la jurisprudence en la matière.

M. Gachet a, le premier, fait connaître les embarras qui résultèrent pour Rubens de son intervention dans la publication de ses estampes.

« Le privilége obtenu en France en 1619 donna lieu plus tard, dit-il, à » un procès fort singulier dans lequel on reprochait à notre artiste de faire » un monopole de ses planches et de tirer, au moyen de cette spéculation, » des sommes énormes du royaume! Il paraît d'après cela que ce n'étaient » point les auteurs qui faisaient alors la guerre à la contrefaçon, mais bien » la contrefaçon qui traquait les pauvres auteurs [2]. »

Rubens parle, effectivement, dans une lettre écrite à Peiresc le 16 août 1635 [3] du reproche qu'on lui fait de « tirer de la France des sommes énormes avec ses estampes », mais le commentaire de M. Gachet n'est point applicable dans l'espèce, car, en réalité, ce fut Rubens qui porta devant le Parlement de Paris une plainte en contrefaçon à charge de certains copistes.

Le grand peintre anversois eut gain de cause en première instance, et l'accusation absurde que l'on crut pouvoir lancer contre lui ne se produisit qu'en appel.

[1] *Bulletin des archives d'Anvers*, IV. Le texte est en flamand.
[2] *Lettres inédites de P.-P. Rubens*. Bruxelles, 1840, LXIV.
[3] Gachet, p. 258.

Que Rubens avait vraiment été l'introducteur de l'instance, il nous l'apprend lui-même par sa déclaration du 16 juin 1635, faite par-devant le notaire Van Breuseghem d'Anvers, en qualité de témoin dans le procès de J.-B. Barbé contre Lauwers.

« Interrogé sur les articles 55 et 82, quant aux faits contradictoires » avancés, il déclare en conformité des susdits, être exact qui lui, le déposant, » n'a pas seulement obtenu divers octrois prohibant la reproduction de cer» taines toiles de l'invention dudit seigneur déposant, mais encore divers » octrois défendant la copie des planches qu'il a mises au jour et payées et » qu'il ne doute point que les personnes mentionnées à l'article 55 ne soient » pourvues d'octrois analogues; ajoutant, ledit seigneur déposant, qu'il s'est » vu contraint pour des faits analogues d'attraire en justice, à Paris, certains » graveurs qui avaient copié quelques-unes de ses inventions au mépris du » privilége conféré audit seigneur déposant par Sa Majesté le roi de France, » que les susdits usurpateurs de son privilége ont allégué au cours de l'action » toutes les mêmes raisons que la partie de Jean-Baptiste Barbé invoque » actuellement et ont été condamnés ainsi qu'aux frais de la procédure, les » juges ayant fait imprimer la sentence pour que toute la France en fût » informée. *Et habita lectura perstitit et signavit.*

» PIETRO PAUOLO RUBENS [1]. »

[1] « Gevraecht op den 55 en 82 articulen van de contrarie naerdere feyten ende defentien » overgegeven, etc., verclaert in conformeteyt van de selven waerachtich te wesen, dat hy, » deponent, niet alleen en heeft gehadt verscheyden octroyen van niet naer te snyden de » plaeten die hy int lichte heeft gebrocht ende bekosticht, niet twyffelende ofte de andere » persoonen, in den selve 55 articule vermelt, van gelyken octroyen en syn voorsien, daerby » voegende den voors. Heere deponent alsoo hy genootsackt is geweest, om gelyke saeke int » rechte te betreken tot Parys, sommige plaetsnyders, die welke eenige van syne inventien » hadden gecopicert tegen het privilegie, hem Heere deponent desaengaende by syn Majesteyt » van Vrankryk verleent, dat de voors. overtreders, van syn privilegien, int vervolg vande » voors. saeke alle deselve redenen hebben geallegeert als nu tegenwoordich is doende de » partye van Jan-Baptista Barbé, ende syn by vonnisse gecondemneert geweest ende ook inde » costen van de selve proceduren, hebbende de rechters aldaer de sententie int druck laeten » uytgaen op dat door heel Vrankryk daervan kennisse en wette souden wesen *et habita* » *lectura perstitit et signavit :* PIETRO PAUOLO RUBENS. » *Bulletin des archives d'Anvers*, p. 465.

Les faits établis par cette déposition de Rubens vont donner une signification nouvelle aux lettres dans lesquelles il est fait mention de son procès.

La plus ancienne de ces lettres est du mois de mai 1635. Elle fut trouvée dans un volume de la *galerie du Luxembourg* au Musée britannique, M. Carpenter étant conservateur des estampes de ce dépôt. Elle est, sans doute, adressée à Peiresc et le texte est en italien.

Quelques recherches qu'il nous a été possible de faire dans les archives du Parlement de Paris ne nous ont mis en possession d'aucune pièce concernant le procès de Rubens. L'absence de tables aux nombreux registres conservés aux Archives nationales de France, rend l'entreprise des plus ingrates et nous craignons fort qu'il ne faille s'en rapporter au hasard de nous révéler les noms des copistes attraits en justice par le grand peintre et condamnés par le Parlement [1].

La lettre dont nous donnons ici la première version française a été publiée jadis dans l'*Athenæum* de Londres par M. Carpenter [2].

« Anvers, le 21-31 mai 1635.

» Illustre et honoré Monsieur,

» Vous aurez vu par ma précédente lettre que j'ai appris de M. Legris la » nouvelle de l'heureuse issue de mon procès devant le Parlement. Je serai » grandement redevable aux faveurs et aux bons offices de vos amis — » comme je vous l'ai dit plus en détail avec mes remerciments, bien infé- » rieurs à vos mérites toutefois — aussi longtemps que j'aurai sentiment et » vie pour vous honorer et vous servir de toutes mes forces.

» M. Aubery me dit que nos adversaires ne veulent pas céder, mais qu'ils » ont introduit une requête civile qui a été placée entre les mains de M. le » conseiller Saunier à fin d'examen et de rapport. Je ne comprends pas la

[1] Le *Parlement* comprend aux Archives nationales cinq séries parallèles : le *Criminel*, les *Jugés*, les *Plaidoiries*, le *Conseil*, les *Ordonnances*. Pour la période de 1620-1635 il y a environ *cinq cents* registres énormes et dépourvus de tables!

[2] *The Athenæum*, 17 mai 1856 et Sainsbury : *op. cit.*, p. 188.

» chicane et suis assez simple pour avoir cru qu'un arrêt de la cour du Par-
» lement était la décision finale d'un procès, sauf appel ou après répliques,
» comme le sont les sentences de nos Souverains Conseils. Je ne puis donc
» m'expliquer quel est l'objet de cette requête.

» Je n'ai pas manqué d'envoyer immédiatement à madame Saunier les
» épreuves de mes planches, ainsi que me l'a demandé, à son passage par
» notre ville M. Legris, lequel, lorsque je l'ai prié de me faire connaître ce
» qu'il y avait lieu de donner pour les frais, douceurs et reconnaissances
» dues à ceux qui ont contribué à l'affaire, m'a prié de différer jusqu'à son
» retour (sauf en ce qui concernait madame Saunier ce qu'il désirait qui fût
» fait sans retard), car il n'avait pas sur lui la note et désirait faire la répar-
» tition de sa propre main; en attendant il avait laissé des instructions
» pour que rien ne fît défaut. Pour le reste, il m'a donné l'assurance que
» M. Aubery avait pris sur lui de faire le nécessaire pour l'entier règlement
» de la chose, mais il ne m'a pas dit qu'il avancerait aucune somme, et je
» vois par la copie de la lettre à vous adressée, qu'il a payé 20 écus
» quarts pour les frais dont il ne parle pas dans la lettre qu'il m'a écrite le
» 22 mai.

» Je ne sais comment agir. Faut-il rembourser immédiatement cette somme
» seulement à M. Aubery, ou attendre le retour de M. Legris? Ou bien,
» faut-il écrire à M. Aubery dans la supposition qu'il aura déboursé pour
» mon procès en l'absence de M. Legris, les sommes nécessaires pour obtenir
» mainlevée du jugement et d'autres choses? Je le prie de me faire savoir
» à combien s'élève la somme afin que je puisse la lui rembourser à la pre-
» mière occasion, ce que je ferai sans retard en y ajoutant quelque petite
» chose en témoignage de ma gratitude.

» Quant au prétexte de la période triennale écoulée entre le premier et
» le dernier privilége, il se fonde sur ce fait que les chiffres de l'année,
» inscrits sous le moyen crucifiement, sont écrits avec une telle ambiguïté
» qu'il est impossible de discerner si le dernier chiffre est un 1 ou un 2,
» quoiqu'il doive nécessairement être un 2; mais ses saillies et crochets ne
» sont pas suffisamment indiqués. Tout le monde sait, en effet, qu'en 1631
» j'étais en Angleterre et qu'il eût été impossible de faire cette estampe

» en mon absence [1], la pièce ayant été retouchée plusieurs fois de ma » propre main selon ma coutume.

» Ce doute n'ayant point surgi de la part de la partie adverse, il n'y a pas » lieu de mettre le point en discussion.

» Nous verrons ce qu'il adviendra de la requête.

» Nous sommes fort en peine par le passage de l'armée française allant » au secours des Hollandais qui, près de Marche-en-Famine (*sic*) ont mis le » prince Thomas [de Savoie] en déroute. L'importance est plus grande à » cause du discrédit et de la peur qu'à cause des pertes subies, peu d'hommes » ayant été tués. Mais on a pris la majeure partie des tambours de l'infan- » terie ainsi que l'artillerie et les bagages. Cette perte est attribuée à la témé- » rité du général qui, sans éclaireurs et sans données précises sur le nombre, » la force ou les mouvements de l'ennemi, a voulu commencer l'action » avec de tels désavantages qu'il a été défait en moins d'une demi-heure. » Beaucoup de gens se sont sauvés dans un bois avoisinant par suite du » mauvais état de la contrée.

» Il est certain que la rupture entre les deux couronnes est arrivée à son » point culminant, ce qui m'inquiète fort étant par nature et par goût un » homme pacifique, ennemi des disputes, procès et querelles, tant publics » que particuliers.

» De plus, je ne sais pas si en temps de guerre, le privilége de Sa Majesté » sera valide et, dans ce cas, toutes nos peines et frais pour obtenir la déci- » sion du Parlement et en assurer l'exécution seront vains. Et par-dessus » tout, je crains que les États des Provinces-Unies ne m'obligent à garder » leurs priviléges inviolables en temps de guerre ouverte, ce qui fait que » notre correspondance court risque d'être interrompue de nouveau pendant » quelques années, non par mon fait, mais de ce que vous — un person- » nage de haut rang et de haute position — ne serez à même de l'entre- » tenir sans exciter quelque suspicion.

[1] Rubens se trompait du tout au tout. En 1631 il n'était plus en Angleterre, son séjour dans ce pays s'étant prolongé jusqu'au 6 mars 1630 seulement. Il fut créé chevalier le 3 mars. L'estampe de Pontius, le *Christ* dit « au coup de poing », désignée par le maître, est très-clairement datée de 1631.

» Je me conformerai toujours, quoi qu'il puisse m'en coûter, à tout ce qui » sera nécessaire à votre tranquillité et votre sécurité.

» Sur ce, etc.....

» PIERRE-PAUL RUBENS. »

Nous savons par une lettre de Peiresc à Gevartius, en date du 3 octobre 1620, que Rubens avait fait le dépôt de ses estampes au cabinet du Roi et que ces pièces étaient fort admirées [1].

Le 12 novembre 1626 l'illustre peintre, écrivant à Pierre Dupuy [2], lui dit qu'il a envoyé à Paris plusieurs estampes à M. Tavernier « à sa demande et sur les instances de M. de Valavès. » Toutefois on ne lui en a jamais accusé réception.

Nous n'avons aucune indication sur les pièces dont il s'agit et l'on verra Rubens déclarer qu'aucun autre envoi ne fut fait par lui à Tavernier.

Ce Tavernier était un graveur-marchand, originaire d'Anvers, établi à Paris dès la fin du XVI<sup>e</sup> siècle. Il s'était acquis en France assez de renom pour mériter le titre de graveur du Roi, ce qui n'empêcha pas la corporation des libraires de Paris de faire saisir dans sa boutique des ouvrages qu'on l'accusa de vendre au mépris des priviléges des marchands-libraires.

Ce procès eut lieu en 1619-1620 et donna lieu à un mémoire curieux dont il a été souvent fait usage pour la description des procédés d'imprimerie en taille-douce [3].

Dans aucune des lettres concernant son procès, Rubens ne mentionne le nom de ses adversaires : « sa partie » suivant le langage du temps [4]. Il devient ainsi fort difficile d'être renseigné sur les planches qu'il fit saisir, mais il est constant, d'après la déclaration du peintre devant le notaire Van Breuseghem, qu'il s'en était pris aux graveurs eux-mêmes.

[1] GACHET : *op. cit.*, p. 3.

[2] *Ibid.*, lettre XXXI, p. 80.

[3] FÉTIS : *Les artistes belges à l'étranger*. Bruxelles, 1865, t. II, p. 360.

[4] « Contre votre *partie* éclatez un peu moins
» Et donnez au procès une part de vos soins. »
MOLIÈRE : *Le Misanthrope*, acte 1er, scène 1re.



Il n'y eut jamais, à la vérité, parmi les graveurs français, que deux copistes des planches de Rubens dont l'adresse pût faire quelque tort au débit des œuvres originales. D'abord ce fut François Ragot, mais cet habile faussaire ne vit le jour, selon Basan, qu'après la mort de Rubens[1]. Il en fut de même de Langot qui copia excellemment l'*Éducation de la Vierge* de Bolswert pour Herman Weyen.

En dehors des pièces plus ou moins exactement copiées d'après Bolswert, et auxquelles le nom de Van den Enden fut ajouté frauduleusement, on ne rencontre que des imitations médiocres d'après les estampes de l'École anversoise et il serait permis de croire que l'excellence même des originaux a plus contribué à la disparition des copies que l'arrêt du Parlement aux termes duquel les planches fausses devaient être brisées. On ne peut croire que les hommes de goût — il n'en manquait pas en France au XVII<sup>e</sup> siècle — cherchassent à enrichir leurs collections des pièces qui ne pouvaient aspirer, en aucun cas, à se substituer aux originaux. Les planches contrefaites ne pouvaient se vendre qu'à titre d'images de piété.

Toujours est-il que l'œuvre de Rubens au Cabinet de Paris ne nous a révélé aucune des estampes qui ont dû motiver l'action de Rubens.

Au mois d'août la requête civile n'avait pas fait un pas. Rubens écrivait le 16 à Peiresc [2] :

« J'ai eu de nouvelles lettres de l'aimable M. Aubery. Il me dit que depuis » l'exhibition de la Requête Civile le procès est toujours dans le même état » malgré toutes les diligences qu'il a faites pour en obtenir l'expédition. Il » assure que le moment ne m'est point favorable et que le plus fort argument » de l'adversaire est celui des hostilités.

» On prétend qu'avec mes estampes je tire des sommes énormes de la » France et que je veux continuer mon monopole aux dépens du public. » Tout cela est si faux, que j'ose affirmer, sous serment, n'avoir jamais

[1] *Dictionnaire des graveurs*, seconde édition, 1789, II, p. 117. L'auteur fait naître Ragot en 1641 à Bagnolet. Mariette le fait naître à Melun et ne donne pas la date de sa naissance. Il faut supposer, toutefois, que Basan était parvenu à se renseigner à ce sujet entre sa première et sa seconde édition. Ragot était simplement mentionné dans la première édition.

[2] Émile Gachet : Lettre LXXIX, p. 258.

» envoyé en France, directement ou par l'intermédiaire d'un tiers, d'autres
» exemplaires de mes estampes que ceux de la Bibliothèque du Roi, ceux
» dont j'ai fait présent à mes amis, et le petit nombre de ceux que j'ai
» expédiés, sur votre demande, à M. Tavernier qui ne m'a jamais plus fait
» d'instances pour en avoir davantage.

» Si donc la difficulté ne consiste qu'en cela, je veux bien que l'on ban-
» nisse mes estampes du royaume de France. J'ai assez du reste de l'Europe
» pour en tirer quelque honneur, ce que j'estime beaucoup plus que tous les
» autres profits..... Je suis homme de paix et j'abhorre à l'égal de la peste la
» chicane et toute espèce d'autres dissensions; j'estime même que le premier
» vœu de tout honnête homme doit être de pouvoir jouir de sa tranquillité
» d'esprit en public aussi bien que chez soi, de rendre service quand il le
» peut et de ne faire tort à personne. »

On voit que les renseignements contenus dans cette lettre concordent absolument avec les faits révélés par celle du mois du mai précédent.

Ce n'est qu'au mois de mars de l'année suivante que Rubens revient sur l'affaire litigieuse encore pendante. Il semble, pourtant, qu'à cette époque l'avantage restait au peintre.

Voici un passage de la lettre du 16 mars 1636 adressée, comme la précédente, à Peiresc [1] :

« ..... je suis peu troublé à cause de mon procès de Paris qui est un
» peu entravé par le torrent des affaires publiques.

» M. Legris m'a toutefois écrit que mes priviléges restent saufs et sans
» atteinte. Du reste, je ne vois pas quelle faveur m'a faite M. le procureur
» du Roi au détriment de mes adversaires qui demandaient la confiscation
» des *planches et images, etc. de Rubens* [2] puisque je n'ai pas à perdre la
» valeur d'un écu dans tout le royaume. A moins peut-être que M. Aubery
» ne veuille dire les planches des copies condamnées à être rompues; ou
» bien que l'on doive confisquer mes estampes qui se trouvent en main tierce,
» perte qui m'inquiète fort peu comme chose étrangère, ou bien que l'on

[1] Gachet, p. 266.
[2] En français dans le texte original.

» doive bannir mes images du royaume de France, ce qui ne me tourmente » point (quoiqu'une semblable mesure soit inouïe dans le monde); de façon » qu'en toute rigueur ma partie ne pouvait demander autre chose que la » confiscation des dépens qu'elle me doit par sentence des juges et dont je » ne comprends pas à quel titre ces derniers font grâce à leurs condamnés, » car ils reviendraient plus justement au fisc. »

On voit par ces pièces — malheureusement les seules que nous puissions fournir jusqu'ici sur le procès qui causa tant d'ennuis à Rubens — qu'il ne s'agissait point d'une question commerciale, mais que la principale préoccupation du grand peintre était de sauvegarder son renom d'artiste.

Pourquoi s'en étonner?

Ne livrant ses travaux qu'à des maîtres éprouvés, s'attachant avec un soin extrême à les amener aussi près que possible de la perfection, il ne pouvait tolérer que des œuvres où se reflétait d'une manière si frappante sa personnalité devinssent l'objet d'un véritable travestissement.

Bien que le côté mercantile du débat ne fût que secondaire aux yeux du maître flamand, il est pourtant permis de s'étonner du petit nombre des estampes qu'il déclare avoir envoyées à Paris pour être mises en vente et cette circonstance peut faire croire que des copies assez nombreuses étaient en circulation.

Indépendamment de Tavernier, plusieurs autres Flamands faisaient à Paris le commerce des gravures : A. Bonenfant, Gaspard Isaac, Pierre Fierens, Balth. Moncornet [1]. Comment s'expliquer qu'aucun de ces marchands n'eût entrepris de faire le commerce des belles planches venues de Flandre et dont il faut supposer qu'ils voyaient les copies elles-mêmes assez bien accueillies, si l'on en juge par l'action que Rubens intentait?

Vendaient-ils eux-mêmes des pièces fausses? Nous n'allons pas jusqu'à les accuser. Une chose est certaine, c'est qu'en 1660, lorsque Van Merlen tenait à Paris, rue S[t]-Jacques, sa boutique, *à la ville d'Anvers,* il y faisait le commerce *des contrefaçons de Ragot.*

[1] Voyez au sujet de ces noms la note de M. Anatole de Montaiglon : *Sur la confrérie de la nation flamande établie à Paris à Saint-Hippolyte et Saint-Germain des Prés,* 1626-1691. *Journal des beaux-arts et de la littérature,* publié par M. Ad. Siret, 1877, p. 53.

Quoi qu'il en soit, nous verrons que Rubens ne se désintéressa jamais de la reproduction de ses œuvres. Que jusqu'à son dernier jour il fut en relations suivies avec des graveurs, retoucha leurs épreuves et, qu'à sa mort il restait encore à régler entre ses héritiers et Jacques Moeremans, un compte pour estampes vendues, sommes déboursées de ce chef, etc., s'élevant, en recette, à 2,685 florins 17 sous et en dépense, à 2,467 florins 15 sous [1].

[1] Génard : *P.-P. Rubens : Aanteekeningen, enz.* Antwerpen, 1877, bladz. 51.

---

# CHAPITRE XI.

Seconde génération des graveurs de Rubens. — Leurs rapports avec le Maître. — Pierre de Jode le jeune. — Son apprentissage; ses travaux. — Arnold de Jode. — Jean Witdoeck, élève de Lucas Vorsterman. — Il devient le graveur favori de Rubens dans les dernières années de la vie du peintre. — Il est accusé par Vorsterman de contrefaire ses planches. — Analyse des travaux de Witdoeck. — Marin Robin (Marinus), élève de Vorsterman. — Ses travaux d'après Rubens et Jordaens. — Jacques Neefs : ses travaux. — Antoine Van der Does.

---

Le groupe des graveurs que nous avons vus à l'œuvre aux côtés de Rubens, constitue ce que nous appellerons la première génération de son école.

Le lecteur aura constaté que s'il faut rapporter à la direction du maître, à son coup d'œil souverain, surtout à la valeur de ses œuvres, l'existence d'un si grand nombre de planches superbes reproduisant ses vastes conceptions, on n'en doit pas moins, en bonne justice, laisser aux graveurs eux-mêmes l'honneur des procédés adaptés avec tant d'intelligence et une si extraordinaire adresse, à des travaux d'un genre entièrement nouveau.

Par voie d'exemple ou par voie d'enseignement direct, le style de ces maitres se transmit à un groupe de continuateurs assez intimement rattachés encore à l'école de Rubens. Plusieurs d'entre eux travaillèrent même sous la direction du grand peintre, et lui donnèrent des œuvres excellentes. Il y a toutefois cette différence entre les maîtres de la première génération et leurs continuateurs, que ceux-ci procèdent par tradition.

Nous signalerons en outre cette circonstance, que dans la carrière de la plupart d'entre eux, la collaboration à l'œuvre de Rubens ne tient plus comme chez leurs prédécesseurs une place essentielle.

L'entreprise, si téméraire au début, de rendre par le burin, non-seulement la ligne et l'expression, mais jusqu'à l'effet pittoresque d'une œuvre de Rubens, se réduit souvent pour eux à une pure question de routine. Matériellement ils pourront réussir sans trop d'effort, mais par cela même qu'ils s'inspirent plutôt du travail de leurs prédécesseurs que du caractère vrai d'un modèle donné, ils resteront plus éloignés d'un résultat parfait.

Par la vigueur du tempérament artistique, Pierre De Jode le jeune eut marché l'égal de Paul du Pont, son aîné de trois ans à peine [1], s'il eût été appelé à se former comme lui aux enseignements de Rubens.

Nous savons toutefois par Corneille De Bie [2] que P. De Jode fut l'élève de son père et quoiqu'il eût pu être à pire école, on s'explique assez que le jeune homme, si tôt émancipé, aimât mieux marcher sur les traces des graveurs de Rubens et de Van Dyck que de suivre son père dans les sentiers de l'école de Harlem.

De Bie, qui ne résiste jamais au désir de prodiguer l'éloge, ne trouve pas de plus haute louange à donner à De Jode que de lui dire que ses œuvres se confondent avec celles de son père [3].

Il ne faut voir là qu'un compliment banal, car il est incontestable que Pierre De Jode le jeune fit des efforts marqués pour se rapprocher de Bolswert lorsque ce maître eut la vogue.

Un séjour à Paris du jeune artiste le mit à même de graver des maîtres français et italiens, ce qu'il n'eut pas à regretter par la suite. Ses relations avec Bonenfant donnèrent naissance à la publication de plus d'une œuvre distinguée et notamment de l'*Extase de saint Augustin* d'après le célèbre tableau peint par Van Dyck pour l'église des Augustins d'Anvers, précisément en 1628, l'année de l'admission du graveur à la maîtrise [4].

Il ne saurait, du reste, y avoir de doute sur l'intervention du peintre dans

[1] Pierre De Jode le jeune naquit à Anvers, le 22 novembre 1606.

[2] *Gulden Cabinet*, p. 511.

[3] « *Die synen Vader soo volght in het yser naer*
» *Dat ieder vragen sou oft van den Vader waer.* »

[4] *Catalogue du Musée d'Anvers*, édition de 1857, p. 273.



l'exécution de l'estampe, celle-ci étant dédiée par Van Dyck à sa sœur Suzanne, religieuse à Anvers.

Pierre De Jode avait à peine atteint sa vingt-deuxième année à l'époque où cette planche voyait le jour, et l'on juge par là de la portée de son talent, bien distinct déjà, quoi qu'en dise De Bie, de celui de son père.

En 1631-1632 P. De Jode le jeune était à Paris, comme le prouvent des inscriptions que nous avons relevées sur ses planches d'après Simon Vouet : le portrait de *Thomas Ricciardi*, signé *P. de Jode junior, sculp. Parisii* (1631) et une *Sainte Famille* dédiée en 1632, par le peintre, à Barth. Mazzorato, signée *Petrus de Jode junior, sculpsit Parigi.*

Graveur plus méthodique que ses contemporains, il construit ses planches sur une première taille très-fine et c'est plutôt de la pointe que du tranchant de l'outil qu'il obtient ses vigueurs. Habilement pratiqué, le système donnait au travail une incontestable légèreté, alors surtout qu'il s'agissait, comme ici, de rendre un dessin et non une peinture[1] ; mais souvent même, à travers les effets les plus brillants, les planches de De Jode se caractérisent par une sécheresse qui n'est sans doute qu'un reste de sa première éducation.

Associé à son père comme graveur et comme marchand, il mit son nom à une multitude de planches qui sont, à proprement parler, des œuvres de fabrique. M. Charles Leblanc [2] cite au delà de trois cents pièces de sa main — et son œuvre fut probablement plus considérable — mais, nous l'avons dit, un bon nombre de ces planches n'ont guère d'importance et consistent — surtout pour les portraits — en copies réduites de travaux plus développés.

De Jode fut pourtant appelé à collaborer aux œuvres de Rubens, de Van Dyck, de Jordaens et de Zeghers et s'acquitta avec honneur de ce rôle important. Il fut particulièrement heureux dans la reproduction des toiles de Van Dyck et inséra douze portraits dans l'*Iconographie* où lui-même vint prendre place lorsque Gilles Hendrickx poursuivit la publication.

[1] Lorsque Reynolds vit l'œuvre de Van Dyck — qu'il n'avait connue que par la gravure de De Jode — il éprouva une déception très-explicable. La robe de saint Augustin qui forme le grand clair de l'estampe, est noire dans le tableau qui perd ainsi beaucoup de son effet. *OEuvres complètes du chevalier Josué Reynolds.* Paris, 1806, t. I, p. 288.

[2] *Manuel de l'amateur d'estampes.* Paris, 1856, II, p. 430.





Ce fut lui, encore, qui grava magistralement le portrait de Jordaens pour le même Panthéon.

Comme collaborateur de Rubens, le jeune De Jode ne produisit, sous la direction du maître, qu'une seule planche à laquelle la participation de celui-ci soit irrécusable. C'est la *Visitation* (B. 4; S. 6), composition légèrement amplifiée d'un volet de la célèbre *Descente de croix*. Non-seulement cette planche parut avec les priviléges de Rubens, mais le célèbre artiste en retoucha avec soin une première épreuve pour indiquer l'effet au graveur [1].

Nous considérons l'année 1638 comme date probable de l'exécution de ce travail qui, sans doute, fut destiné à servir de pendant à l'autre volet du même tableau : la *Présentation au temple,* gravé par Paul Pontius cette année-là.

Le rapprochement des deux planches démontre qu'il dut y avoir un concert entre les deux graveurs pour le style et l'effet de leur planche, et l'on peut adresser à De Jode les mêmes critiques qu'à son confrère.

Le burin, à force d'ampleur, se relâche considérablement dans l'étude de la forme; les procédés mis en honneur par S. à Bolswert, de qui émanaient à cette époque les meilleures reproductions de Rubens, ne pouvaient être pratiqués avec succès que par lui-même.

D'autres planches gravées d'après Rubens sont très-probablement postérieures à la mort du maître. L'*Alliance de Neptune et de Cybèle* (B. 28; S. 30) est une publication de Gilles Hendrickx. L'interprétation ne manque pas de valeur, mais elle est bien sèche et passerait, à la rigueur, pour un travail de De Jode le père.

Le *Couronnement de Sainte Catherine* (B. 16; S. 36) paraît d'une date moins avancée de la carrière du maître, autant par l'effet que par le travail, mais le nom de Meyssens, inscrit sur la planche, tolère à peine la supposition, car cet éditeur ne vit le jour qu'en 1612.

Deux planches, d'un tout autre caractère, assignent à Pierre De Jode le jeune une place distinguée parmi les graveurs de Rubens et, malgré l'ab-

[1] Cabinet de Paris; épreuves retouchées par Rubens.

sence des privilèges de celui-ci sur les estampes en question, l'on renonce difficilement à l'idée d'une intervention qui explique les qualités d'effet et de style déployées cette fois par le graveur.

L'une de ces œuvres : *Vénus naissant des eaux* (B. 42; S. 37) a pour éditeur Martin Van den Enden et pourtant elle est dédiée par le frère de celui-ci, François Van den Enden, médecin anversois, à son confrère hollandais Théodore Kerckrink. Van den Enden lui-même nous a appris la qualité de son frère par la dédicace du *Paysage à l'arc-en-ciel* gravé par Bolswert d'après Rubens.

La gravure de De Jode semble exécutée d'après un bas-relief et se rapproche par le brillant et la régularité du burin des planches de Corneille Visscher. Le nom seul de ce maître doit caractériser, aux yeux des connaisseurs, le style de la planche en question.

L'œuvre originale ne serait-elle pas cette « *Salière d'yvoire représentant une troupe de nymphes et de tritons avec des petits anges qui attachent des festons, de l'invention de M. Rubens* » inscrite au catalogue des objets délaissés par le peintre [1] ?

Si l'intervention de François Van den Enden peut s'expliquer encore en relation avec Kerkrink, médecin comme lui, on ne sait trop comment expliquer la présence de son nom comme éditeur sur la planche des *Trois Grâces* (B. 12; S. 73). Le premier état de cette planche ne porte, il est vrai, aucune adresse; peut-être ne passa-t-elle aux mains d'un éditeur quelconque qu'après la mort de Rubens.

De Jode est arrivé, cette fois, à une harmonie de couleur et une perfection de modelé absolument remarquables et l'incorrection de son dessin même ne saurait empêcher sa planche d'obtenir l'estime des connaisseurs.

Le travail, en lui-même très-simple, n'en donne pas moins un effet excellent par l'emploi d'une seule taille alternant avec un pointillé très-intelligemment mis.

Ce ne fut, toutefois, qu'en 1644 que Pierre De Jode produisit la planche

[1] *Spécification des peintures trouvées à la maison mortuaire*, etc., p. 16. Il existe une seconde reproduction réduite du même bas-relief par P. Spruyt. S. n° 38.



que nous envisageons comme son chef-d'œuvre : *Renaud et Armide* d'après Van Dyck [1].

Cette planche qui fut gravée pour le compte d'un forgeron anversois, grand amateur d'art : Jean Caspeels [2], peut être comparée sans aucun désavantage aux meilleurs travaux de Bolswert.

Les oppositions de clair et d'ombre, la conduite élégante du burin, la distinction du type, ont très-légitimement classé cette belle œuvre parmi les types les plus excellents de la chalcographie.

Dans ses rapports avec Jordaens, De Jode fit paraître quelques planches remarquables, mais dans lesquelles un ton trop vigoureux accentue la sécheresse du procédé.

Ce fut en 1651 que parut le volumineux recueil : *Theatrum Pontificium, Imperatorum, Regum, Ducum, Principum,* etc. Cette suite avait été commencée par Pierre De Jode le père ; après la mort de celui-ci, arrivée en 1634, son fils poursuivit la publication.

Dès l'année 1646 — peut-être même à une époque antérieure — De Jode le jeune avait préparé de nombreux portraits pour le livre de Jean Meyssens, plusieurs fois cité déjà : *Images de divers hommes d'esprit sublime,* etc. [3], qui vit le jour en 1649 et, dans la collection des portraits des plénipotentiaires, de la paix de Westphalie, il intervint pour un chiffre de *soixante-deux* planches ! Le titre du recueil est aussi de sa main.

Tous ces portraits qui portent sa signature sont des œuvres très-approfondies. Ils sont datés de 1648 à 1658. De Jode avait pour collaborateurs dans ce travail : Paul Pontius, Conrad Waumans, A. Van der Does, Corneille Galle le jeune et Math. Borrekens d'Anvers — le même qui fut à Gand le compétiteur de Bolswert pour le *Triomphe de l'archiduc Léopold Guillaume.*

On ne trouve consignée nulle par la date de la mort de Pierre De Jode le jeune. Classant les millésimes inscrits sur ses œuvres, des écrivains ont

[1] Le tableau original est au Louvre, 141 du Catalogue de l'École flamande. Van Dyck peignit ce tableau en 1629 sur la commande de Charles Ier. (*Catal. du Musée d'Anvers*, p. 456.)

[2] Voir la dédicace du *Christ en croix*, de Pierre de Bailliu, d'après Van Dyck.

[3] KRAMM : *Levens en werken der Hollandsche en Vlaamsche Kunstschilders, enz,* III, p. 814.

pu la reculer jusqu'en 1667, époque à laquelle parurent les portraits du pape Clément IX et de Jacques d'Ennetières, baron de Berlière, édités tous deux à Bruxelles.

Nous connaissons, pour notre part, un portrait de François d'Arenberg sur lequel apparaît la date 1674 [1].

Malgré son incontestable talent, De Jode le jeune ne se soutient que pendant une période relativement courte parmi les graveurs de grand style.

Les occasions même de se produire dans les œuvres de pure importance artistique n'étaient plus guère fournies aux artistes qu'à de lointains intervalles après la mort de Rubens.

Graduellement, les meilleures planches du maître passèrent à des éditeurs possédés bien plus de la soif du gain que de l'amour du beau et en 1661 nous voyons De Jode appelé lui-même, par l'un d'eux, à faire une copie de la belle planche de Paul Pontius d'après Van Dyck, l'*Enfant Jésus appuyé sur le globe et foulant aux pieds le serpent.*

La planche qui fut dédiée par P.-P. Borrekens à sa sœur, retirée dans un béguinage, conserve des qualités remarquables, alors même qu'on la met en regard de l'original, mais le nom seul du copiste nous dit que les beaux jours de l'école de gravure flamande sont passés.

Pierre De Jode le jeune eut en 1638 [2] un fils qui fut, à son tour, un graveur distingué, mais dont les principales œuvres virent le jour en Angleterre et en Hollande.

Son apprentissage se fit pourtant à Anvers et il fut admis à la maîtrise dans sa ville natale en 1658. Nous avons de lui un paysage d'après Louis de Vadder daté de l'année même de sa réception.

S'il est intéressant de pouvoir juger par cette œuvre la valeur du jeune artiste à l'époque même de sa promotion à la maîtrise, le paysage dont il s'agit soulève une question peu facile à résoudre. Avec la date 1658 et le nom d'Arnold De Jode, on voit figurer sur l'épreuve l'adresse de Martin

[1] Drugulin : *Allgemeiner Portrait Katalog.* Leipsig, 1860, p. 21.

[2] Et non en 1636 comme l'assurent presque tous les catalogues. Pierre Génard : *Les grandes familles artistiques*, etc. *Revue d'histoire et d'archéologie*, I, p. 112.

Van den Enden. Or, nous savons que cet éditeur avait cédé son fonds à Gilles Hendrickx dès avant l'année 1645, et, de plus, qu'il avait cessé d'avoir son domicile à Anvers au mois de juin 1654 [1]. Faut-il croire que pour s'être éloigné de la ville il n'avait point cessé d'y traiter des affaires? Ou bien, rouvrit-il un commerce d'estampes après 1654? Nous posons la question sans pouvoir la résoudre.

Le nom de Martin Van den Enden inscrit sur le portrait de Catherine Howard, comtesse de Lennox, gravé d'après Van Dyck, constitue un autre problème. Arnold De Jode serait un artiste d'une précocité phénoménale si, comme l'assurent Weber, et ses continuateurs, Martin Van den Enden cessa les affaires en 1645. Ce portrait serait alors l'œuvre d'un graveur de sept ans, ce qui est inadmissible.

Il est constant, et M. Wibiral le prouve dans ses recherches sur l'*Iconographie* de Van Dyck, que le portrait de la comtesse de Lennox ne figura jamais dans le recueil originel de Van den Enden [2]. Aussi l'auteur croit-il, pour cette œuvre, à une adjonction postérieure à la collection, tandis que son prédécesseur M. Szwykowski émet l'opinion que l'adresse de Van den Enden sur la pièce, constitue une simple falsification.

M. Duplessis [3] donne l'estampe à Pierre De Jode bien qu'elle soit signée.

Le problème ne nous semble pas cette fois d'une solution impossible.

En effet, l'on oublie, ou l'on ignore, que Martin Van den Enden eut un fils, nommé Martin comme lui, né le 25 avril 1633, le même dont Gilles Hendrickx fut le parrain. Ce fils est admis comme marchand d'estampes à la gilde de S$^{t}$-Luc en 1660-1661, date qui se concilie parfaitement avec celle de 1667, par exemple, qui suit la signature d'Arnold De Jode sur la planche de l'*Éducation de l'amour* d'après le Corrége, le fameux tableau de la Galerie Nationale à Londres.

Quant au talent du fils de Pierre De Jode, il ne peut donner matière à aucun doute.

[1] Page 187.
[2] WIBIRAL : l'*Iconographie d'Antoine Van Dyck*. Leipzig, p. 49.
[3] *Eaux-fortes d'Antoine Van Dyck*, p. 7.

Un *Christ en croix,* sur fond blanc, gravé à Londres, d'après Van Dyck (Delm. 1301), et dont il existe au Cabinet de Bruxelles une épreuve signée à la plume : *Arnold de Jode Sculpsit Londini* [1], un portrait d'Antoniotto Pallavicini, cardinal de S[te]-Praxède d'après le Titien, un portrait du fameux portraitiste Pierre Lely, le représentent comme doué de toutes les qualités du bon graveur : burin correct et ferme, dessin nerveux, sentiment remarquable de l'effet.

Les mêmes qualités se retrouvent dans une *Madeleine pénitente,* également gravée d'après Van Dyck. Nous avons fait allusion à cette planche qui reproduit, évidemment, une des œuvres pour lesquelles Van Dyck tira parti des gravures de Pierre De Jode le vieux [2].

Avec de telles aptitudes Arnold De Jode eut certainement occupé, dans son pays natal, une place distinguée et porté dignement un nom illustre.

---

Bien que l'on voie Rubens recourir encore en 1638 au burin de Vorsterman et de Pontius pour la publication de quelques planches, le grand peintre semble avoir, dans les dernières années de sa vie, tenu en singulière estime, un artiste formé à l'école de Vorsterman, bien que le talent de ce praticien ne parût guère devoir mériter une telle faveur.

Jean Witdoeck était d'Anvers et avait vu le jour en 1615. Il n'avait donc que vingt-cinq ans à l'époque de la mort de Rubens et pourtant nous trouvons, de la seule année 1638, jusqu'à sept planches importantes de son burin, planches parmi lesquelles figure l'*Érection de la croix,* une des plus grandes exécutées d'après le maître, de son vivant.

De Bie [3] assure que Corneille Schut, le premier maître de Witdoeck, s'apercevant qu'il préférait le dessin à la peinture, le mit à graver d'après les tableaux de Rubens.

Une autorité non moins respectable, modifie quelque peu cette version.

[1] La planche terminée porte *Judeus fecit Londini.*
[2] Voir page 145, note 3.
[3] *Gulden Cabinet,* p. 473.

Lorsque Vorsterman fut appelé, en 1635, à comparaître devant le notaire Van Breuseghem à Anvers, en qualité de témoin dans le procès de Barbé contre Lauwers, il fit acter cette déclaration :

« ... que Hans Witdoeck le jeune a été, par son père, mis en apprentis-
» sage chez le déposant, pour un terme de trois années, en vue d'apprendre
» la gravure; qu'ayant achevé seulement la moitié de cette période, son père
» le reprit et le plaça d'abord chez Corneille Schut, peintre, et après cela
» chez le seigneur Rubens. Le déposant déclare, en outre, qu'il sait de source
» certaine que le susdit Hans Witdoeck a fait de ses planches des copies qui
» sont encore journellement vendues, tant à la Bourse que dans sa propre
» demeure, et, à l'appui de ses dires, il exhibe le contrat passé avec le
» père dudit Witdoeck [1]. »

En 1635 Witdoeck, à peine âgé de vingt ans, travaillait donc chez Rubens, et son inscription à la gilde de S^t-Luc laisse peu de doute sur l'exactitude de la déposition de Vorsterman, celui-ci l'ayant fait inscrire comme son élève en 1630. Un an après il fut admis franc-maître. D'autre part, en 1633, déjà, il gravait plusieurs planches d'après Corneille Schut, notamment la *Vierge et l'enfant Jésus* et une *Judith*.

Quant aux reproductions frauduleuses dont se plaignait Vorsterman, nous ne pensons pas les avoir rencontrées; la grande activité dont Witdoeck fit preuve dans ses travaux d'après Rubens et sa précocité même, doivent faire accueillir avec réserve l'assertion de son premier maître. On remarquera, du reste, que la déposition de Vorsterman n'est pas exempte d'acrimonie.

A tout considérer, le jeune Witdoeck eût gagné davantage à rester sous la direction de Vorsterman qu'à passer dans l'atelier de Corneille Schut, bien que celui-ci fût bon graveur à l'eau-forte.

Witdoeck resta toujours un dessinateur médiocre et l'on vante plutôt son adresse que la correction de son style. L'influence de Corneille Schut est manifeste dans tout son œuvre et les retouches soigneuses que fit Rubens à sa planche de *Sainte Ildephonse* (B. 29; S. 83) ne réussirent pas à lui donner la juste compréhension du style et de l'expression du maître.

[1] *Bulletin des Archives d'Anvers*, IV, p. 467. Le texte est en flamand.

Aussi lorsque l'on considère quelle était, dans l'œuvre de Rubens, l'importance de cette toile, l'on ne peut que s'étonner de voir le maître se montrer satisfait à si bon compte d'une telle reproduction.

Le *Christ au tombeau* (B. 106; S. 385) va plus loin et nous ne saurions autrement qualifier que de charge la planche de Witdoeck.

Le jeune graveur possédait pourtant une qualité qui contribua beaucoup, sans doute, à son succès auprès de Rubens : il était coloriste.

La planche d'*Abraham offrant à Melchisédech le pain et le sel* (B. 10; S. 22) a, dans les premiers tirages, un éclat qui la rapproche de certaines œuvres de Soutman, et, malgré la médiocrité de son dessin, la planche des *Disciples d'Émaüs* conserve un très-remarquable effet.

Si, pourtant, on se rappelle qu'en 1638, Rubens voyait travailler à Anvers même, un graveur tel que Bolswert, le maître qui lui avait donné de sa *Pêche miraculeuse* « une des plus belles planches qui aient jamais été exécutées [1] », l'on éprouve quelque surprise à le voir confier à Hans Witdoeck la gravure de l'*Érection de la croix,* une des conceptions les plus grandioses du peintre de la *Vie de Marie de Médicis.*

A tout prendre, Witdoeck donna assez d'éclat à son travail pour lequel Rubens fit, très-probablement, une étude spéciale. Le groupe des cavaliers, celui des femmes en pleurs, les bourreaux unissant leurs efforts pour dresser l'instrument du supplice, furent rendus assez expressivement et la planche de Witdoeck, — de beaucoup sa meilleure — a conservé l'estime des amateurs.

En 1639 paraissaient l'*Assomption de la Vierge* (B. 8; S. 26) et le *Miracle de saint Juste,* cette dernière œuvre dédiée à Balthasar Moretus par les Annonciades d'Anvers. C'étaient les planches les plus négligées du graveur.

La manière de Witdoeck, comme celle de Corneille Schut, est essentiellement décorative. Il procède par grandes masses et recherche les oppositions piquantes, les accrocs de lumière venant se heurter à des noirs intenses. Au fond, son travail est petit et le dessin de toutes ses productions d'une médiocrité extrême.

[1] MARIETTE : *loc. cit.*

Au résumé, si Witdoeck est dans l'École anversoise une figure assez originale, il ne lui apporte aucun principe digne d'être repris. L'effet décoratif de ses planches ne rachète ni la faiblesse de son dessin, ni l'insuffisance de ses formes d'expression.

L'intérêt porté par Rubens aux travaux du graveur nous est attesté, tout à la fois, par les priviléges dont il honora tous ses travaux, par le soin qu'il prit de les répandre lui-même — comme le prouve le nom de Jacques Moermans inscrit sur plusieurs d'entre eux [1] — et par une lettre intéressante que Balthasar Moretus, premier du nom, écrit à Raphelengius le 8 avril 1637. Il résulte de cette lettre que Rubens déclarait pouvoir à peine suffire à donner du travail à l'unique graveur qu'il utilisât à ce moment et n'en pouvait accepter un second.

En effet, le maître souffrait de la goutte et se sentait hors d'état de mener de front l'exécution de ses dessins et la retouche de ses gravures [2].

L'éditeur le plus fréquent des planches de Witdoeck est J. de Berti, dont le nom ne figure pas dans les registres de la corporation anversoise de St-Luc. Appartenait-il à la famille des de Berti dont un des membres, Édouard, fut pendant quarante-six ans le secrétaire des conseils du roi d'Espagne [3]? Il n'y a là peut-être qu'une coïncidence de nom.

L'année de la mort de J. Witdoeck n'est point connue. Aucune planche

[1] Ce fut, effectivement, avec ce Moermans que la famille de Rubens eut à régler, après la mort du peintre, un compte résultant de la vente d'estampes.

[2] Voici textuellement la lettre de Moretus dont nous devons la communication à l'obligeance de M. Max Rooses :

« *Francisco Raphelengio Leidæ* S. P. Cognate Carissime. De Christophoro Porreto * cum » D. Rubenio egi, haud peregi. Rationes haud iniquas allegat : unum sibi sculptorem quem » habet, sufficere; quem nec plane occupare possit : chiragrâ subinde se impediri, ut pluris » imagunculis delineandis haud par sit; nec item cum sculptor inciderit, refingendis. Porro » alios hic reperiri pictores, qui ipsius operâ uti possint, et quorum ipse instructione proficere » valeat.

» At vero dubitem, num isthic commodius ab aliquo sculptore aut pictore instrui possit.

» Antwerpiæ, 8 april 1637. »

(Musée Plantin. Minutes de lettres, 1633-1640.)

[3] Hendrickx lui dédia en 1664 la *Trinité*, gravée par Lommelin d'après Rubens.

* Christophe Porret n'est pas mentionné dans les dictionnaires d'artistes.



de sa main ne porte une date postérieure à 1639. Peut-être s'adonna-t-il tout entier au commerce après la mort de Rubens [1].

Il y a lieu de supposer, toutefois, qu'il n'atteignit pas un âge avancé et l'on s'expliquerait alors les retouches que Bolswert fut appelé à faire à certaines de ses planches pour le compte de Martin Van den Enden [2].

Aucun élève de Witdoeck ne fut présenté à la corporation des artistes d'Anvers et la nature particulièrement vivace de son travail prouve assez qu'il n'eut recours à la main d'aucun auxiliaire pour l'exécution de ses planches.

L'*Assomption de la Vierge* fut une des dernières estampes dont Rubens dirigea l'exécution.

---

Le jour même où Hans Witdoeck commençait chez Vorsterman l'apprentissage qu'il devait si tôt interrompre, le maître faisait inscrire à la corporation des artistes anversois un autre élève qui, à son tour, devait être l'interprète distingué de certaines œuvres de Rubens. C'était Marin Robin, plus connu sous le nom de Marinus dont il signa ses planches, et que plusieurs auteurs désignent sous le nom d'Ignace-Corneille Van der Goes, bien qu'il soit plus fréquemment mentionné aux registres de St-Luc sous celui de Robin.

S'il faut admettre la version d'un catalogue fort consciencieusement rédigé [3], Marinus avait vu le jour à Londres en 1599 et il avait conséquemment dépassé la trentaine à l'époque de son entrée chez Vorsterman [4].

Il est vrai que l'année suivante (1632-1633) son admission parmi les maîtres était proclamée et que lui-même recevait pour élèves : Alexandre

[1] Jean Witdoeck est inscrit à la gilde de St-Luc en 1631 en la triple qualité d'enlumineur, de marchand et de graveur.

[2] Voir plus haut page 189.

[3] *Histoire de la gravure d'Anvers : Catalogue de la collection Terbruggen* d'Anvers 1874-1875, p. 142.

[4] Basan : *Dictionnaire des graveurs*, 1789, II, p. 28, et Gori : *Notizie degli intagliatori*, 1813-XII-XIII, p. 155, font naître Marinus à Anvers en 1626.



Goubauw, Antoine Coolberger et Gaspard Leemans. Peut-être Marinus achevait-il à Anvers un apprentissage commencé ailleurs.

A nos yeux le renom de Marinus est inférieur à son mérite et De Bie, si prodigue de louanges pour des maîtres ordinaires, ne daigne même pas lui accorder la plus légère mention.

Marinus fut pourtant du nombre des collaborateurs de Rubens, de Van Dyck, de Jordaens et de Van Thulden, et d'après chacun de ces peintres il produisit des œuvres d'un caractère absolument original.

Le séjour passager qu'il fit dans l'atelier de Vorsterman permet à peine de le désigner comme l'élève de ce maître, et pourtant aucun graveur n'a plus approché de son talent, aucun n'était plus vraiment appelé à continuer le grand style de sa meilleure époque.

La carrière de Marinus fut malheureusement très-courte et les travaux qu'il exécuta à Anvers se répartissent sur une période de sept années à peine. Il mourut le 27 avril 1639 [1].

Son œuvre peut être évalué, au plus, à une quinzaine de pièces parmi lesquelles la première place appartient, en toute justice, à ses grandes planches d'après Rubens et Jordaens [2].

Rubens avait dû apprécier son talent, car il lui confia deux de ses œuvres les plus grandioses : *Saint François-Xavier guérissant les malades* et *Saint Ignace de Loyola exorcisant les possédés,* les deux « merveilleux tableaux » de l'église des Jésuites d'Anvers [3] épargnés par l'incendie et qui, de nos jours, sont au nombre des toiles les plus précieuses du Belvédère à Vienne.

Le procédé de Marinus, plus libre que celui de Vorsterman, est extrêmement bien adapté à la manière de Rubens, surtout dans les toiles dont il s'agit. Le burin d'une grande finesse et passablement serré, conserve à travers toute la planche une transparence et une légèreté qui permettent au

[1] *Liggeren,* t. II, p. 17 en note.

[2] Une petite *Madeleine pénitente,* Delm : 1425, qu'il grava d'après Van Dyck, ne doit être considérée que comme une œuvre de jeunesse.

[3] Mariette, V, p. 101. Le *Saint Ignace* ne doit pas être confondu avec une autre toile de Rubens, œuvre capitale non reproduite et qui orne un des autels latéraux de l'église San Ambrogio à Gênes.

graveur d'atteindre à l'effet par des noirs relativement atténués. Dans le *Saint Ignace*, certaines parties sont d'une véritable excellence. La possédée qui se débat au centre du tableau est de la plus admirable force d'expression et il n'est point de graveur de Rubens qui ait mieux rendu son style.

Dans le modelé l'influence de Vorsterman est apparente, mais aucun de ses élèves ne tira un plus habile parti du système que Marinus.

Une qualité que le maître avait en propre était la distinction. Sans être un dessinateur de premier mérite, il s'applique d'une manière évidente à préciser et à contenir la forme que des graveurs plus habiles semblent s'attacher à amplifier, croyant sans doute atteindre ainsi au caractère rubénien.

La *Fuite en Égypte* d'après le tableau du Louvre (B. 26; S. 102) met encore mieux en relief les qualités du graveur.

On connaît cette scène nocturne à laquelle la lumière combinée des torches et de la lune donne un si étrange effet. Marinus sut se conformer entièrement aux intentions de Rubens, et arriver, sans effort, à rendre tout ce que le pinceau du maître réunissait d'éclat et de vigueur.

Chacune des trois grandes planches fut publiée par Rubens lui-même et revêtue de ses priviléges.

En 1635 le grand peintre dessina pour le libraire Cnobbaert d'Anvers le titre d'un livre de Diego de Aedo y Gallart : *Viaje del Infante Cardenal.* Marinus fut chargé de la gravure de la planche, assez peu importante, au reste, et qui n'a rien de bien particulier. Un grand portrait équestre du prince Ferdinand d'après Jean Van den Hoecke fut ajouté au livre. Il semble avoir échappé aux divers catalographes. Nous ne le signalons non plus que pour mémoire, la planche ayant une importance secondaire vis-à-vis des autres travaux du graveur.

Marinus ne fut point surpassé et se surpasse lui-même, comme interprète de Jordaens. Cherchant dans ce maître, d'allure en apparence si désordonnée, ses hautes qualités picturales, Marinus sut traduire avec le plus grand style ce qu'il convenait d'exprimer.

Le *Martyre de sainte Apolline* égale par l'intelligence de la conception les meilleures planches de Bolswert ou de Vorsterman.

Le graveur a su faire oublier son propre travail pour mettre en relief les

qualités du peintre et Jordaens est là, tout entier, bien mieux que dans le *Saint Martin* de De Jode, mieux encore que dans le *Concert de famille* de Bolswert, excellent, sans doute, mais où la personnalité du graveur s'est substituée dans une trop forte mesure à celle du peintre.

L'*Adoration des Bergers*, d'après le même maître, est le chef-d'œuvre de Marinus. Ce tableau de famille — car telle est en réalité la toile de Jordaens — peint avec tant d'amour, où le peintre, sa femme et son enfant sont réunis, a été rendu par le graveur avec le sentiment le plus vivace de l'effet pittoresque.

On ne se lasse point d'admirer l'étonnante délicatesse de ce burin dont le plus léger contact avec la planche a sa raison d'être.

Les têtes de la Vierge et de l'enfant Jésus laissent à peine voir la trace du burin et, dans les lumières les plus intenses, le modelé est soutenu par un travail de pointe que révèle seule à l'œil une étude des plus attentives.

Van Thulden, Adrien Brouwer et quelques autres maîtres furent abordés par Marinus avec un talent qui fixe légitimement sa place entre son maître et Boétius à Bolswert. S'il eut toute la distinction du premier, il sut emprunter au second toute la suavité de son burin.

---

Bien qu'il faille considérer Witdoeck et Marinus comme les derniers graveurs qui travaillèrent sous la direction de Rubens, l'École anversoise produisit encore, dans les dernières années de la vie de son illustre chef, quelques praticiens qu'il put voir à l'œuvre et dont il dut aussi, dans une certaine mesure, diriger le travail.

Parmi ces maitres il en est un qui doit particulièrement attirer l'attention : Jacques Neefs, dont l'apprentissage fut achevé en 1632-1633, bien que Basan le fasse naître en 1639 [1]! Les registres de S[t]-Luc ne désignent point son initiateur.

A ne le juger que par le style de sa meilleure planche, le *Martyre de*

[1] *Op. cit.*, II, p. 60.

*Saint Thomas* (B. 48; S. 144), Jacques Neefs se classerait parmi les condisciples de Marinus dont il n'atteint pas, il est vrai, la correction, mais dont il a la touche brillante. Son burin précise durement les contours; toutefois il modèle avec art et se pénètre de ses modèles en homme intelligent.

Bien que l'effet des planches de Neefs soit décidé, son travail est approfondi et il fait de louables efforts pour arriver à la dégradation des plans, par la variété des travaux.

Le *Martyre de saint Thomas* fut un des derniers tableaux peints par Rubens et l'œuvre n'a point quitté, jusqu'à ce jour, l'église des Augustins à Prague pour laquelle elle avait été commandée en 1637 et où elle prit place en 1639, moins d'un an avant la mort du peintre [1].

La planche de Neefs dut passer sous les yeux de Rubens et l'on peut admettre comme étant de sa main quelques retouches faites à une première épreuve du Cabinet de Paris.

Remarquons cependant que l'œuvre du graveur ne porte point le privilége de Rubens, mais celui du Conseil privé, et l'on doit conclure de là que l'illustre peintre ne vivait plus au jour de la publication.

En 1635 Neefs devint le collaborateur de Van Thulden dans le grand travail dont celui-ci fut chargé par la ville d'Anvers de rendre par la gravure les arcs de triomphe érigés à l'occasion de l'entrée, dans cette ville, du prince Ferdinand d'Autriche. Ce fut lui qui plaça en tête de ce recueil le beau portrait à mi-corps de l'infant d'Espagne, que Mariette croyait être exécuté d'après une peinture de Velasquez [2].

Il fut aussi l'auteur de la reprise au burin du frontispice de la *Pompa Introitus Ferdinandi.*

Dans ces planches, assez proches des débuts du maître, son style rappelle trop grandement celui de Marinus, pour que la conviction d'une commune origine artistique ne s'en trouve fortifiée.

Neefs grava pour Martin Van den Enden deux fort belles planches d'après Jordaens représentant le *Christ devant Caïphe* et le *Christ devant Pilate.*

[1] Dr Alfr. Woltmann : *Ein Gemälde von P. P. Rubens (Mittheilungen der K. K. Central Commission zur Erforschung und Erhaltung der Baudenkmäler). Neue Folge,* II, 1876, p. 89.

[2] *Abecedario,* V, p. 123.

Son burin, beaucoup plus serré, cette fois, que dans ses planches d'après Rubens et Van Thulden, est très-assourdi. Sa taille croisée à des angles différents, selon les plans des draperies, mais rarement courbée, est fort cassante.

L'effet est pourtant remarquable et le graveur se tiendrait à un rang honorable à la suite des maîtres de sa profession s'il n'avait considérablement fléchi abandonné à ses seules forces.

Neefs est désigné dans quelques catalogues comme l'auteur de la planche anonyme gravée d'après Jordaens et qui, sous le titre : *Nosce te ipsum,* représente une jeune femme à sa toilette ayant à ses côtés un vieillard et un bouffon qui lui montre une tête de mort. L'œuvre qui a du mérite n'est point commune.

Les planches que Neefs grava pour Gilles Hendrickx, si l'on en excepte deux portraits pour l'*Iconographie,* ne peuvent supporter la comparaison avec celles de ses premiers temps. Le *Christ expirant sur la croix* d'après Rubens (B. 96; S. 324) devient une œuvre absolument médiocre.

Pourtant il donna encore à Hendrickx une gravure que les amateurs recherchent et payent un prix élevé, malgré son évidente faiblesse : le *Jugement de Pâris,* planche dite l'*Aiguière de Charles Ier* et qui manque parfois dans les plus riches collections.

Cette feuille qui existe entière aux cabinets d'Amsterdam et de Harlem et par fragments à Paris et à Bruxelles, dans l'œuvre de Rubens, donne l'ensemble d'une aiguière et de son plateau ainsi que le développement du *Jugement de Pâris,* représenté sur le corps du vase.

L'inscription porte : *P.-P. Rubens pinxit pro Carolo I, Magnæ Britanniæ, Franciæ et Hiberniæ Rege, Theodorus Rogiers cœlavit argento* [1].

Neefs grava cette planche en quelque sorte exclusivement à l'eau-forte et sans beaucoup de talent.

[1] Théodore Rogiers, ciseleur anversois, admis maître à la gilde de St-Luc en 1630-1631. Van Dyck a peint son portrait qui fut gravé par Clouet et inséré dans l'*Iconographie.* H. Walpole a mentionné Théodore Rogiers parmi les artistes qui travaillèrent pour le roi Charles Ier, (t. II, p. 163). L'exemplaire que notre planche reproduit en le réduisant est celui du cabinet d'Harlem.




AIGUIÈRE dite de CHARLES I[er]

(MUSÉE TEYLER HARLEM)

Ce fut par l'intermédiaire de Gilles Hendrickx que lui échut l'honneur d'insérer quelques portraits dans l'*Iconographie* de Van Dyck, notamment ceux du peintre Antoine Ryckaert et d'Antoine de Tassis. Ces planches sont assez acceptables, mais le graveur est au-dessous du médiocre dans le portrait de Marie-Marguerite de Berlaimont, gravé pour Meyssens. Il n'y a plus même ici le reflet de l'illustre origine de l'auteur.

Il nous reste à citer un maître qui paraît avoir été directement employé par Rubens dans les derniers temps de sa vie : Antoine Van der Does qui avait vu le jour à La Haye en 1610 [1].

Ce graveur était allié à Pontius dont il avait épousé la sœur en 1634. Il avait travaillé chez Hans Collaert. Son admission à la maîtrise date de 1633 [2].

Van der Does ne devait pas faire fortune par ses travaux, car les comptes de la succession de Rubens contiennent à son sujet la très-singulière mention que voici : « CXVI.... Pour dégager certain dessin de *Saint André* ainsi » que la planche qui en a été gravée, confiés par le défunt à un graveur » du nom de Van der Does et que ce dernier a mis en gage, ... fl. 23 [3]. »

On ne trouve pas ce *Saint André* de Van der Does dans les divers œuvres de Rubens; aucun catalogue ne mentionne la planche. Fut-elle reprise plus tard par Alexandre Voet et signée par celui-ci ? La supposition n'a rien d'inadmissible. Nous donnerions toutefois la préférence à une estampe anonyme publiée par Jean Dirckx et qui n'est pas une œuvre ordinaire.

Van der Does était très-digne, en somme, de travailler pour le chef de l'École anversoise et il existe de lui un excellent portrait équestre du cardinal-infant publié par Van den Enden et que certains auteurs admettent dans l'œuvre de Rubens (B. 42; S. 225) qui, cependant, n'y mit jamais son nom. Il grava aussi, toujours sans le nom de Rubens, un portrait du marquis de Castel Rodrigo (B. 65; S. 244), publié par Pierre De Jode.

[1] Vander Aa. *Biographisch Wordenboek*, IV, p. 237.
[2] *Liggeren*, I, p. 645.
[3] *Bulletin des Archives d'Anvers*, II, p. 136.





Le maître qui nous occupe passa en Hollande une partie de sa carrière. Il y laissa de fort bonnes planches, notamment *Un paysan et une paysanne au cabaret* d'après Brouwer.

Le burin a presque l'éclat de celui de Jonas Suyderhoef.

Jean Meyssens fit faire à Vander Does quelques portraits, qu'on retrouve dans le *Gulden Cabinet* de De Bie : Léonard Bramer, Jacques Matham, etc. En 1642 il était à Bruxelles et y gravait notamment le portrait du P. François Mastrilli. Nous signalerons enfin, de lui, deux très-bonnes planches dans le recueil des portraits des plénipotentiaires de Munster d'après Anselme de Hulle. Ces portraits sont datés de 1649.

Van der Does n'aurait pas été plus heureux dans ses relations avec Van Dyck qu'avec Rubens, s'il fallait accepter de confiance le nom de Van Dyck inscrit sur le portrait d'Alexandre Adriaenssen.

Il est incontestable que par le format, comme par tous ses autres caractères, cette planche semble devoir appartenir à une des éditions de l'*Iconographie*. Il n'en est rien, cependant, et si d'aventure l'œuvre passe par les mains d'un collectionneur elle n'est admise dans le recueil de Van Dyck que par tolérance et à simple titre de curiosité, comme « le portrait rebuté. » Et cette qualité même nous ne saurions en conscience la lui laisser, car il existe une épreuve où figure le nom du peintre François Denys. Le nom de Van Dyck est donc très-probablement une substitution frauduleuse.

Disons, au surplus, que si la planche est médiocre, elle vaut cependant plus d'une des œuvres que Meyssens et Hendrickx firent graver d'après Van Dyck; mais elle paraît gâtée par de maladroites retouches et il faut croire que, tombé aux mains d'un spéculateur, le cuivre fut repris et finalement réduit à l'état où il nous apparait aujourd'hui et qui équivaut à un anéantissement.

Van der Does mourut en 1680.

---

## CHAPITRE XII.

Les graveurs à l'eau-forte dans leurs rapports avec Rubens. — Importance secondaire de leur rôle. — FRANÇOIS VAN DEN WYNGAERDEN, graveur et marchand d'estampes. — THÉODORE VAN KESSEL. — GUILLAUME PANNEELS, peintre-graveur; son portrait de Rubens. — L. VAN UDEN, peintre-graveur. — THÉODORE VAN THULDEN, peintre-graveur. — La *Pompa Introitus Ferdinandi.* — ROMBOUT EYNHOUDTS, peintre-graveur.

---

L'École des graveurs de Rubens semblait prédestinée à épuiser ses efforts et son intelligence dans la traduction des œuvres du maître. La perfection absolue était moins encore son idéal que l'accomplissement fidèle d'une tâche imposée par le chef illustre de l'École anversoise.

Et ce n'était pas un rôle sans honneur que cette association intime avec le peintre le plus acclamé de son temps, celui que ses contemporains qualifiaient à l'envi de « prince des peintres » et de « merveille de son siècle! » Sous sa direction, la gravure était devenue vraiment un art nouveau; elle avait pu emprunter à la peinture même une partie de son éclat et l'égaler souvent en expression pittoresque.

Combien, aussi, s'était transformé le rôle assigné à l'estampe parmi les œuvres d'art! Par son intermédiaire la foule allait se voir admise à partager les jouissances réservées jusqu'alors à la richesse, et que de fois, même, Rubens n'a-t-il repris et développé dans des dessins préparés exclusivement pour ses graveurs, la pensée première d'une œuvre peinte, ou cherché à s'éclairer par l'estampe sur l'effet à rendre dans un travail plus vaste?

De telles circonstances nous expliquent que la gravure au burin, la grande gravure, si l'on peut s'exprimer ainsi, dut tenir la première place dans les

faveurs du public, et que les préférences intimes de Rubens furent de même pour elle.

Le degré surprenant d'adresse pratique atteint par les graveurs de l'École anversoise n'était pas de nature à faire naître chez aucun d'eux le désir d'abréger en les simplifiant, les procédés d'exécution. Il n'en est aucun qui se signale à la fois comme graveur à l'eau-forte et comme graveur au burin, et le mélange des deux procédés, dans une œuvre unique, est lui-même très-peu fréquent chez les Anversois. Les peintres seuls eurent quelque penchant pour l'eau-forte.

Van Dyck, Jordaens, Van Diepenbeke, Snyders, Van Thulden manièrent la pointe en maîtres qu'ils étaient, mais les planches de la plupart d'entre eux ne furent jamais que des tentatives, des hors-d'œuvre, à peine moins rares à l'époque de leur production que de nos jours.

Les graveurs de profession ne les suivirent pas et le nombre d'eaux-fortes exécutées d'après Rubens, de son vivant, fut très-borné.

Aucun connaisseur ne songe, pensons-nous, à contester la valeur de certaines planches gravées par Van Uden, G. Panneels, F. Van den Wyngaerden ou R. Eynhoudts.

On ne peut se dissimuler, toutefois, que ces artistes dans la branche spéciale qu'ils cultivaient ne fussent éclipsés par des confrères nombreux et le principal intérêt de leurs travaux est, sans doute, d'avoir été inspirés par Rubens ou d'avoir été gravés par des peintres connus.

On peut se demander, aussi, si le glorieux artiste eut une part quelconque à la production de ces planches. Cette part ne put être que très-limitée.

Le Cabinet de Paris conserve une épreuve de la planche des *Noces de Thétis et de Pélée* (B. 41 ; S. 98), gravée à l'eau-forte par François Van den Wyngaerden et qui a pu faire croire aux relations de Rubens avec ce graveur [1]. L'épreuve dont il s'agit est inachevée et quelques retouches à la plume y ont été faites. C'est ainsi, notamment, que le trident de Neptune a été dessiné sur la planche même.

[1] Van den Wyngaerden était élève de Pontius; il fut reçu franc-maître de la gilde de S^t-Luc en 1636-1637. Il est plus connu comme marchand que comme graveur.

Mariette qui connaissait cette épreuve pour l'avoir vue au Cabinet du Roi, parle des retouches, et est amené à dire : « elle en avait grand besoin, car » Van den Wyngaerden n'était pas un grand grec et je doute fort que ce » soit lui qui ait terminé la planche au burin et qui l'ait mise dans l'état où » elle se trouve [1]. » Il incline à croire que Rubens est lui-même l'auteur des reprises.

Mais ces retouches elles-mêmes n'ont pas donné une haute valeur à la planche et elle ne tient dans l'œuvre de Rubens qu'une place insignifiante.

Van den Wyngaerden n'était pas dénué de mérite et se montra vraiment artiste dans une composition assez curieuse de Rubens, connue sous le nom de *Satyre à la vaisselle* et où l'on voit le vieux Silène endormi à l'entrée d'une grotte, sur le devant de laquelle sont étalées des merveilles d'orfévrerie qui, sans doute, faisaient partie de la collection de Rubens.

La pointe est ferme, assez brillante et détaille, non sans goût, les richesses accumulées par le peintre.

Van den Wyngaerden, qui ajoute à son nom les mots *fecit aqua forti,* avait produit, cette fois, une œuvre originale et que l'on compare sans trop de désavantage aux bacchanales de Soutman et de Suyderhoef.

Plus marchand que graveur, Van den Wyngaerden publia presque toutes les eaux-fortes qui parurent de son temps en Belgique et bon nombre de planches gravées par Wenceslas Hollar, pendant son séjour à Anvers, furent, sans doute, exécutées à ses frais.

A peine moins incertaine est la participation de Rubens à l'exécution de quelques eaux-fortes de Théodore Van Kessel. Nous n'ignorons pas l'existence au Cabinet de la Bibliothèque nationale de Paris d'une épreuve retouchée au pinceau de la *Chasse de Méléagre* (B. 21 ; S. 31-10), une eau-forte de mérite. Mais la simple présence de quelques retouches ne démontre pas nécessairement que le pinceau qui les trace est celui de Rubens. Selon toute apparence, Van Kessel vit le jour en Hollande, seulement en 1620, et ne vint très-probablement s'établir à Anvers que vers

[1] *Abecedario,* V, p. 111.

1652 [1]. Les registres de S^t^-Luc renseignent à l'année 1679 la réception comme franc-maître d'un Théodore-André Van Kessel, imprimeur en taille-douce, docteur en médecine et, par-dessus le marché, « juge de la Chambre des droits de sortie et d'entrée de S. M. » Aucun autre artiste du même prénom ne se trouve mentionné antérieurement. Nous ne disons pas que Van Kessel, le docteur, soit l'auteur des eaux-fortes qui figurent dans l'œuvre de Rubens. Toutefois le maître a produit peu de chose et il est difficile de l'envisager comme artiste de profession. Quatre estampes en forme de frise, la Chasse que nous venons de mentionner, l'*Abondance* (B. 27; S. 82), une médiocre eau-forte publiée par Hendrickx, sont les principales planches que l'on a de lui. Nous ne pensons pas qu'il y ait là assez de mérite pour faire croire à l'intervention de Rubens. J. Meyssens publia plusieurs estampes de Van Kessel, notamment un beau portrait de Charles V, d'après le Titien.

Mais, fort au delà des Van den Wyngaerden et des Van Kessel se signale un autre graveur à l'eau-forte, élève de Rubens et — chose trop rare pour être passée sous silence — inscrit comme tel à la gilde de St-Luc : Guillaume Panneels d'Anvers.

Panneels, était peintre, ce qui ne l'empêcha pas d'être aussi un graveur assez fécond et Van den Wyngaerden eut l'occasion d'éditer un bon nombre de ses planches.

C'était une habitude, en quelque sorte invariable, chez ce graveur, de rappeler par ses eaux-fortes qu'il était l'élève de « l'Apelle anversois ».

S'il fit peu d'honneur à l'illustre maître, l'on n'en est pas moins touché du sentiment d'admiration et de respect dont il était pénétré pour l'artiste dont il avait obtenu les conseils et qui l'honora de sa constante amitié.

La meilleure œuvre que nous ait laissée Panneels est un portrait de Rubens. Cette planche, qui porte la date de 1630, était exécutée l'année même du second mariage du peintre, et un tableau de la Pinacothèque de Munich démontre que le graveur rendait le grand artiste, tel que lui-même

[1] *Histoire de la Gravure d'Anvers*, p. 169.

s'était représenté dans une toile charmante, se promenant avec sa jeune et gracieuse épouse dans leur jardin d'Anvers [1].

Le texte de la planche mérite d'être considéré. On remarquera que, bien que Rubens eût quitté Londres seulement au mois de mars, après avoir été créé chevalier par le roi d'Angleterre et avoir reçu de ce souverain l'épée royale qui venait de lui donner l'accolade, Panneels ne dit rien de l'honneur conféré à son illustre maître et affirme, même, qu'il tient son épée du roi d'Espagne [2].

*Excellentissimus Dus D. Petrus Paulus Rubenius pictorum Apelles, decus hujus sæculi, orbis miraculum. Aulam Hispanicam, Gallicam, Anglicam, Belgicam penicillo suo illustravit. Quem gladio donavit Philippus Quartus Hispaniarum et statuit sibi a Secretis in sanctiore suo Consilio Bruxellensi ac jam ad Regem Angliæ Legatum extraordinarium misit. Fecit D. V. studiosissimus Guilelmus Panneels 1630.*

Cette inscription est surtout curieuse lorsque l'on considère combien il était facile à Panneels d'être complètement renseigné sur ce qui concernait Rubens, non par la notoriété publique, mais par le maître lui-même. Involontairement, on songe à la lecture de ces lignes, aux doutes qu'un écrivain belge des plus consciencieux [3] élève au sujet de l'authenticité du diplôme de chevalier de Rubens, diplôme encore conservé par les descendants du maître [4] et dans lequel est relatée la circonstance de la remise de l'épée par le roi d'Angleterre.

[1] *Katalog der älteren Königlichen Pinakothek*, 1872, n° 287.

[2] C'est ce portrait qui figure en tête de notre volume.

[3] Alphonse Wauters, archiviste de la ville de Bruxelles : *P.-P. Rubens. L'Art*, troisième année, 1877, t. III, p. 206.

[4] Ce diplôme a figuré à l'exposition organisée a Anvers en 1877 lors du centenaire de Rubens. Le texte original en latin et la traduction ont été publiés par M. André Van Hasselt : *Histoire de P.-P. Rubens*. Bruxelles, 1840, p. 147.

Voici cette traduction :

« Charles, par la grâce de Dieu, roi de la Grande-Bretagne, de France et d'Irlande, défenseur de la foi, etc., à tous ceux Rois, Princes, Ducs, Marquis, Comtes, Barons, Grands, Seigneurs et Nobles, qui ces présentes verront, Salut. Comme notre nature n'a rien de meilleur que de pouvoir dignement récompenser la vertu et comme nous savons que nous avons été élevé si haut en dignité par la Grâce Divine, afin que les bons sachent qu'ils possèdent, après Dieu, un



Hollar fit du portrait de Panneels une copie amplifiée (B. 49; S. 37), très-inférieure à l'œuvre originale.

Rien de plus gracieux ni de plus fin que celle-ci. Rubens vu de face, est coiffé encore une fois de son chapeau; il s'incline légèrement et fixe sur

rémunérateur public des mérites humains, — nous avons choisi dans le nombre des bons Pierre-Paul Rubens, né dans la ville d'Anvers *, secrétaire du sérénissime roi d'Espagne, Philippe, et membre de son Conseil privé en Flandre, Gentilhomme de la Cour de la Sérénissime Infante Isabelle-Claire-Eugénie, lequel nous est aussi particulièrement cher par son affection et ses mérites envers nous et nos sujets, qu'il s'est rendu recommandable à notre Cour par son insigne fidélité au Roi son maître, par la sagesse et par les connaissances pratiques qui rehaussent si éminemment la noblesse de son esprit et la gloire de sa race; comme, en outre, nous prenons en considération l'intégrité et l'intelligence qu'il a montrées en s'employant à la paix récemment conclue entre nous et le Roi son maître, — nous avons, en souvenir des bonnes qualités dont il a fait preuve et de notre affection spéciale, ajouté à la noblesse de famille dudit Pierre-Paul Rubens la dignité de Chevalier de l'Éperon d'or, et lui avons librement conféré ce grade selon son mérite, et fait présent de l'épée avec laquelle nous l'avons affilié à l'ordre, et afin qu'il reste à ses descendants une preuve évidente de notre faveur, nous avons, après mûre délibération, avec connaissance de cause et selon la plénitude de notre pouvoir royal, ajouté au blason dudit Pierre-Paul Rubens une augmentation d'armes prise dans notre blason royal, à savoir un canton de gueules au lion d'or, tel qu'il se trouve plus clairement dépeint en marge des présentes lettres; voulant et confirmant que ledit Pierre-Paul Rubens, et ses héritiers mâles légitimes puissent porter et employer à perpétuité ladite augmentation d'armes en leur blason, ne doutant pas que toutes ces choses et chacune d'elles en particulier ne soient agréables au sérénissime roi d'Espagne et à la sérénissime archiduchesse d'Autriche. En foi de quoi nous avons fait dresser ces lettres patentes. Ainsi fait en notre palais de Westminster, le quinzième jour du mois de décembre, l'année mil six cent trente du glorieux accouchement de la Vierge (*a Virginis partu salutifero*) ** de notre règne le sixième.

CHARLES R. »

Voici ce qu'écrit M. Wauters au sujet de ce document :

« Il est aussi faux qu'un acte peut l'être. Charles y prend le titre de roi de la Grande-Bretagne, titre qui n'a été adopté officiellement qu'en 1707, après l'union des deux monarchies, jusque-là complétement distinctes, d'Angleterre et d'Écosse. Le roi qualifie notre peintre de secrétaire du roi d'Espagne et de conseiller de son conseil privé. Quand les rois d'Angleterre ont-ils accordé des augmentations d'armoiries à des étrangers en ajoutant une formule telle que celle-ci : « Cela ne déplaira pas sans doute aux sérénissimes roi d'Espagne et archiduchesse d'Autriche, » comme si l'infante Isabelle avait, après la mort d'Albert, octroyé des anoblissements? Enfin, peut-on admettre comme sérieuse une souscription où un roi anglais, un roi anglican emploie la formule : l'an... « depuis le salutaire accouchement de la Vierge » (*a Virginis partu salutifero*)? »

* *Ex urbe Antverpiæ oriundum.*

** M. Van Hasselt traduisait : *De la glorieuse nativité de Notre Seigneur.*



nous ce même regard intelligent qui donne tant de charme au beau portrait gravé d'après Van Dyck.

Si Pontius nous a fait connaître le chef d'école, le grand Rubens à l'apogée de sa gloire, si le portrait du Belvédère doit nous montrer dans peu d'années la figure soucieuse du diplomate [1], trève pour le moment aux préoccupations! C'est l'homme en quelque sorte transfiguré par le bonheur et tel que dans peu de jours il conduira à l'autel l'adorable fille de seize ans que son pinceau a immortalisée.

La pointe de Panneels est en général très-maigre et, malgré leur *brio,* ses petites planches ont dans l'effet une certaine âpreté. Il devait aller rondement en besogne, car on peut lire au bas d'une de ses eaux-fortes : *Jupiter et Junon dans l'Olympe : « in horas V »*, ce que Mariette traduisait par : *in horas vespertinas* (!), et ce qui signifie évidemment, comme le font observer les éditeurs de l'*Abécédaire : « in horas quinque »*. Cela n'était pas irréalisable en somme.

Nous n'avons trouvé sur les planches de Panneels aucune date antérieure à 1630. En 1628 il travaillait encore chez Rubens, comme le prouve sa comparution en qualité de témoin à un acte dressé dans l'atelier même du maître par le notaire Van Breuseghem [2].

La date 1631 apparaît sur un *Saint Georges combattant le dragon* (B. 22; S. 61). A cette époque le graveur était à la cour du margrave de Bade auquel la planche est dédiée.

Panneels semble, du reste, avoir fait en Allemagne un séjour assez prolongé et il date fréquemment ses planches de Francfort-sur-le-Mein. Celle intitulée : *Cursus mundi,* où l'on voit un enfant qui allume une chandelle à la lumière expirante tenue par une vieille femme, porte l'inscription : *In aula reverendissimi ac illustrissimi Principis ac Domini D^ni Anshelmi Casimiri Archiepiscopi Moguntini... Principis ac D^ni sui clementissimi,*

[1] Ce portrait a été récemment gravé avec beaucoup de talent par M. Lindner pour la Société autrichienne *für Vervielfältigende Kunst.*

[2] De Bie : *Gulden Cabinet*, p. 137. Cet acte était un certificat demandé à Rubens par le peintre Déodat Delmont. Voir aussi *Catalogue du Musée d'Anvers*, troisième édition, p. 107.





*hæc pinxit Guillielmus Panneels Antverpiensis quondam discip. excellentissimi pictoris P. P. Rubenii inv. 1631.*

Panneels était donc au service du prince-évêque de Mayence à l'époque de l'exécution de cette œuvre qui reproduisait une peinture de sa propre main, et non pas un tableau de Rubens. Inutile de faire observer que la pensée même appartient à celui-ci.

On ne sait rien de plus concernant ce graveur. Andresen, le continuateur de Heller, assure qu'il vit le jour vers 1600 et travailla également à Cologne [1]. Le nombre de ses eaux-fortes s'élève à trente-six. Elles sont exécutées d'après Rubens à l'exception de la pièce citée en dernier lieu.

Toutes ces planches sont de petit format et il est improbable que l'illustre maître intervînt d'une façon quelconque dans leur exécution. Elles n'enrichissaient d'aucun élément nouveau les procédés ni le style de la gravure à l'eau-forte.

Van den Wyngaerden fut l'éditeur de presque toutes les eaux-fortes de Lucas Van Uden, un des meilleurs paysagistes de son temps et le collaborateur ordinaire de Rubens pour les fonds de paysage de ses toiles [2].

Une suite de quatre pièces, les plus grandes de l'œuvre de Van Uden, se compose de paysages d'après Rubens. Ces pièces passèrent peut-être sous les yeux du peintre, mais on hésite à croire que lui-même eut part à leur exécution. Nous constatons même qu'au premier état ces planches sont dépourvues du nom de Rubens.

Pratiqué de préférence par des peintres, le procédé de l'eau-forte ne fut jamais, nous l'avons dit, qu'un hors-d'œuvre pour les artistes flamands. Certains d'entre eux, doués d'une incontestable habileté, ne laissèrent qu'un très-petit nombre de planches.

Dans l'entourage de Rubens, Quellin et Snyders ne gravèrent que trois eaux-fortes; Abraham Van Diepenbeke n'en laissa même qu'une seule.

[1] *Handbuch für Kupferstichsammler von* ANDREAS ANDRESEN. Leipzig, 1873, II, p. 255.
[2] *Catalogue du Musée d'Anvers*, troisième édition, p. 508.



Par cela même, ce n'est pas sans surprise que l'on voit le procédé cultivé avec une véritable passion par un des aides les plus constants de Rubens : Théodore Van Thulden et le talent que déploie ce graveur, rend assez étrange que le peintre n'ait à aucune époque songé à tirer parti de son habileté.

Plusieurs auteurs assurent que Van Thulden accompagna Rubens à Paris lorsqu'il y fut mandé par la reine-mère. Cet élève devait être alors bien jeune, étant né en 1607.

Quoi qu'il en soit, — et la question mériterait d'être élucidée — le jeune artiste décora à Paris l'église des Trinitaires et reproduisit à l'eau-forte, non-seulement la série de ses peintures mais encore, l'année suivante — 1634 — Melchior Tavernier fit paraître de lui un recueil de cinquante-cinq planches retraçant, d'après les fresques exécutées à Fontainebleau par Niccolo dell'Abate, la suite des aventures d'Ulysse [1].

On juge diversement ces travaux [2]. Nous trouvons pour notre part que dans le nombre il en est d'un fort bon style et qui valent les planches de Pierre Testa. On devinait que Van Thulden, mis en présence des œuvres de Rubens, était homme à résumer avec assez de talent les grandes conceptions du maître.

L'occasion s'en présenta dès l'année 1635. Lorsque la ville d'Anvers, malgré le triste état de ses finances, couvrit d'arcs de triomphe ses rues et ses places, pour fêter l'arrivée dans ses murs de l'archiduc Ferdinand d'Autriche, Rubens fut appelé à diriger ce travail décoratif qui, dans son genre, fut une de ses œuvres les plus grandioses [3].

La municipalité confia à Van Thulden la mission de reproduire à l'eau-forte tous les arcs de triomphe, *spectaculi,* etc., en vingt-cinq planches

[1] *Errores Ulysses... a Nicolo depicti et in œs incisi a Theodoro Van Thulden. Parisiis*, 1634.

[2] « Les gravures de l'Histoire d'Ulysse n'ont, à nos yeux, d'autre mérite que de conserver » le souvenir de compositions aujourd'hui disparues. » Duplessis : *Merveilles de la gravure*, p. 165.

[3] Dans un savant mémoire sur l'*Influence de l'architecture italienne dans les Pays-Bas*, M. A. Schoy assure « que Rubens ne retira de tout son travail architectural, décoratif et pictural, d'autre récompense que la visite gracieuse de Ferdinand d'Autriche » (p. 364); c'est une erreur. A la date du 30 avril 1635, il fut payé au grand peintre une somme de *cinq mille* florins pour deux peintures insérées dans l'arc de l'église S[t]-Georges, la retouche d'autres peintures et l'ensemble de ses esquisses, Cf. *Bull. des Archives d'Anvers,* VII, p. 29. CXXXIX.

simples et autant de planches doubles, octroyant de ce chef au graveur une somme de deux mille florins.

Deux cents exemplaires des eaux-fortes accompagnées d'un texte de Gaspard Gevaerts, le secrétaire de la ville, devaient être remis avant la fin de l'année, ce que Van Thulden accepta, quoique l'on fût au 25 mai [1].

Rien de mieux connu que ce grand recueil publié sous le titre de *Pompa Introitus honori serenissimi Principis Ferdinandi Austriaci S. R. E. card. à S. P. Q. Antverp. decreta et ordonata,* etc.

Envisagé à l'unique point de vue de la gravure, son importance est, sans doute, amoindrie par tant d'œuvres éminentes que nous avons eu l'occasion d'apprécier. On ne peut contester, cependant, qu'il n'ait fallu une somme de talent très-peu ordinaire pour créer un travail de cette portée et lui conserver, dans toutes ses parties, un entrain et une légèreté que semblait avoir exclu des œuvres de l'espèce l'amour de la précision de l'École anversoise.

Rubens fut appelé, sans aucun doute, à contrôler l'exécution d'une partie des planches de son élève. Van Thulden avait été souvent son auxiliaire et, reproduisant un vaste ensemble créé par le génie du peintre, il est impossible qu'il ne recourût aux conseils de l'expérience de celui-ci [2].

S'il fallait démontrer, d'ailleurs, le talent remarquable dont le graveur fit preuve dans un travail qu'il avait, en outre, le mérite d'avoir dessiné lui-même, un point de comparaison des plus sérieux naîtrait d'une planche de S. à Bolswert, souvent insérée dans la *Pompa Introitus Ferdinandi* et représentant un théâtre érigé à Anvers sur le Vieux Marché aux Grains [3]. Malgré son talent, Bolswert produisit une planche d'un très-médiocre effet, dénuée d'expression et de caractère, répondant, en un mot, d'une manière insuffisante à sa destination.

[1] *Bulletin des Archives d'Anvers*, VII, p. 39. Van Thulden reçut le jour même un à-compte de 600 florins.

[2] La dédicace du volume est datée du 18 des calendes de Juillet (14 juin 1641). Résulte-t-il de là que, comme l'assure M. Schoy (p. 362), l'œuvre « demeura toujours un mythe » pour Rubens? Cela est contraire aux probabilités comme aux faits. Van Thulden avait soumis un spécimen de ses planches au magistrat d'Anvers dès le mois de mai 1635. Pendant les cinq années qui s'écoulent avant la mort de Rubens, il dut produire un bon nombre de planches.

[3] *Pompa Introitus*, p. 145.



C'est que, bien réellement, le procédé de l'eau-forte pouvait seul donner à l'art de l'illustration ses vrais caractères, et la *Pompa Introitus* comparée aux livres du même genre qui avaient paru antérieurement, accuse une supériorité dont la bonne part doit revenir, sans aucun doute, à l'intervention de Rubens.

Le jugement favorable que nous portons sur les travaux de Van Thulden n'ira pas, cependant, jusqu'à nous faire proclamer comme digne de Rubens une suite de vignettes illustrant la parabole de l'*Enfant prodigue,* vignettes publiées en Hollande sous le nom du maître et dont il a été fait mention dans un précédent chapitre. Ces petites planches qui, certainement, sont de Van Thulden ne peuvent être mises en parallèle avec les eaux-fortes du livre publié par la municipalité d'Anvers.

---

Parmi les peintres-graveurs qui travaillèrent aux côtés de Rubens, le dernier fut, probablement, Rombaut Eynhoudts qui avait vu le jour à Anvers en 1613 [1], et fut encore l'élève d'Adam Van Noort, dans l'atelier duquel sa réception eut lieu l'année 1626 [2]. Nous le qualifions de peintre-graveur sur la foi des registres de la gilde de St-Luc qui le mentionnent à plus d'une reprise en cette qualité.

Les planches d'Eynhoudts ne sont pas sans analogie avec celles de Jordaens, élève comme lui de Van Noort. Bien dessinées, elles sont tracées d'une pointe assez lourde.

De Bie ne fait pas mention d'Eynhoudts qui, cependant, a dû laisser des tableaux.

Le nombre de ses eaux-fortes ne va pas à la vingtaine, bien que l'artiste ait survécu de quarante ans à Rubens d'après lequel il a presque exclusivement gravé [3].

Malgré le peu d'importance des travaux d'Eynhoudts, il est permis de

[1] *Histoire de la gravure d'Anvers*, p. 163.

[2] *Liggeren*, I, p. 636.

[3] Deux planches d'Eynhoudts sont insérées dans le *Teatro de Pinturas* de David Teniers. Bruxelles, 1660.



croire que Rubens lui fournit personnellement des sujets de gravure. Cette supposition se fonde sur la circonstance que ses eaux-fortes sont les seules, ou les plus anciennes reproductions, de certaines œuvres qui ont, dans la carrière de Rubens, une véritable importance.

L'*Adoration des Mages* (B. 14; S. 59) reproduit un tableau peint en 1624 pour l'abbaye de St-Michel [1] et constitue encore la meilleure gravure d'une toile célèbre dès l'époque de son exécution. Le tableau de la chapelle du tombeau de Rubens : *La Vierge adorée par plusieurs saints et saintes* (B. 17; S. 48) est aussi la première planche exécutée d'après cette œuvre capitale, et la rend mieux que l'indifférente traduction de Pontius. Le *Saint Christophe* (B. 8; S. 17), d'après le volet extérieur de la *Descente de croix;* le *Pape saint Grégoire et d'autres Saints devant un portique orné de l'image de la Vierge* (B. 4; S. 64) reproduit la célèbre composition peinte à Rome pour l'église de Santa Maria Nuova [2] et, plus tard, placée par Rubens sur le tombeau de sa mère à Anvers. Le tableau de *Saint Pierre et Saint Paul* ne fut jamais gravé depuis, non plus que *Cambyse et le Juge prévaricateur,* ni la composition allégorique sur la *Paix et la félicité d'un État* (B. 58; S. 155)[3].

Les œuvres de R. Eynhoudts acquièrent, par cette circonstance, une somme d'intérêt plus grande que leur valeur artistique ne comporte. D'autre part, il y aurait injustice à leur méconnaitre l'élan et la fermeté de fort bons croquis.

C'est incontestablement dans cette classe qu'il faut ranger la plupart des eaux-fortes dont il a été parlé dans ce chapitre.

[1] Ce tableau est aujourd'hui au Musée d'Anvers, n° 298.

[2] Voir au sujet de cette toile actuellement conservée au Musée de Grenoble : ALF. MICHIELS : *L'Art dans l'est et le midi de la France*, p. 353.

[3] Pinacothèque de Munich, n° 273.

# CHAPITRE XIII.

La gravure sur bois dans l'œuvre de Rubens. Christophe Jegher.

---

La grande importance donnée par Rubens à la gravure en taille-douce eut pour effet de restreindre dans des limites étroites le champ abandonné à la gravure sur bois. La librairie anversoise n'avait pas cessé de faire un emploi régulier d'excellents travaux d'ornementation — compléments nécessaires des beaux livres qu'elle mettait au jour — mais il était graduellement devenu de bon goût d'accompagner les volumes de frontispices, et même de vignettes, gravés sur cuivre, malgré les frais et les difficultés résultant de l'insertion de ces planches dans un texte typographique.

Les graveurs sur bois avaient eux-mêmes peu à peu cédé le pas à leurs confrères du burin et, au XVII[e] siècle, leurs travaux n'apparaissent plus qu'à des intervalles éloignés dans les ouvrages issus des presses anversoises.

Les catalogues des gravures exécutées d'après Rubens contiennent près de cent compositions du maître données à divers imprimeurs pour servir de titres et d'illustration à des livres. Deux ou trois à peine de ces dessins sont reproduits par la gravure sur bois.

En réalité, la taille d'épargne ne servait plus qu'à des destinations d'une importance artistique très-effacée : fleurons, têtes de chapitres, lettrines, marques d'imprimeurs, parfois des images de piété, destinées à supporter un long tirage, et pouvant être obtenues à bas prix accompagnées d'un texte typographique.

Par la volonté de Rubens, la gravure sur bois fut appelée un instant à faire revivre à Anvers les admirables productions du XVI[e] siècle, à donner,

enfin, au maître des œuvres voisines de ces merveilles de science et d'effet qu'il avait pu voir exécuter lui-même à Mantoue à l'époque où Andreani vint reproduire par ses procédés spéciaux le *Triomphe de César* de Mantegna, le plus précieux ornement de la splendide demeure des Gonzague.

On ne peut méconnaître la puissance du souvenir de ces œuvres dans les bois gravés sous la direction de Rubens. Il n'inventait pas plus ici le procédé qu'il ne créait un style; il entreprenait manifestement de faire renaître au profit de ses travaux, un genre si admirablement pratiqué pour le Titien et d'autres maîtres italiens, dont l'influence se fait sentir dans les œuvres de toute sa carrière.

Christophe Jegher fut le collaborateur de Rubens dans cet ordre de productions.

Était-il, comme on l'assure — et comme l'indiquerait aussi son nom [1] — d'origine allemande? On peut le croire. Son métier même, plus largement exercé encore de son temps en Allemagne qu'aux Pays-Bas, viendrait, jusqu'à un certain point, corroborer la supposition.

En 1627-1628, Jean-Baptiste Barbé étant doyen de la corporation de St-Luc d'Anvers, Christophe Jegher y fut admis à la maîtrise.

Les registres le qualifient de *houte figuersnyder,* littéralement : tailleur d'images de bois.

Une note relative à des travaux exécutés par Jegher en 1629 et 1630 démontre qu'il gravait aussi sur plomb [2] et la mention n'a rien qui doive surprendre, car, en réalité, les travaux du maître ont une ampleur surprenante, même pour des gravures sur bois.

Creusant le plomb, il obtenait sans effort des effets vigoureux et l'impression elle-même se trouvait facilitée.

Le tirage coûtait, d'ailleurs, peu de chose, car un imprimeur anversois touchait, en 1630, une somme de 16 florins pour avoir imprimé cinq mille épreuves d'une planche gravée par Jegher [3].

[1] Jegher : *Jäger : chasseur.*
[2] *Liggeren,* I, p. 648, et P. Visschers : *Geschiedenis van St-Andrieskerk te Antwerpen,* I, p. 134.
[3] *Liggeren,* I, p. 390.



Quelle est la date de l'association de Rubens et de son graveur sur bois ? Aucune année inscrite sur leurs planches ne fournit d'indications à cet égard. Lorsque Rubens dessina la marque de l'imprimerie plantinienne : la main tenant le compas avec la devise : *Labore et Constantia,* Jegher fut chargé de la gravure et un compte du 24 juillet 1631 lui alloue, de ce chef, 7 florins [1]. La vignette est signée I. C. I.

Une douzaine de planches naquirent de la collaboration de Rubens et de Jegher. Que le maître y attachait une importance exceptionnelle, on peut le déduire du fait qu'il s'annonce partout sur les planches de Jegher comme l'éditeur de celles-ci : *P. P. Rubens delineavit et excudit,* et que, bien avant toute autre mention, il y inscrit en lettres d'une grandeur inusitée les mots : *Cum privilegiis,* avis énergique aux contrefacteurs.

Les planches de Jegher étaient donc gravées directement sur les dessins de Rubens et celui-ci ne négligeait pas d'en surveiller l'exécution, comme le prouvent assez les précieuses contre-épreuves que conserve le Cabinet de Paris et qui, toutes, portent les traces d'une révision approfondie ainsi que des modifications que le graveur a fidèlement observées.

Sur quelques-unes de ses planches Jegher accompagne ses initiales du racloir, preuve bien évidente qu'il les a taillées sur le bois.

C'est le cas pour l'*Enfant Jésus jouant avec le petit saint Jean* (B. 40; S. 91) et pour le *Christ tenté par le démon* (B. 37 ; S. 138). Ce fut à ce procédé qu'il recourut évidemment aussi pour le grand *Jardin d'amour* dont il existe des épreuves tirées de la planche trouée par des piqûres de vers.

La conviction de quelques iconophiles est moins complète en ce qui concerne le *Repos en Égypte* (B. 23; S. 114), une œuvre capitale dont les effets ne paraissent pas toujours se concilier avec le procédé de la taille d'épargne. L'intervalle laissé par le croisement des hachures semble parfois d'une bien grande délicatesse pour supporter le tirage vigoureux de la planche et l'on pourrait supposer que Jegher usa véritablement, cette fois, d'une planche de plomb.

Quoi qu'il en soit, les travaux du graveur ont un effet, une puissance et

[1] *Titres et portraits*, etc., explication des marques de l'imprimerie plantinienne.





une expression qui les associe d'une manière plus intime à la personnalité de Rubens qu'aucune autre reproduction de son œuvre. En réalité, c'est le dessin du maître que nous avons sous les yeux, repris avec toute son ampleur, avec l'énergie de sa touche et l'expression de ses contours.

Ces œuvres excellentes ne perdent rien à être rapprochées des travaux de même nature inspirés par le Titien et le Véronèse.

La vigueur des travaux de Jegher est parfois surprenante. Une *Chaste Suzanne* (B. 36; S. 94) constitue la planche sur bois la plus largement traitée qui jamais ait passé sous une presse, et son impression dut offrir des difficultés énormes.

*Hercule exterminant la fureur et la discorde* (B. 14; S. 68), tout aussi large est pourtant une œuvre irréprochable de style et d'expression.

Cette planche qui reproduit un des panneaux du plafond de la salle des banquets de Whitehall, fait supposer que Jegher fut en relation avec Rubens à une période assez avancée de la vie du maître. Ce ne fut qu'en 1629, et pendant son séjour à Londres, que Rubens reçut la commande du travail dont il s'agit et ses peintures ne furent placées qu'en 1634 [1].

Il ne nous semble pas que l'on ait rendu pleine justice au talent de Jegher dans l'appréciation de ses travaux. « Son art a fait tant de progrès depuis la » première moitié du XVII[e] siècle, dit un écrivain, que ses planches nous » causent maintenant une certaine surprise. Leur aspect rude et sauvage ne » manque pas d'expression ni de caractère. La fougue de Rubens prend là » un air de barbarie très-dramatique [2]. »

Pareil jugement, lorsqu'il s'agit d'apprécier un travail de Rubens ne s'adapte pas mieux à la nature de l'œuvre qu'à son mode d'interprétation.

Il est très-évident que Jegher rendait les dessins de Rubens avec la plus grande fidélité et l'intérêt de ses travaux résulte précisément de la conscience avec laquelle il paraît redire les intentions du grand artiste. M. Duplessis le constate avec l'autorité d'un connaisseur éprouvé : « les estampes de Jegher » sont de véritables fac-simile de Rubens [3] », dit-il.

[1] SAINSBURY : *op. cit.*, pp. 183-184.
[2] ALF. MICHIELS : *Histoire de la peinture flamande*. Paris, 1869, VIII, p. 383.
[3] *Merveilles de la gravure*, p. 158.

La signature de Jegher, rapportée plus haut, paraît indiquer que ses prénoms étaient Jean Christophe. La présence des initiales I. C. I. sur la vignette de Moretus ne laisserait aucun doute à ce sujet, si les planches insérées dans l'*Histoire naturelle d'Eusèbe Nieremberg,* publiées par l'imprimerie plantinienne en 1635 [1], et celles d'après Rubens n'étaient uniformément signées C. I.

Jegher eut un fils, graveur comme lui, portant le prénom de Jean, mais il serait imprudent d'assigner à ce second artiste toutes les planches signées I. C. I. par la raison qu'il ne fut inscrit à la gilde de St-Luc qu'en 1643-1644. Il a du reste signé certaines œuvres *Ioan. Jeghers.*

En 1637 Christophe Jegher signait des lettres C. I. le *Christ en croix,* gravé d'après un tableau de F. Franck, peint pour l'église de St-André à Anvers [2], et pourtant, si l'on rapproche de la vignette de Moretus les planches signées comme elle I. C. I., insérées dans la *Perpetua crux* du R. P. Josse Andries (Anvers, Corneille Woons, 1649), il est impossible de ne pas reconnaître la même main.

Nous ne constatons aucune différence entre les planches de ce petit livre, dont les dessins émanent de Quellin et Sallaert, et celles d'un autre ouvrage qui lui fait suite et porte le titre : *Perpetuus gladius,* publié également par Woons et daté de 1650, ni enfin d'un troisième livret toujours conçu sur le même plan mais daté de 1654 et intitulé : *Necessaria ad salutem scientia.* Les illustrations sont partout excellentes, gravées avec un sentiment précis de l'effet pittoresque et toujours signées I. C. I.

Nagler [3] fixe entre les années 1660 et 1670 la date de la mort de Christophe Jegher. Pourtant le maître avait cessé de vivre déjà en 1652-1653, car une redevance mortuaire était inscrite, à cette date, à la charge de ses héritiers dans les comptes de la corporation de St-Luc d'Anvers [4].

Malgré cette circonstance, nous hésitons à attribuer plutôt à son fils qu'à lui-même les planches de la *Necessaria ad salutem scientia,* le livret ayant

[1] *Joannis Eusebii Nierembergii*, etc. *Historiæ Naturæ maximæ peregrinæ, libris XVI, distincta.* Antv. officina Plantiniana, 1635, fol.

[2] *Liggere,* I, p. 649.

[3] *Neues allgemeines Künstler Lexicon.* München, 1813, t. VI, p. 435.

[4] *Liggeren,* II, p. 246. Il était né le 24 août 1596 : *Histoire de la gravure d'Anvers,* p. 141.

eu sa première édition en 1653, alors que les bois pouvaient être prêts pour la publication qui fut approuvée à la date du 2 juillet.

Ce qui tendrait à confirmer cette supposition, c'est qu'un dernier opuscule publié par Woons en 1655, pour faire suite aux autres, comme l'indique son titre : *Praxis virtutum praecipuarum ad salutem necessariarum,* resta sans planches.

C'est indubitablement à Jegher le père que doit être attribuée la gravure des médaillons imprimés en plusieurs teintes [1] des *Icones Imperatorum Romanorum,* ouvrage publié par Moretus en 1645. L'auteur, Gaspard Gevartius, avait agrandi les types d'Hubert Goltzius en y ajoutant aussi plusieurs portraits d'empereurs d'Allemagne, à l'exécution desquels Rubens n'avait pas été étranger [2].

Christophe Jegher ne trouva d'autre imitateur que son fils et l'on ne saurait s'en étonner tout en le regrettant. Si l'on considère à quel ordre de travaux était réduit un homme de ce mérite, le goût du jour exigeait évidemment autre chose que les planches qu'il pouvait donner au public.

Rubens avait discerné en lui l'étoffe d'un maître; il sut faire briller un instant son génie aux yeux de la foule.

Jegher ne tarda pas à retomber dans ses illustrations de livres de prière [3]; il ne trouva point, sans doute, à s'y enrichir, car nous avons constaté que sa famille se laissa porter sur la liste des insolvables de la gilde de S[t]-Luc, à l'occasion de ses funérailles.

[1] Ces médaillons sont conservés au Musée d'antiquités d'Anvers.

[2] « Plusieurs portraits des Empereurs romains qui s'y trouvent furent dessinés par lui, » comme l'atteste la Préface en tête des œuvres complètes de Goltzius, publiées en 1644-1645. » *Titres et portraits d'après P.-P. Rubens,* texte de la planche 22.

[3] Nous avons sous les yeux un petit drapeau du pèlerinage de Horst (Limbourg) signé I. C. I.



## CHAPITRE XIV.

La gravure après Rubens. — Influence des marchands d'estampes. — MARTIN VAN DEN ENDEN. — GILLES HENDRICKX. — GASPARD HUBERTI. — NICOLAS LAUWERS. — Ses collaborateurs et ses élèves : P. DE BALLIU; CONRAD LAUWERS. — ROMBOUT VANDEVELDE. — JEAN MEYSSENS. — Importance de son rôle comme éditeur. — Graveurs qu'il s'associe. — Ses publications. — ABRAHAM VAN DIEPENBEKE. — L'influence étrangère. — Dernière édition des planches de Rubens.

---

La mort de Rubens devait être un coup fatal pour l'art que son génie avait porté à un si haut degré de splendeur.

Nous l'avons constaté déjà, le glorieux coloriste avait épuisé au profit de son œuvre gigantesque les forces vives de la nombreuse pléiade d'artistes dont le concours avait si puissamment contribué à la réalisation de ses plans grandioses.

Que pouvaient être les peintres aux mains desquels tomberait la succession d'un tel maître ? Praticiens consommés, ils n'avaient brillé pour la plupart que du reflet de la vive lumière projetée par le génie du grand homme. Sa volonté seule semblait les avoir tirés du néant.

La puissance même du génie de Rubens avait préparé le vide que sa mort devait causer.

Pour les graveurs — et nous n'avons à nous occuper ici que d'eux seuls — la disparition du maître venait tarir une source de travaux qui, par l'Europe entière, avaient rendu leur nom fameux. Créée pour rendre les pages magistrales de Rubens, l'école disparaissait virtuellement avec lui.

On peut rappeler, à ce sujet, les considérations émises par un historien de la peinture italienne à propos de la décadence rapide qui suivit la mort de Raphaël :

« ... Pope disait qu'Homère, semblable à un grand astre, entraîne dans son



» tourbillon tout ce qu'il rencontre dans la sphère de ses mouvements. Il en » est de même de tout grand génie, aussi bien dans les arts que dans la » poésie. La méthode de ces maîtres, de ces chefs d'école, justement admirés, » devient pour chacun un but d'étude, le modèle par excellence. Chacun » l'adopte : l'artiste, le public qui se pose en juge, et l'on ne trouve d'attrait » qu'à ce qui se rapproche de ce nouveau type, qu'à ce qui flatte ce goût, » d'autant plus entraînant qu'il est plus général; s'en écarter dans les pre- » miers temps, c'est ne vouloir pas plaire; c'est s'engager dans une route » que l'engouement populaire tiendra pour fausse et mauvaise.

» C'est donc une nécessité pour qui vient après ces grands génies que de » les imiter. Or, quel imitateur s'éleva jamais à la hauteur de son modèle, » surtout si celui-ci est plein de verve et d'originalité?

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

» Il n'est que trop vrai! l'expérience le démontre : après les grands » génies l'art, au lieu d'avancer encore, tombe en décadence, et, s'altérant » de plus en plus, arrive enfin à une manière complétement mauvaise; c'est » la nuit [1]. »

Pour la gravure flamande, le progrès ne pouvait naître que de la poursuite d'un idéal nouveau; d'autres voies devaient être frayées vers la perfection.

Elles le furent, en effet, mais la Belgique ne vit point briller sur son sol l'aurore d'une renaissance. Semblables à ces germes que le vent emporte, les principes issus de l'enseignement de Rubens devaient pousser au loin de nouvelles racines.

Fixé dans son pays, au retour de Pologne, Soutman y avait jeté les bases de la grande école où devaient s'illustrer des maîtres fameux mais fort différents de ceux d'Anvers.

On put voir, bientôt, sous la direction de l'habile maître, les Visscher, les Suyderhoef, les Louys [2], les Van Sompel, s'inspirer de nouveau des

[1] J. Coindet : *Histoire de la peinture en Italie*. Genève, Paris, 1849, II, p. 275.

[2] Bien qu'il fût anversois de naissance, Louys devint bourgeois de Harlem. Vander Willigen, *op. cit.*, p. 203.

œuvres de Rubens, tout en suivant de plus près les maîtres de la Hollande et, sur les bases jetées par le génie des Vorsterman et des Bolswert, édifier un style nouveau, assez puissant, assez varié dans ses moyens, pour rendre dans toute leur expression Frans Hals et Rembrandt lui-même!

En France, Nicolas Pitau, le filleul et l'élève de Nicolas Lauwers [1], devait, avec le concours des Van Schuppen, des Edelinck, des Vermeulen, des Natalis, ses compatriotes, fonder une école destinée à devenir dans son genre la première du monde.

A Anvers même les conditions d'existence s'étaient profondément altérées pour les graveurs.

Les intérêts mercantiles que l'intervention de Rubens avait classés en seconde ligne pour la majorité de ses collaborateurs, allaient l'emporter, peu à peu, sur les considérations purement esthétiques. La volonté des éditeurs devait seule régler la production.

Les marchands anversois prirent donc, à dater de la mort de Rubens, la véritable direction de l'école et le nom de plusieurs d'entre eux suffit à guider les connaisseurs dans le choix des épreuves.

Martin Van den Eynden — plus justement Van den Enden, selon l'orthographe adoptée par lui-même — fut l'éditeur presque constant des œuvres de S. à Bolswert, et l'on peut assurer, d'une manière générale, que de ses presses sortirent les meilleurs tirages.

Toutes les planches gravées à l'eau-forte par Van Dyck passèrent par les mains de Van den Enden, de même que la majorité des planches destinées au recueil de portraits dessinés par le maître et reproduits par les meilleurs graveurs anversois.

Van den Enden, toutefois, ne semble avoir commencé les affaires qu'à une époque relativement avancée; son inscription à la gilde de S^t-Luc ne date que de 1630-1631 [2]. Nous avons pu nous appuyer sur cette circonstance pour déterminer l'époque probable de production de certaines œuvres de Bolswert.

[1] P. Génard : *Les grandes familles artistiques d'Anvers*, p. 203. Il ne fut reçu à la gilde de S^t-Luc qu'en 1644.

[2] *Liggeren*, V, p. 15.

Le commerce de Van den Enden ne semble avoir été érigé sur le fonds d'aucun prédécesseur. S'il est des planches avant l'inscription de son adresse, nous n'en avons point rencontré où son nom se substitue à celui d'un autre marchand.

Sa période d'activité fut de quinze ans, au plus, car en 1645, le nom de Gilles Hendrickx est déjà inscrit sur des planches qui avaient passé par ses mains.

Nous ne nous croyons pas fondé, à l'instar de quelques auteurs, à considérer les belles estampes issues des presses de Van den Enden comme simplement confiées à son activité commerciale par les maîtres qu'elles reproduisaient. Si Van Dyck prit à sa charge les frais de gravure des portraits de son *Iconographie*, nous n'avons aucune preuve que Rubens en fit autant pour les planches gravées d'après ses œuvres et publiées par Van den Enden. On voit, au contraire, le maître continuer ses publications personnelles jusqu'à la fin de sa carrière et Jacques Moermans paraît avoir été désigné par lui-même pour s'occuper de la vente de ses planches.

Van den Enden faisait très-probablement le commerce pour son propre compte et l'on doit reconnaître que son initiative contribua aux progrès de la gravure par la perfection des œuvres qu'il fit paraître et dont il avait payé l'exécution.

Le discernement apporté par Van den Enden dans le choix de ses collaborateurs explique, en partie, le nombre limité de ceux-ci. S'adressant aux meilleurs artistes, il ne nous fait connaître aucun maître à ses débuts et que son talent appellera plus tard à prendre la direction de l'école.

La disparition de Van den Enden contribua beaucoup à ralentir le mouvement artistique à Anvers.

Si l'on a pu vanter, à propos des portraits de Van Dyck, le talent d'imprimeur de Gilles Hendrickx [1], il est incontestable que cet éditeur avait, en matière d'art, un très-médiocre discernement.

En dehors des planches que le successeur de Van den Enden reprit avec le fonds, il contribua à mettre en lumière des œuvres, sans doute comman-

[1] WEBER : *Catalogue des estampes anciennes*, etc., p. 45.

dées et payées par lui-même et, pour un nombre assez restreint de planches vraiment belles, il inonda le marché de produits de la plus insigne médiocrité. Une quinzaine de grandes estampes d'Adrien Lommelin, d'après les œuvres de Rubens, ne peuvent le faire connaître que comme le plus ordinaire des spéculateurs. Une de ces pièces, le *Noli me tangere,* dédiée à J.-B. Della Faille, le fils d'Alexandre Della Faille, est datée de 1673. Trente années avaient donc suffi pour amener la gravure flamande à ce degré d'abaissement!

Bien que Martin Van den Enden eût laissé un fils, éditeur comme lui [1], l'on retrouve ses anciennes planches entre les mains de Gaspard Huberti (Huybrechts) dont le nom remplace le plus ordinairement celui de Gilles Hendrickx. Les tirages sont alors aussi mauvais que possible et parfois même, les dernières traces du travail primitif ont disparu sous les retouches.

Gaspard Huberti était graveur et ce fut chez lui que Gérard et Jean Edelinck firent leur apprentissage.

Il mourut en 1724.

Martin Van den Enden et Gilles Hendrickx ne sont pas les seuls éditeurs dont le nom paraît sur les planches gravées à Anvers, d'après les maîtres en renom. A côté du premier, le graveur Nicolas Lauwers tenait un commerce d'estampes qu'il alimentait, non-seulement de ses propres travaux, mais de ceux de graveurs estimés : P. Pontius, S. à Bolswert, Alexandre Voet — que nous voyons figurer parmi les parrains de ses nombreux enfants [2] — puis, d'un jeune graveur du nom de Pierre de Bailliu proclamé maître dans son art dès l'âge de 17 ans [3] et qui fit un séjour en Italie.

Nous savons que Lauwers n'était pas fort scrupuleux sur le choix des moyens auxquels il recourait pour satisfaire aux demandes du public, l'exis-

[1] Martin Van den Enden II fut inscrit comme éditeur en 1660-1661. Il était né le 25 avril 1633 et avait eu pour parrain Gilles Hendrickx.

[2] Génard : *Grandes familles artistiques d'Anvers, Revue d'histoire et d'archéologie,* I, p. 330.

[3] P. de Bailliu était né en 1613. Il grava à Rome un *Saint Michel* d'après le Guide.

tence d'un atelier clandestin de copistes à ses gages, ayant été établie par plusieurs témoins dans le procès de Barbé.

Lauwers forma pourtant des élèves assez distingués, son fils Conrad, Henri Snyers et Nicolas Pitau. En somme, son influence fut considérable, malgré la médiocrité de ses propres travaux.

Pierre de Bailliu se signala d'assez bonne heure pour avoir pu entretenir des relations personnelles avec Van Dyck dont plusieurs œuvres furent reproduites par son burin. Il est à remarquer, cependant, que si l'on trouve un certain nombre de planches de sa main dans l'*Iconographie,* ces planches furent publiées par l'éditeur Meyssens [1].

Nous ne lui voyons aucune relation avec Van den Enden ni Hendrickx, et il fut plusieurs fois son propre éditeur.

La délicatesse du talent de de Bailliu le rendait particulièrement apte à reproduire les œuvres de Van Dyck, ce qu'il fit, du reste, avec grand honneur. Sa manière le rapproche de Pierre de Jode le jeune dont presque tous les procédés sont aussi les siens.

A la suite des deux planches importantes de S. à Bolswert d'après le *Christ en croix* de Van Dyck, ce fut certainement de Bailliu qui traduisit avec le plus de perfection un sujet analogue du grand peintre; sa planche est datée de 1643.

Plusieurs des élèves de Rubens : les Diepenbeke, les Van Thulden, les Quellin trouvèrent en de Bailliu le meilleur interprète qu'ils eurent jamais et la *Chaste Suzanne,* d'après Martin Pepyn, a les qualités les plus sérieuses de vigueur et de coloris.

Pierre de Bailliu fut appelé à donner un pendant à la planche de *Renaud et Armide,* gravée par Pierre de Jode le jeune, d'après Van Dyck, estampe que nous avons qualifiée de chef-d'œuvre de l'artiste. C'était une interprétation nouvelle d'un même sujet.

[1] Nous ne pensons pas qu'il puisse y avoir aucun doute sur la nature de l'intervention de Meyssens dans l'*Iconographie* proprement dite. Si l'on trouve fusionnées dans un même tout les planches publiées par lui et celles de Hendrickx, c'est tout simplement à une spéculation de librairie, de date relativement récente, que la circonstance doit être attribuée. Nous revenons sur cette circonstance page 255.



Bailliu n'était pas de force à égaler la planche parfaite de son prédécesseur et ne produisit même pas, cette fois, sa meilleure œuvre. Pourtant il fit preuve d'un ensemble de qualités qui devenait de plus en plus rare dans l'École anversoise.

Nous ne saurions préciser l'époque de la carrière de de Bailliu à laquelle fut éditée par Lauwers la planche qui donne la plus haute idée de son talent : *Le combat des Centaures et des Lapithes* d'après Rubens.

Jugée dans ses meilleurs tirages, cette estampe se signale comme absolument digne de la bonne époque de l'École et elle eut, sans doute, mérité l'approbation du grand peintre.

Il convient d'attribuer à ce travail la priorité sur quelques planches qui parurent chez Rombaut Van de Velde et dont l'une : *La rencontre de Jacob et d'Esaü* d'après Rubens (B. 14; S. 30) n'est datée que de 1652.

Rombaut Van de Velde ne fut, effectivement, inscrit comme éditeur à la gilde de S^t-Luc qu'en 1645-1646, et nous savons qu'à cette époque le vieux Lauwers était au déclin de sa carrière.

C'est de 1660 seulement que date l'inscription officielle du fils de Nicolas Lauwers, Conrad, parmi les francs-maîtres.

Dès l'année 1651 — quelques mois avant la mort de son père — nous l'avons vu autorisé par les Dominicaines d'Anvers à copier le *Christ en croix* de Van Dyck, planche commandée à S. à Bolswert [1], et, bien que le travail fût d'importance secondaire, la commande impliquait un savoir constaté.

L'année suivante, Conrad Lauwers gravait d'après Quellin le *Baptême de l'empereur du Monomotapa*. On a conclu d'un passage de De Bie que le jeune Lauwers avait travaillé à Paris et il est probable que la maîtrise ne lui fut conférée qu'à son retour à Anvers, d'autant plus qu'il était alors âgé de 28 ans.

Bien que Lauwers, le fils, se rattache encore à l'école de Rubens, son rôle y est d'importance secondaire. Son père l'employa certainement parmi ses copistes et paraît lui avoir confié la reproduction de certaines planches de Bolswert : Le *Mariage de la Vierge* et les *Quatre Évangélistes*.

[1] Voyez p. 190.

Nous trouvons cependant une planche de lui, exécutée directement d'après une œuvre de Rubens : *Élie au désert* (B. 26; S. 65), composition destinée, selon toute vraisemblance, à figurer dans la suite des tapisseries dites du duc d'Olivarez [1]. Elle classe le graveur à un rang très-estimable.

On ne peut, toutefois, se défendre de croire à l'intervention de Bolswert dans cette œuvre qui faisait partie d'un ensemble dans lequel ce graveur avait lui-même traité avec une supériorité si grande quelques sujets. Conrad se trouva peut-être ainsi soutenu un instant sur les ailes puissantes de l'illustre graveur. Abandonné à ses propres moyens il s'éclipse dans les rangs secondaires de l'école.

L'année de la mort de Rubens, la gilde de St-Luc était appelée à prononcer l'admission d'un éditeur dont l'initiative intelligente donna naissance à des travaux d'une réelle valeur. C'était Jean Meyssens.

Peintre et graveur, il était alors âgé de 28 ans, ayant vu le jour à Bruxelles en 1612. Au bas de son portrait publié en 1649 et gravé par son fils d'après lui-même, on lit cette phrase : *il tient à présent sa résidence en la ville d'Anvers où, par-dessus l'exercice du pinceau, il fait profession de vendre des printes en la cognoissance desquels il est singulièrement versé.*

Meyssens appela à lui tous les graveurs anversois de talent, Vorsterman et Bolswert exceptés — sans doute parce qu'ils étaient liés à d'autres éditeurs — et, fort de leur concours, n'hésita pas à entreprendre une publication destinée à faire concurrence à Hendrickx : un recueil de portraits conçu sur le plan de l'*Iconographie* de Van Dyck et où vinrent prendre place en même temps des travaux d'après d'autres artistes. Il poursuivit cette œuvre pendant plusieurs années.

Tous les auteurs assurent qu'une partie des planches de Van den Enden passa aux mains de Meyssens.

Nous ne connaissons que deux œuvres qui tendent à justifier cette assertion : le portrait de Paul De Vos et celui de T. Willeborts Bosschaerts, dont on n'a trouvé qu'une épreuve portant l'adresse de Meyssens.

[1] Ce tableau est actuellement au Louvre : *École flamande*, p. 426.

Il put se faire que Van Dyck prêtât un certain concours à Meyssens pour la publication de son recueil. Le grand portraitiste était lié avec l'éditeur; il avait fait autrefois son portrait — que Meyssens ne manqua pas d'insérer dans sa collection — et les portraits de personnages de l'aristocratie anglaise qui furent gravés à Anvers, avaient nécessairement été dessinés à Londres, peut-être, donc, sous la direction de Van Dyck.

Pour qu'il en fût ainsi, toutefois le commencement de la publication de Meyssens devrait remonter à une date antérieure au transfert de l'entreprise de Van den Enden à Gilles Hendrickx, car Van Dyck — ne l'oublions pas — mourut en 1641.

Si l'on trouve dans les exemplaires postérieurs de l'*Iconographie* des planches de l'ancien fonds de Meyssens, la suite publiée par cet éditeur n'en avait pas moins un caractère totalement indépendant. La circonstance est établie souverainement par l'existence d'un titre gravé par C. Galle le jeune, d'après N. Van der Horst et qui fut donné comme frontispice à l'ouvrage de Meyssens, après avoir orné le livre du sieur de la Serre : *Mausolée érigé à la mémoire d'Isabelle Claire Eugénie, infante d'Espagne.* Bruxelles, Pepermans, 1634.

La planche modifiée est très-rare, mais peu remarquable et d'un goût plus que médiocre.

On y voit le roi d'Espagne, Philippe IV, assis sur un trône auquel conduisent de nombreux degrés. Les rampes de cet escalier sont garnies de lions accroupis, au nombre de douze, tenant des sceptres et des couronnes. Outre l'inscription que Meyssens fit ajouter à la planche, il donna au roi des moustaches en croc. On lit sur un socle placé à l'avant plan :

THEATRUM PRINCIPUM
VIRORUMQ. DOCTRINA ET ARTE PINGENDI CLARISSIMORUM
AB
ANTONIO VAN DYCK ET ALIIS AD VIVUM
EXPRESSORUM
SUMPTIBUS JOAN. MEYSSENS
ANTVERPIÆ.



Les graveurs qui furent appelés à seconder Meyssens dans son entreprise étaient avec Pontius et P. de Jode : Conrad Waumans, un des élèves du premier, reçu maitre en 1636-1637; Henri Snyers, issu de l'école de Nicolas Lauwers; Pierre Rucholle, Jacques Neefs, Michel Natalis, Pierre Van Lisebetten, Pierre de Bailliu, Corneille Galle le jeune et Wenceslas Hollar, que la guerre avait chassé de Londres et qui gravait pour Meyssens, non-seulement des portraits, mais encore la lettre de ses publications.

L'éditeur lui-même joignit au recueil quatre planches de son propre burin, œuvres assez médiocres, à la vérité.

M. Wibiral pense que la suite des portraits de Meyssens ne forma jamais un recueil muni d'un titre [1]. Nous ne sommes pas du tout de cet avis. L'existence même du frontispice dont nous donnons le texte nous paraît une preuve manifeste de l'erreur de l'écrivain viennois. Ce titre, d'ailleurs, ne lui est pas resté inconnu. Que si l'on ne rencontre pas dans son état primitif la collection des portraits publiés par Meyssens, ce fait s'explique très-bien par la fusion postérieure d'une partie des planches qui la composent avec les planches de Van den Enden et de Hendrickx, pour arriver ainsi à former un ensemble plus imposant des portraits de Van Dyck. Le frontispice devenait ainsi sans objet.

Si, toutefois, l'on considère que Meyssens publiait jusqu'à trente-cinq effigies, d'après Van Dyck, il suffisait de quinze planches, à peine, d'après d'autres artistes, pour arriver au nombre de cinquante, ensemble très-respectable de portraits de princes, de savants et d'artistes annoncés par le titre.

Il existe, d'ailleurs, dans l'œuvre des maîtres qui furent au service de Meyssens, des portraits que leur format et leur physionomie désignent comme ayant dû prendre place parmi les œuvres insérées plus tard dans l'*Iconographie* de Van Dyck. Le portrait de Balthasar Moretus, par Corneille Galle, le jeune, ceux de Raphaël, du baron de Lamboy et de Baudouin Van Eck, par Paul Pontius, enfin ceux d'Alexandre Adriaenssens, par Antoine Van der Does, et de Van Opstal, par un anonyme, sont du nombre.

[1] Wibiral, *Op. cit.*, p. 18.

Meyssens soutint le renom de l'École anversoise pour le moins aussi dignement que son confrère Hendrickx. Appelant de nouveaux maîtres à se produire à côté de leurs devanciers, il provoquait une émulation salutaire et, montrant la voie aux jeunes, par l'exemple des aînés, il parvint à mettre au jour le précieux recueil d'*Images d'hommes d'esprit sublime qui, par leur art et science, devront vivre éternellement et dont la louange et renommée, fait étonner le monde.*

Ce livre parut en 1649 avec une dédicace à Michel Leblond que l'éditeur déclare lui avoir inspiré l'idée de son recueil.

Avec les graveurs déjà cités, Meyssens admit, cette fois, à graver pour lui : Corneille van Caukercken, Ant. Van der Does, Ant. Couchet (Coget), François Van den Steen, C. Van Savoyen, Lucas Vorsterman le jeune, Alexandre Voet, Frédéric Bouttats et Arthur Loemans.

Corneille De Bie obtint plus tard toutes ces planches pour les insérer dans son *Gulden Cabinet.*

Toujours environné de son groupe de collaborateurs, Meyssens mit au jour *Les portraits de tous les souverains, princes et ducs de Brabant, recueillis de divers cabinets et originaux antiques deseignez par Jean Meyssens* [1].

La meilleure planche de ce livre est incontestablement le titre qui émanait d'un jeune homme, Richard Collin, que l'on voit s'annoncer comme ayant gravé toutes les armoiries du recueil auquel il ne collabora pas autrement [2]. Par contre, plusieurs portraits sont l'œuvre de Pierre Van Schuppen, qui devait bientôt s'illustrer en France.

Nous savons par De Bie [3] que Meyssens maniait le pinceau et avait une aptitude merveilleuse comme copiste, à telles enseignes que certains portraits de Van Dyck furent si bien imités par lui, que, de son vivant

[1] Ce recueil de cinquante-quatre planches reçut par la suite un nouveau titre ajouté par Martin Van den Enden le jeune : *Les effigies des souverains et ducs de Brabant avec leur chronologie, armes et devises. — On les vend à Anvers chez Martin Van den Enden, marchand de tailles-douces sur le coing de la rue de Beddestraet sur le marché des souliers.*

[2] Il devint plus tard le premier graveur de son pays et reçut le titre de chalcographe du roi d'Espagne Charles II. Voy. Pinchart : *Archives des arts, sciences et lettres*, etc., t. I, p. 191.

[3] *Gulden Cabinet*, p. 386.

même, les copies étaient prises pour des originaux par les connaisseurs les plus experts.

Nous n'avons pas à suivre Jean Meyssens à travers ses diverses entreprises commerciales. S'il vécut assez pour voir descendre dans la tombe les maîtres les plus éminents de la gravure flamande, il eut, en revanche, la satisfaction de voir plusieurs d'entre ceux dont il avait été des premiers à constater le mérite, arriver aux premiers rangs de leur profession.

Il mourut le 18 septembre 1670 [1] et son fonds semble avoir passé — du moins en partie — aux mains de Jacobus de Man.

Si Meyssens retarda quelque peu la chute de l'École anversoise, il n'était pas en son pouvoir d'empêcher sa désorganisation finale.

Aucun des graveurs qu'il avait associés à ses publications n'était dépourvu d'adresse ni d'un ordre de qualités pratiques acquises à bonne école. Il leur manquait une direction que ne pouvaient remplacer les exigences de quelques marchands.

Henri Snyers, Michel Natalis et Corneille Van Caukerken étaient hommes à prouver qu'il restait à l'École flamande de gravure des éléments de légitime grandeur.

Travaillant aux côtés d'un des élèves les plus intelligents de Rubens, Abraham Van Diepenbeke — qui fut aussi l'éditeur de leurs planches — ils donnèrent à des travaux d'après ce maître, d'après Rubens et Van Dyck, assez de style, d'expression et de caractère pour mériter une place honorable parmi les représentants de la grande école. Ce fut à peine un temps d'arrêt dans une voie de transformation.

L'École flamande n'appuyait plus, comme naguère, ses principes de l'autorité indiscutable d'un chef tel que Rubens, et les travaux d'une portée exclusivement artistique entraient en parallèle, de plus en plus fréquent, avec des productions créées sous l'inspiration de maîtres très-dignes, en somme, de faire autorité.

Si la France pouvait emprunter à sa voisine des praticiens plus expéri-

[1] M. Wibiral a constaté par l'étude de la marque des papiers que c'est précisément vers cette époque que le nom de Meyssens disparaît des planches qu'il avait fait graver d'après Van Dyck.



mentés que ceux qu'elle possédait elle-même, son école leur fournissait, en échange, des modèles mieux appropriés au goût dominant.

On ne peut se dissimuler que les Anversois n'eussent été, de bonne heure, entraînés dans le mouvement de l'École française. Déjà même les œuvres que nous venons d'admirer annoncent l'avénement prochain d'un nouveau style.

Sous la conduite habile et régulière du burin, se manifeste la froideur des théories de Bloemaert, un Hollandais qui passa quarante années de sa vie à graver des Italiens et dont les principes, très-appréciés en France, ne pouvaient faire la loi aux Flamands que par l'intervention d'une école de peinture que ne leur offrait plus le sol natal.

---

Bien qu'il s'attache un intérêt médiocre au cuivre usé d'une estampe, il peut n'être pas hors de propos de terminer ce chapitre par quelques indications sur le sort d'un certain nombre de planches exécutées par les meilleurs graveurs de Rubens.

Nous avons retrouvé déjà la *Descente de croix,* de Vorsterman, sous une manière-noire de Hodges, publiée en 1805 à Amsterdam[1]. C'est dans la même ville que se trouvait réuni à la même époque un ensemble respectable de cuivres originaux de Vorsterman, de Pontius, de Bolswert, de Witdoeck, etc. Il parut alors, nous ignorons chez quel éditeur (Brunet, dit Hodges), un recueil intitulé : Œuvres de P.-P. Rubens et A. Van Dyck, *gravés par* S. et B. a Bolswert, Luc Vorsterman, Paul Pontius *et autres célèbres artistes.* Amsterdam (1804 à 1808). L'ouvrage se publiait par livraisons; il était accompagné d'un texte général, d'une notice et d'une table, le tout en français.

La Notice assure qu'après la mort de Van den Enden, de Hendricx et des autres éditeurs, ces planches se trouvaient réparties entre les descendants de Rubens et divers particuliers qui n'en firent aucun usage. Que plus tard le prince Charles de Lorraine en recueillit un grand nombre et qu'en même temps M. Van Heurck, conseiller de commerce, et quelques autres per-

[1] Voir page 96.

sonnes avaient en leur possession la majeure partie de ces travaux. « C'est de ces différentes collections, ajoute la Notice, que provient le choix que nous offrons ici. »

Parmi ces estampes se trouvent entre autres : de VORSTERMAN : l'*Adoration des Mages* (en deux feuilles), le *Retour d'Égypte*, *Saint François recevant les stigmates*, le *Martyre de saint Laurent*, *Loth sortant de Sodome*. De PONTIUS : l'*Adoration des Bergers*, la *Flagellation*, le *Christ en croix* (le coup de poing), le *Christ au tombeau*, l'*Assomption de la Vierge*, la *Vierge adorée par plusieurs saints et saintes* (tombeau de Rubens). De B. A BOLSWERT : la *Résurrection de Lazare* et le *Christ en croix* (le coup de lance). De S. A BOLSWERT : la *Destruction de l'Idolâtrie* et le *Triomphe de l'Eucharistie*, l'*Annonciation*, l'*Adoration des Mages*, la *Pêche miraculeuse*, le *Christ montré au peuple*, le *Christ en croix* (Christus crucifixus), les *Trois croix*, la *Trinité*, deux planches de l'*Assomption*, trois planches de la *Sainte Famille*, l'*Éducation de la Vierge*, *Saint Ignace*, *Saint François-Xavier*, la *Chasse au Lion*, la *Continence de Scipion*, et plusieurs paysages. De N. RYCKEMANS : l'*Adoration des Mages*. De MARINUS : la *Fuite en Égypte*, les *Miracles de saint François-Xavier et de saint Ignace*. De WITDOECK : l'*Élévation de la croix* (en trois feuilles), les *Disciples d'Emaüs*.

Il y a, en outre, des planches de Nicolas et de Conrad Lauwers, de P. De Jode, de Jacques Neefs, de Lommelin, de Clouet, enfin de Van den Wyngaerden, Pilsen et Van Orley, le tout formant un ensemble de quatre-vingt-huit planches d'après Rubens et Van Dyck.

La chalcographie du Louvre possède de VORSTERMAN : le *Combat des Amazones*, la *Sainte Famille* de 1620, *Suzanne et les vieillards*, et *Job tourmenté par les démons*. De BOLSWERT : le *Mariage de la Vierge*, la *Nativité*, le *Retour d'Égypte*, la *Résurrection*, l'*Ascension*, *Sainte Barbe*, *Sainte Catherine*. De PONTIUS : la *Suzanne* de 1624. Le Cabinet de Bruxelles possède du même graveur le cuivre du grand portrait de l'Infante Isabelle.

Toutes ces planches, lorsque la rouille les a épargnées et qu'elles sont aux mains d'imprimeurs adroits, donnent encore des épreuves satisfaisantes.

---

## CHAPITRE XV.

Influence des graveurs de Rubens à l'étranger. — Accueil fait en France aux œuvres du maître. — Claude Vignon. — Les copistes : Ragot; Ant. Masson ; Pierre Daret; Gilles Rousselet ; Étienne Picard le Romain. — P. Dryaulx. — L'École française sous Louis XIV. — L'Édit de St-Jean de Luz. — *La Galerie du Luxembourg.* — Flipart. — Lempereur. — La gravure en Hollande. — Soutman et la seconde École de Harlem. — Jonas Suyderhoef. — Corneille Visscher. — J. Louys. — Corneille Van Dalen. — Abraham Bloteling. — La gravure en Angleterre. — J. Payne. — W. Faithorne. — R. Streater. — La gravure en Allemagne. — Pierre Isselburg. — Joachim von Sandrart et J. Sandrart. — Conclusion.

---

L'École de Rubens — et sous ce titre nous comprenons aussi les maîtres issus de ceux qui furent les collaborateurs immédiats du peintre — l'École de Rubens produisit au delà de *cinq cents* planches inspirées d'œuvres de son illustre chef.

Rien de plus remarquable que l'unité de style et d'effet qui règnent dans ce vaste ensemble auquel concourent des mains si nombreuses.

Pendant un demi-siècle d'incessante production, aucun principe nouveau n'a le pouvoir de distraire les graveurs de l'accomplissement de leur tâche. La formule du maître devait seule prévaloir et si l'on a dit de Rembrandt qu'il ne pouvait être formé que par Rembrandt, nous dirons avec non moins de vérité que Rubens ne pouvait être dignement interprété que par lui-même.

En réalité, si le puissant Anversois attirait à lui des praticiens habiles, ce n'était pour abandonner à leur discrétion ni le choix des œuvres ni la forme la plus convenable à leur traduction.

Par sa volonté, une direction nouvelle était imprimée à tous ces talents

d'origine et de complexion diverses. Bien peu venaient transitoirement s'inspirer d'une œuvre de Rubens pour retourner à des travaux d'autre nature, la tâche accomplie.

Sous la discipline du maître — et même séparés de lui — ils étaient acquis à son style et à sa manière. S'en écarter eût été déchoir.

Nous ne nous étonnons donc point de l'absence des graveurs de Rubens dans les groupes d'interprètes qui environnent des maîtres en renom dans d'autres écoles.

Si Vorsterman — pour nous borner à ce seul exemple — a pu graver Philippe de Champagne, il compte parmi les interprètes les moins heureux de ce grand peintre, infiniment mieux servi par Edelinck ou Morin.

Mais sans rechercher d'une manière plus spéciale la part d'intervention de tel maître déterminé de l'école de Rubens, dans la reproduction des œuvres des écoles étrangères, l'on est amené logiquement à considérer la somme d'influence que put exercer sur la gravure, en général, l'exemple des vigoureux représentants de l'École anversoise.

Les précautions prises par Rubens pour empêcher la transcription illicite de ses estampes, pour soustraire ses œuvres à des reproductions faites à son insu, peuvent suffire à expliquer l'absence presque générale de planches exécutées d'après lui de son vivant en pays étranger.

Si le doute n'est guère possible sur la valeur attribuée en tous lieux aux peintures du grand coloriste, des raisons nombreuses nous portent à croire que ses estampes étaient à peine moins bien accueillies.

Malgré les priviléges obtenus en France et en Hollande, dans l'un et l'autre pays des graveurs, souvent très-habiles, s'attachaient à copier sinon à contrefaire les meilleures planches issues des presses anversoises. Le procès intenté par Rubens devant le Parlement de Paris prouverait, au besoin, le succès de ses œuvres auprès du public français.

Il fallait, en somme, que la marchandise fût d'un débit courant pour tenter la cupidité des éditeurs. Il ne faut donc pas trop s'arrêter à la lettre de cette observation de Rubens, que Tavernier ne lui avait demandé qu'une seule fois des gravures. Cela prouverait — et le maître l'entendait peut-être ainsi — que la France était inondée de copies.

Pourtant, si à diverses époques, la gravure française fut redevable d'une partie de ses succès à l'intervention des Flamands, il faut reconnaitre que la tendance générale du goût, du moins à l'époque de Rubens, ne sollicitait pas nécessairement l'introduction du style de ses gravures.

Le règne de Louis XIII fut incontestablement pour l'art français une période plus indépendante que ne l'avait été la précédente et les noms seuls des maîtres qui s'illustrèrent à cette époque, indiquent un art spécial, plus proche, dans tous les cas, de l'Italie que de la Flandre.

La mission confiée à Rubens par la reine-mère, de décorer de ses peintures le palais du Luxembourg, impliquait moins une reconnaissance unanime du génie du maître qu'une sympathie personnelle, née sans doute des relations du peintre avec la cour de Mantoue, unie par des liens de parenté si proches à celle de France [1].

Et même après que l'illustre maître eut fait preuve dans le travail des qualités les plus rares, sa supériorité semblait si peu évidente aux yeux des « grands » qui seuls pouvaient contempler son œuvre, que Richelieu écrivait encore à la reine, au mois d'avril 1629, en lui recommandant le Josépin pour l'exécution de la nouvelle galerie dont elle avait conçu le projet [2].

La France ne devait entrer que plus tard dans le courant d'idées qui devait la rapprocher de Rubens et, certes, l'on ne pouvait attendre des admirateurs du Poussin qu'ils ouvrissent la marche.

A l'époque même où Le Brun et Mignard s'inspiraient bien manifestement des conceptions du vigoureux Flamand [3], il s'en fallait de beaucoup encore que l'on rendit pleine justice au maître.

[1] La duchesse de Mantoue, femme de Vincent de Gonzague, était la sœur de Marie de Médicis.

[2] *Archives de l'art français*, I, p. 91, note 1.

[3] Le Brun signe comme peintre un *Christ en croix* dont la Vierge est empruntée au *Christ à l'éponge* de Van Dyck et le Sauveur à une œuvre de Rubens. Landry a laissé une planche de cette composition. Malgré la très-grande vogue de Le Brun, on n'ignorait pas absolument à Paris sa propension à prendre son bien où il le trouvait. On sait quelle riche collection de dessins de maîtres, et surtout de Rubens, possédait le banquier Jabach de Cologne. A l'époque où Bernin vint en France pour s'occuper des plans du Louvre, Jabach habitait également Paris. On avait pris jour pour une visite du statuaire romain chez Jabach, mais au dernier moment, celui-ci fit dire qu'il partait pour la campagne et la visite n'eut point lieu. M. de Chantelou qui

« Je sais bien que tout le monde n'est pas de mon sentiment sur les » œuvres de Rubens, écrivait de Piles [1] et qu'un fort grand nombre de » peintres et de curieux s'opposaient de toutes leurs forces à mon sentiment » lorsque je déterrai (si je l'ose dire ainsi) le mérite de ce grand homme » qui n'était regardé que comme un peintre au-dessous du médiocre. »

Et ce jugement est confirmé dans ces vers d'un curieux poëme datant de la même époque [2] :

« *Autrefois dans Paris sa gloire fut petite,*
» *Les peintres de son temps la voulurent ternir,*
» *Maintenant elle y réssuscite.* »

Nous n'avons pu découvrir qu'une seule estampe originale, sans doute contemporaine de Rubens, exécutée d'après lui en France, et encore est-elle peu importante par les dimensions ou le caractère.

C'est une eau-forte de la *Vierge entourée des Innocents,* gravée par Claude Vignon d'après un tableau qui est aujourd'hui au Louvre [3] et qui faisait déjà partie de la collection de Louis XIV.

Une comparaison soigneuse nous permet d'affirmer que l'eau-forte de Vignon n'est pas une réduction de la grande planche de Corneille Visscher d'après la même composition. Elle est publiée par Langlois dit « *Ciartres* »

avait été attaché à la personne du Bernin, pendant son séjour à Paris, consigne à ce sujet dans ses notes le passage suivant :

« ..... Le soir l'abbé Butti est venu et M. de Ménars aussi. L'abbé m'a dit qu'il savait de bonne part que c'était Le Brun qui avait empêché Jabach de faire voir ses dessins au Cavalier *, crainte qu'il ne remarquât les choses qu'il avait dérobées dedans et mises dans ses ouvrages ; que pour cela même il ne voulait pas que le Cavalier allât aux Gobelins ; que des peintres italiens l'avaient assuré que ce qu'il faisait de bon était tout tiré des dessins de Jabach. » (*Journal de Voyage du cavalier Bernin en France*, par M. DE CHANTELOU, manuscrit inédit publié et annoté par M. LUDOVIC LALANNE, *Gazette des Beaux-Arts*, XVII, 2me période, p. 74.)

[1] *Cours de peinture par principes*, édition d'Amsterdam, 1767, I, p. 275.

[2] *Le banquet des curieux : Revue universelle des arts*, t. IV (1856), p. 47. Nous avons emprunté à ce poëme l'épigraphe de notre travail.

[3] *Catalogue du Louvre*, n° 428. M. ROBERT-DUMESNIL n'a pas connu cette eau-forte qui n'est décrite que dans le supplément à son *Peintre-Graveur*, XI, p. 317, n° 3.

* On nommait ainsi le Bernin.

que Rubens dut connaître personnellement [1] et gravée par un maître qui avait vu le jour en 1590.

Le caractère de la planche dit assez que l'on ne visait pas encore à Paris à suivre les précédents si vaillamment posés par les graveurs anversois.

Un revirement était pourtant à la veille de s'opérer et si l'on considère les copies excellentes gravées par Ragot d'après les planches des principaux maîtres de l'école de Rubens et qui parurent tant chez lui-même que chez P. Mariette, à l'*Espérance* ou chez Van Merlen à *la Ville d'Anvers,* les principales enseignes de Paris, l'on ne peut douter que l'attention des graveurs n'eût été vraiment attirée vers un genre qui se prêtait si bien à la reproduction des vastes ensembles de Lebrun.

Antoine Masson, qui travaillait à côté de ce maître et fut le premier graveur français de son temps, s'essaya même directement à graver d'après Rubens une œuvre approfondie : l'*Assomption de la Vierge* (B. 10; S. 30) probablement d'après la planche de Pontius et, s'il y réussit médiocrement, l'on ne peut méconnaître dans plus d'une de ses planches, notamment la fameuse « *Nappe* » d'après le Titien, une recherche évidente à se rapprocher de la taille apparente des Flamands.

Pierre Daret, d'autre part (1610-1675?), s'appliqua à copier avec un soin scrupuleux la *Vierge et l'enfant Jésus* de Bolswert (B. 36; S. 79) et l'ensemble de son œuvre le rapproche visiblement des graveurs belges, alors même qu'il reste le traducteur de Simon Vouet. Il a, du reste, gravé aussi Gérard Zeghers.

Plus évident encore est, dans certaines œuvres de Gilles Rousselet — un des collaborateurs de Philippe de Champagne — le souvenir des Flamands.

Sans égaler aucun des maîtres de l'École anversoise, il évoquera, aux yeux des connaisseurs, le souvenir de ces praticiens dans son *Saint Antoine de Padoue aux pieds de la Vierge* d'après une peinture de Van Dyck du Cabinet du Roi.

[1] En 1641 Claude Vignon écrivait à Langlois pour le prier de le conduire chez Van Dyck qui était alors à Paris, MARIETTE, II, p. 175.



Étienne Picart, à son tour, voulut copier la grande planche de la *Destruction de l'Idolâtrie,* avec un soin et une exactitude qui disent assez son admiration pour l'original de Bolswert. Et pourtant, il se glorifiait du surnom de *Romain.*

A une certaine période du XVII[e] siècle, la France voulut surpasser même en hardiesse les Flamands sur leur propre terrain.

Pierre Landry qui tenait boutique à l'enseigne de *Saint François de Sales,* rue Saint-Jacques, entreprit de publier d'après Rubens et d'après Van Dyck des planches qui peuvent compter parmi les plus vastes que l'on connaisse. La *Cène* [1] d'après Rubens, gravée par Pierre Devaulx, déjà mentionnée, et le *Christ au roseau* d'après Van Dyck, gravé par François Langot, ont près de 4 mètres de superficie!

Il était impossible que des planches d'une telle dimension égalassent en vigueur des œuvres de moindre format, mais on ne peut leur méconnaître un très-réel mérite et une énergie remarquable du burin.

« Les Français, dit M. Renouvier, toujours persuadés de la pauvreté de » leur patrimoine, tirèrent de la Flandre la taille-douce dont ils obtinrent le » lustre de deux genres qu'ils surent traiter d'une manière originale : les » portraits et les placards [2] » et cela est vrai.

Si l'on veut, comme le fait Émeric David, assigner aux maîtres français le rang suprême [3], il importe de se rappeler que les nombreux Flamands, attirés à Paris par la protection de Louis XIV [4], y apportèrent les éléments d'un progrès basé sur les traditions de leur École nationale.

L'École française nous apparaît donc, à cette époque, comme l'héritière naturelle des principes inaugurés par les graveurs de Rubens.

[1] On ne connait d'autre épreuve de cette planche que celle du Cabinet de Bruxelles.

[2] *Types et manières des maîtres-graveurs*, p. 159.

[3] *Op. cit.*, p. 73.

[4] L'édit de S[t]-Jean de Luz (1660) déclare que le Roi « pour donner aux graveurs des marques » de son estime et de sa justice les maintient dans la liberté d'exercer leur art sans être » soumis à des maîtrises, déclare que la gravure est un art libéral dont on ne doit point asser- » vir la noblesse à la discrétion des particuliers, qu'elle ne peut dépendre que de l'imagination » de ses auteurs et n'être assujétie à d'autres lois qu'à celles de leur génie. »

En Belgique ce ne fut que le 20 mars 1773 que l'impératrice Marie-Thérèse affranchit les beaux-arts en général et la gravure en particulier de la juridiction des métiers.



Le voyage d'Italie, plus général encore en France que dans les Pays-Bas, soustrayait à peine les jeunes graveurs à l'influence néerlandaise. Ils trouvaient à Rome une école dirigée par des maîtres étrangers, ayant à leur tête un ancien condisciple de Bolswert, Corneille Bloemaert.

La possession d'une taille large et régulière, acquise à cette école, ne suffisait plus en France à créer un graveur complet. On vit presque tous les maîtres qui réussirent à se faire un nom, chercher dans les procédés flamands la couleur et la vie.

Le mélange des travaux, la liberté du burin, purent se produire bientôt au même titre que les qualités de style puisées au contact des maîtres italiens. Jean Morin se rapproche souvent du faire de Vorsterman et les *Batailles d'Alexandre* de Le Brun, interprétées par Audran, dénotent assez le souvenir vivace des grands burinistes anversois.

Un jour vint où l'on put voir les « *graveurs les plus illustres du temps* » unir leurs efforts dans l'exécution d'un travail grandiose, inspiré directement de Rubens : la reproduction des peintures de la Galerie du Luxembourg [1].

G. Edelinck, Jean et Benoît Audran, L. de Châtillon, Gaspard Duchange, A. Loir, A. Trouvain, B. Picart, J.-B. Massé, C. Simonneau, C. Vermeulen, prenaient à tâche de faire revivre dans ces interprétations du grand peintre le style de ses œuvres et réglaient leur travail, autant que le permettait le goût du jour, sur l'exemple des graveurs formés à sa propre école.

L'entreprise fut couronnée de succès à tel point que l'éditeur ne put satisfaire aux demandes du public qu'en faisant un second tirage.

Mais déjà la mode précipitait l'art français dans des voies nouvelles. Les héros du grand siècle ne pouvaient se joindre au joyeux cortége des *Pèlerins de Cythère.*

Et, encore, dans les badinages de Watteau le souvenir de Rubens est apparent [2] et le passage était, en quelque sorte, naturel, du *Jardin d'amour*

[1] *La Galerie du Palais du Luxembourg peinte par Rubens, dessinée par le sieur Nattier et gravée par les plus illustres graveurs du temps;* dédiée au Roy. Paris, 1710. Avant d'être réunie en volume sous ce titre, cette suite avait paru par planches isolées. (Voir la Préface du recueil.)

[2] « Quel délicieux enthousiasme pour Rubens, dont il fut avec Van Dyck le plus brillant

à l'*Assemblée galante*. Comme le siècle précédent, celui-ci trouvait largement de quoi s'inspirer dans l'œuvre du fécond peintre flamand et, certes, Flipart et Lempereur créèrent des planches hors ligne d'après la *Réjouissance flamande* et le *Jardin d'amour*.

Qu'il nous soit même permis de rappeler, en passant, que les *magots* de Teniers ne furent jamais gravés avec plus d'esprit ni d'entrain que par Lebas et ses élèves.

---

Bien que Rubens eût trouvé parmi les Hollandais quelques-uns de ses meilleurs graveurs, le style du maître ne pénétra jamais complétement dans les provinces séparées de l'Espagne.

Le génie particulier de l'art hollandais sollicitait à peine le concours d'interprètes du genre de ceux que le grand peintre flamand avait groupés autour de son œuvre.

Si Rembrandt n'a guère besoin, Dieu merci! d'être réhabilité, s'il eut en partage des qualités assez hautes pour racheter celles qui lui manquaient, l'on peut dire, sans doute, que la traduction de ses œuvres par le burin eût été une tâche en quelque sorte irréalisable, imposée à des graveurs préoccupés de l'étude de la forme.

Les sujets religieux interprétés par le prestigieux coloriste, tiraient une partie trop considérable de leur expression de l'effet lui-même, pour que tout autre procédé que l'eau-forte eût chance de réussir à en donner une idée quelque peu précise.

Qui voudrait, au reste, se rendre compte de ce que devenait l'allégorie — chère pourtant aux poëtes de la Hollande — sous l'influence de Rembrandt, n'aurait qu'à jeter les yeux sur le livre de Barlæus : *Marie de Médicis entrant dans Amsterdam* (Amsterdam, 1638).

Sous le pinceau de Moeyaert les dieux et les héros de l'Olympe, les déesses

» élève! » s'écrient les éditeurs des *Archives de l'art français* en publiant le texte d'une lettre de Watteau appartenant au baron de Vèze, t. II, p. 213.

et les muses, nous apparaissent sous les traits des personnages de Rembrandt affublés des oripeaux chers au grand peintre et qu'il appelait « ses antiques. »

En contemplant ces beautés célestes l'on songe à ces femmes que Cats dépeint avec tant de complaisance :

*Een hupse, rappe, flucxe meyt*
*Die hares vaders koeyen weyt*
*Van leden kloeck, van lyve vol*
*Van lippen dick, van koonen bol* [1]...

Pour être à l'occasion un habile graveur au burin, et un adroit copiste de Bolswert, Pierre Nolpe s'en tient sagement, cette fois, à l'eau-forte qui peut, du moins, lui fournir le succès des vigoureuses oppositions et noyer dans une ombre prudente les maladresses de la forme commises par Moeyaert.

Sous l'inspiration de Rembrandt, l'eau-forte était, d'ailleurs, cultivée en Hollande avec une supériorité incomparable. Portraits, sujets d'intérieur, paysages, animaux, tous les genres étaient abordés avec un égal succès par des artistes maniant à la fois le pinceau et la pointe, créateurs véritables, passés maîtres dans la science de l'effet.

Si la Hollande comptait encore des graveurs au burin d'un talent remarquable, en dehors du portrait et des illustrations de livres, ils trouvaient des occasions peu fréquentes d'appliquer leur talent. Corneille Bloemaert passa en France et en Italie — où il mourut — les plus belles années de sa longue carrière à reproduire les œuvres qui se prêtaient le mieux à l'étalage de sa méthode savante et régulière.

Le retour de Soutman dans son pays préparait à la gravure une ère nouvelle.

[1] Une forte, alerte et prompte fille
Qui mène aux champs les vaches de son père
Solide de reins, pleine de corps
Épaisse de lèvres et ronde de joues...

J. Cats : *Spiegel van den Ouden enden Nieuwen Tyt : Eerlijcke Vrijagie; met onwillighe honden, is 't quaet hasen vangen.* »



Peintre de mérite, compositeur intelligent, non moins que graveur habile, Soutman devait exercer une influence considérable à Harlem qui était resté un des centres artistiques les plus vivaces du pays.

L'école que Goltzius avait fondée comptait encore des praticiens que le voisinage d'Amsterdam n'avait point entraînés à la suite de Rembrandt.

Harlem avait, elle aussi, son peintre éminent, Frans Hals, Anversois d'origine et peut-être d'éducation [1]. Soutman trouvait donc un terrain merveilleux préparé.

A la mort de Jacques Matham, arrivée en 1631, Soutman était devenu, de fait, le chef de l'école de gravure. L'année précédente déjà, il avait gravé une suite de portraits des comtes de Nassau [2] d'après ses propres dessins et il fut bientôt à même de mettre au jour d'autres recueils importants exécutés sous sa conduite par des élèves habiles.

Si les graveurs de la nouvelle école de Harlem ne se rattachent pas à l'école de Rubens par des liens assez directs pour être confondus avec celle-ci — comme l'ont voulu faire croire certains auteurs — le rôle de Soutman fut ostensiblement d'arriver par une voie nouvelle à un résultat semblable à celui qu'avait cherché le peintre lui-même.

Soutman a été sévèrement jugé comme interprète des tableaux de Rubens. Sa manière quelque peu désordonnée ne peut être admise que par des connaisseurs préparés à juger les diverses écoles dans leur véritable esprit. La grande gravure au burin, telle qu'elle fut pratiquée à Anvers, se signalait d'ailleurs par trop de qualités, pour ne pas reléguer au second plan le travail tant soit peu fantaisiste de Soutman.

Ce ne fut, vraiment, qu'à la tête de son école qu'il prouva la sûreté de son goût et la solidité de ses connaissances. Ses élèves les plus brillants : Jonas Suyderhoef et Corneille Visscher — sans doute aussi ses frères Lambert et Jean Visscher — trouvèrent dans les belles estampes de Vorsterman, de Pontius et de Bolswert des sources d'études qui influèrent sur tous leurs travaux.

[1] Van der Willigen : *Les artistes de Harlem*, p. 139.
[2] Id. : *op cit.*, p. 266.

Nous l'avons fait observer déjà, il y a entre Vorsterman et Suyderhoef un lien qui semble avoir été provoqué par des études directes et, peut-être même, par un rapprochement des deux hommes. Corneille Visscher, aussi, s'éloigne du faire de son maître pour suivre de préférence la taille régulière et brillante des Anversois.

Le grand ouvrage que Soutman publia en 1650 sous le titre de *Principes Hollandiæ,* de même que la suite des *Saints de la Flandre,* gravée par Visscher, démontrent assez l'étude approfondie que ce graveur avait faite de ses prédécesseurs flamands.

Ce ne fut très-probablement que par les dessins de Soutman ou par des copies peintes, exécutées autrefois par lui-même dans l'atelier de Rubens, que les graveurs de Harlem se trouvèrent à même de reproduire des œuvres du maître.

L'entreprise ne manquait pas de hardiesse, sans doute, pour des graveurs encore si proches de l'école fondée par le peintre lui-même, et dont les travaux devaient provoquer le plus redoutable des parallèles.

En réalité, si les graveurs hollandais ne réussirent pas dans leurs reproductions de Rubens à égaler les maîtres que lui-même avait guidés, ils surent pourtant faire preuve des qualités les plus brillantes et sortir de la voie banale où s'engageaient de plus en plus les graveurs de la seconde génération rubénienne. Le *Silène* et la *Chute des réprouvés* de Suyderhoef se classent au premier rang des œuvres de leur genre et Visscher sut faire une planche excellente de la *Vierge aux Innocents.*

Nous n'examinons pas, d'ailleurs, ces travaux au point de vue de l'idée plus ou moins fidèle qu'ils donnent des peintures de Rubens. On serait peut-être en droit de signaler dans les types une absence de personnalité qui résulte d'une connaissance insuffisante du maître. Mais ce point est accessoire si l'on considère la richesse de procédé, la science de l'effet, étonnamment répandue dans des planches dont les auteurs n'avaient peut-être jamais contemplé une toile de Rubens.

Soutman dirigeait trop volontiers ses élèves vers les compositions du chef de l'École d'Anvers pour laisser aucun doute sur l'influence que le souvenir du maître exerçait sur son enseignement.

Il laissa l'école de Harlem entièrement transformée et en possession de la Hollande entière.

Entraînés à sa suite, Théodore Matham, Jean Louys, Pierre Van Sompel, et peut être aussi Corneille Van Dalen d'Anvers, en arrivèrent à doter les Provinces-Unies d'une école de coloristes bien faite pour fournir une carrière plus belle encore, si elle n'était venue se perdre dans la recherche de vigueurs excessives par la gravure en manière noire.

Corneille Van Dalen [1] se rapprocha des graveurs de Rubens au point d'être confondu avec eux par quelques auteurs et son portrait de Boccace a même pu être attribué à Vorsterman [2].

Abraham Bloteling, qui fut son élève [3], abandonna la gravure au burin pour se lancer complétement dans le nouveau procédé de la manière noire que l'on trouva sans doute plus propre à traduire les vigoureux effets de clair-obscur mis à la mode par Rembrandt.

L'étude de cette branche particulière de la gravure est étrangère à notre sujet.

Ce fut, sans doute, en Angleterre que les maitres flamands trouvèrent les juges les plus éclairés et les protecteurs les plus généreux. Cependant, l'influence de tant d'artistes éminents dans toutes les branches ne se fit sentir que très-tard dans ce pays.

En réalité, si vif que fût son éclat sur le sol britannique, l'art n'y prenait point racine, ne s'y acclimatait point.

Quelques individualités y laissèrent des traces de leur passage, des travaux exquis enfermés dans les palais et les châteaux, mais leur action était nulle au dehors.

Les temples froids et nus n'étalaient point aux regards des fidèles la représentation des mystères de la religion et l'art n'était point associé à la vie de chaque jour comme il l'était aux Pays-Bas.

[1] Corneille Van Dalen naquit à Anvers en 1626 et décéda à Amsterdam où il fut le maître de Bloteling, après avoir été peut-être lui-même l'élève de Soutman.

[2] Wussin : *Cornel Visscher*. Leipzig, 1865, p. 274.

[3] Bloteling est souvent désigné comme l'élève de Corneille Visscher. M. Kramm a démontré l'inexactitude de cette désignation d'après une note de Oudaan.

Pour des raisons analogues le rôle des graveurs se restreignait considérablement en Angleterre. Presque tous les maîtres qui furent successivement appelés de Hollande et de Flandre eurent pour spécialité la gravure des portraits, de même que les peintres de ces pays avaient trouvé leur source principale d'activité, comme ceux d'Italie et d'Allemagne, dans la reproduction des traits des membres de l'aristocratie anglaise.

Si Rubens se montrait enthousiaste de l'Angleterre [1] où d'ailleurs sa réputation était dès longtemps parvenue, il trouvait, sans doute, plus d'œuvres d'art que d'artistes sur le sol britannique et ceux qu'il eut l'occasion de rencontrer étaient presque tous venus, comme lui, du continent.

Vorsterman, nous l'avons constaté, ne fut appelé à reproduire aucune des œuvres de Rubens qui pouvaient exister, de son temps, en Angleterre, et l'on peut croire que l'attention avait à peine porté sur un genre de gravure ayant les qualités décoratives de celui que pratiquaient les Flamands.

Il n'est point nécessaire de chercher longuement, du reste, pour constater quel était au XVII^e siècle le degré d'avancement de l'art du burin en Angleterre. Un iconographe du temps, John Evelyn, nous renseigne complétement à cet égard.

« Nous ne pouvons, dit-il, nous vanter d'avoir une multitude de maîtres,
» à cause des malheureuses dissensions qui ont agité le pays, voulant abattre
» les princes et coucher dans la poussière les mécènes de cet art et de tous
» les autres. Cependant, nous pouvons citer un Payne, qui a fait un navire
» et des têtes d'après nature, un Cecil, un Wright, et aujourd'hui nous avons
» M. Faithorne, M. Barlow, M. Gaywood et d'autres qui travaillent au burin
» et à l'eau-forte [2]. »

Maîtres respectables, à coup sûr, Payne et Faithorne s'étaient formés l'un et l'autre sous des influences étrangères : le premier dans l'atelier de Simon de Passe, le second dans celui de Nanteuil. Ils se rapprochèrent de l'École flamande.

On connaît une rare estampe, non citée dans les catalogues de l'œuvre de

[1] Voir sa lettre à Dupuy du 8 août 1629. GACHET, p. 230.
[2] EVELYN : *op. cit.*, p. 91.

Rubens, et où Faithorne copie avec un soin scrupuleux le paysage de Bolswert d'après Rubens, dit « au *Chariot embourbé* » et M. Duplessis fait observer, avec raison, que les planches du maître témoignent d'une recherche de la couleur à laquelle ne visa jamais Nanteuil et qui prenait sa source dans l'étude d'œuvres flamandes [1].

Cette tendance n'est pas moins accusée chez John Payne qui ne survécut à Rubens que de quelques années. Ses planches rappellent très-fréquemment des œuvres de Bolswert et nous n'en pourrions citer de meilleur exemple qu'un portrait de Paracelse dont le dessin est attribué à Rubens [2].

Comme dernier indice de l'attention provoquée chez les graveurs anglais par les œuvres du grand peintre, il importe de citer l'eau-forte rarissime de Robert Streater [3] d'après le *Daniel dans la fosse aux lions,* tableau qui fut transporté de bonne heure en Angleterre puisqu'il était au nombre des toiles que Rubens céda à sir Dudley Carleton en échange de ses marbres antiques. Robert Streater vécut jusqu'en 1680.

Si rares que soient ses manifestations, l'École anglaise de gravure agit donc sous des influences flamandes jusqu'au jour où elle aussi se prend d'enthousiasme pour la manière noire introduite par le prince Rupert.

En réalité, les deux genres de gravure ne marchèrent jamais de front en Angleterre et il est impossible de méconnaître que le nouveau procédé y brilla d'un éclat plus vif que la gravure classique.

Ce succès même contribua à isoler des graveurs éminents tels que les Hondius, les Van Voerst, venus de l'étranger et dont l'exemple eût certainement soutenu le mouvement inauguré par J. Payne.

L'Allemagne suivit de plus loin encore que l'Angleterre le mouvement qui s'était opéré en Flandre sous l'influence de Rubens.

Non que les graveurs flamands ne fussent appréciés outre-Rhin, mais le genre particulier que l'on y cultivait sous l'influence des Spranger, des Van Achen, etc., avait passé avec plus ou moins de succès dans les grandes

[1] *Merveilles de la gravure*, p. 231.
[2] SMITH : *Catalogue raisonné*, n° 827.
[3] M. Schneevoogt avait lu « Stricker. »

villes de l'empire germanique et les graveurs trouvaient une voie toute tracée par des prédécesseurs d'une adresse remarquable tels que les Sadeler.

Rubens paraît avoir à peine attiré l'attention de ces praticiens flamands, bien que son portrait ait été publié à Augsbourg par Raphaël Custos qui était d'origine anversoise [1].

Quant aux estampes gravées d'après les œuvrés du maître, aucune de celles qui furent éditées par lui-même ne parut avec la mention du privilége impérial. Nous n'en trouvons pas cependant de copies exécutées en Allemagne.

Si, d'une part, l'Allemagne protestante était un débouché en quelque sorte clos à la diffusion des sujets religieux édités à Anvers, les provinces catholiques, de l'autre, avaient un genre d'imagerie tout spécial exécuté avec un talent remarquable d'après des maîtres fort goûtés.

Panneels doit être considéré comme le seul graveur qui s'attachât sur le sol allemand à la reproduction des œuvres de Rubens, et le genre même qu'il adopta lui fut tout personnel.

Parmi les graveurs au burin, nous n'avons rencontré qu'un artiste de Cologne qui était, sans doute, un élève de Crispin de Passe, comme ayant rendu d'une manière approfondie les œuvres du maître.

Pierre Isselburg, qui naquit en 1580 et mourut après 1630, avait collaboré à l'*Académie de l'Espée* de Gérard Thibault, et sa manière se confond avec celle de Matham et de Delft.

La suite du *Christ et les Apôtres* qu'il grava d'après Rubens fut exécutée dans ce même style et dédiée à Jean Georges, évêque de Bamberg, à qui appartenaient les tableaux, peut-être les mêmes que Rubens avait offerts à sir Dudley Carleton.

Pierre Isselburg ne grava, toutefois, d'après Rubens, que cette seule série d'œuvres et une trompeuse copie du portrait de Wladislas de Pologne d'après Pontius. Son exemple ne fut pas suivi dans l'École allemande.

Plus tard, même, lorsque le style des Sadeler eut passé de mode, il ne se trouva aucun graveur germanique pour en introduire un autre. Joachim de Sandrart et son neveu Jacques qui furent certainement les maîtres alle-

[1] Raphaël Custos était le fils de Dominique Custos (*De Coster*), né à Anvers en 1550.





mands les plus en évidence, comme peintre et comme graveur, ne firent point école dans leur pays et les planches du neveu, souvent très-bien faites, se confondent parmi les travaux de l'École hollandaise aux enseignements de laquelle il s'était formé.

Les imitateurs de Wenceslas Hollar, eux, appartenaient à l'École anglaise et l'on doit reconnaître que si cet artiste charmant appartient à l'Allemagne par la naissance, il se rattache à l'Angleterre par des liens nombreux.

Hollar n'intervint, du reste, dans l'œuvre de Rubens que par des planches insignifiantes et, malgré son rare talent, il lui manquait les qualités d'un chef d'école.

Considéré dans son ensemble, le mouvement opéré dans la gravure par l'intervention de Rubens s'étendit fort au delà des limites où le style du maître cesse d'être apparent.

En vérité, toute la gravure moderne dérive de son système, pratiqué avec plus ou moins d'habileté : l'éclat du coloris, joint à la perfection des moyens imitatifs.

Nous ne rechercherons pas si, d'une manière absolue, ces préoccupations étaient de nature à assigner pour l'avenir, au procédé, une place plus haute dans la hiérarchie des arts.

Une chose nous paraît certaine, c'est que dans ses attaches directes au grand peintre, dans l'esprit de son œuvre, la gravure au burin acquiert une importance, en quelque sorte, fondamentale.

Confidente d'une pensée intime, elle subsiste par elle-même et la persistance de certains effets cherchés par le maître, le soin qu'il met à revoir les premières épreuves de ses planches, l'énergie qu'il apporte à la revendication de ses droits de propriété sur le travail, toutes ces circonstances enlèvent à celui-ci le caractère secondaire d'une reproduction.

L'étude de l'œuvre gravé de Rubens s'impose, dès lors, à quiconque veut juger dans toute sa puissance le génie du grand peintre flamand.



# TABLE DES CHAPITRES.

## CHAPITRE XII. — GRAVEURS A L'EAU-FORTE.



## CHAPITRE XIII. — GRAVEUR SUR BOIS.



## CHAPITRE XIV. — LES ÉDITEURS.



## CHAPITRE XV. — INFLUENCE A L'ÉTRANGER.



---

# INDEX.

***Abréviations***. — La lettre B inscrite à la suite du titre des planches renvoie au *Catalogue des estampes gravées d'après Rubens* par F. Basan, 1777.

La lettre S renvoie au *Catalogue des estampes gravées d'après P.-P. Rubens* par C.-G. Voorhelm-Schneevoogt. Harlem, 1873.

Delm. indique le *Catalogue de la plus précieuse collection d'estampes de P.-P. Rubens et d'A. Van Dyck qui ait jamais existé, le tout recueilli par* Messire Delmarmol, 1794.

Enfin l'indication *Liggeren* implique toujours les *Liggeren et autres archives historiques de la gilde anversoise de St-Luc, transcrits et annotés* par MM. Ph. Rombouts et Th. Van Lerius. Anvers, sans date, 2 vol. gr. in-8°.

## A

## B

## C

## D

## E

F



G

## H

## I



## J



## K





## L



## M





## N

## Q



## R

## S

## T



## U

V

## W



## Z





# TABLE DES PLANCHES.

---







# TABLE

DES

# MÉMOIRES CONTENUS DANS LE TOME XLII.

CLASSE DES SCIENCES.

—

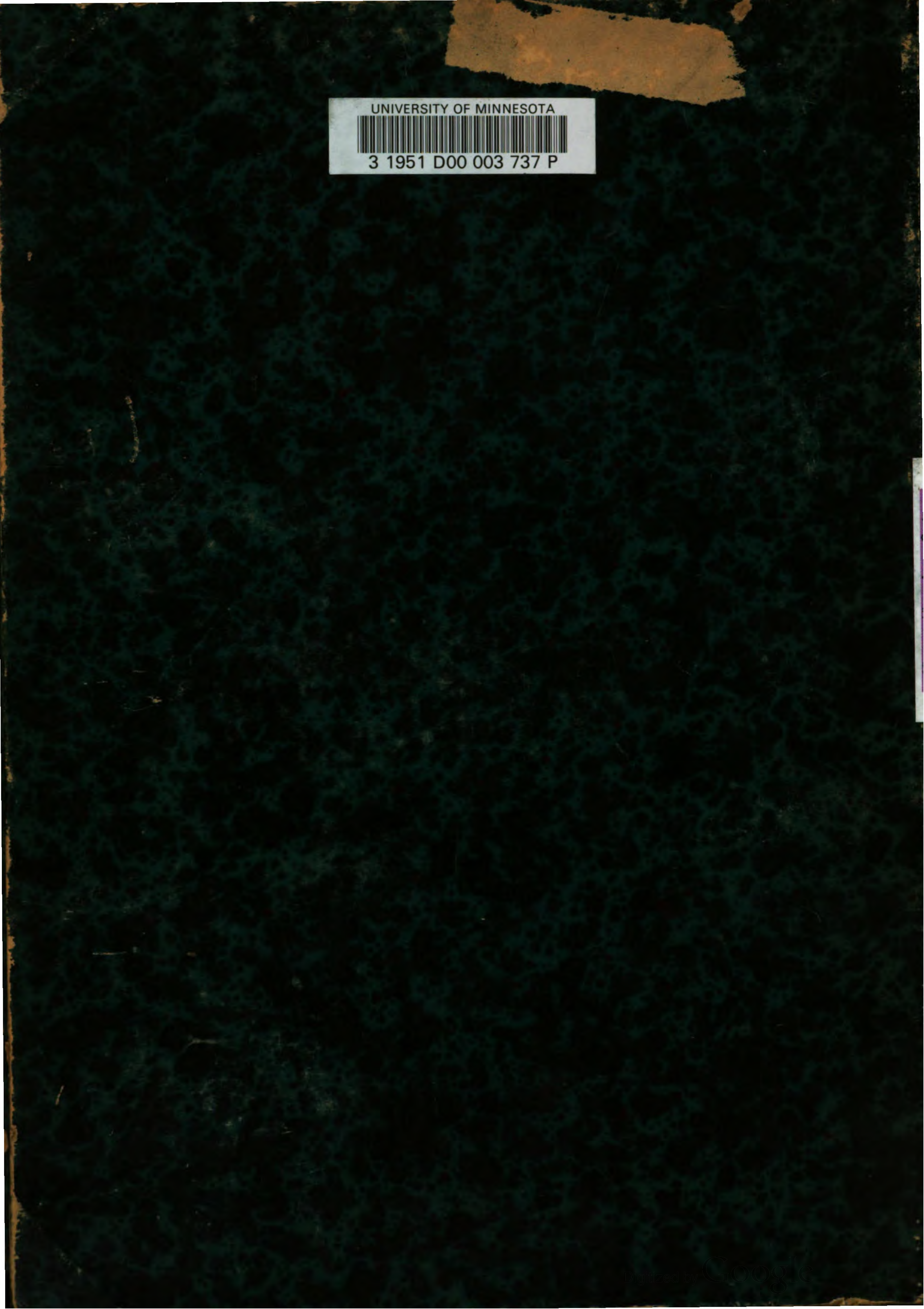


CLASSE DES BEAUX-ARTS.

—






UNIVERSITY OF MINNESOTA
3 1951 D00 003 737 P